Konzepte zur Schwingungsminderung

Von der Fakultät für Maschinenwesen der
Rheinisch- Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der
Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

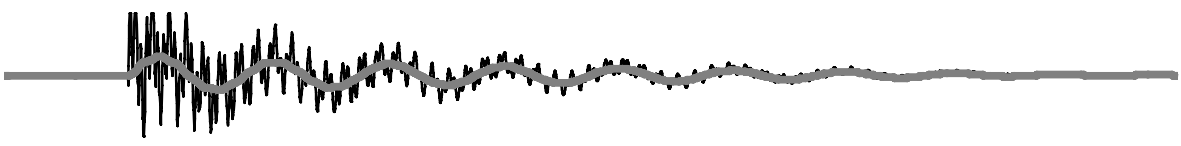
Frank Harmeling

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. B. Corves

Univ.-Prof. Dr.-Ing. D. Abel

Tag der mündlichen Prüfung: 18.11.2010

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar



Inhalt

1 Einleitung und Zielsetzung 1

2 Vorgehensmodelle zu Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme 3

3 Auslegung des Starrkörper-Systemteils 9

3.1 Prozessbaustein Bewegungsspezifikation 10

3.2 Eigenschaften und Modellierung von Starrkörpersystemen 12

3.3 Prozessbaustein Struktursynthese 17

3.4 Prozessbaustein Kinematische Maßsynthese 21

3.5 Prozessbaustein Bauteildimensionierung 23

4 Auslegung des elastischen Systemteils 26

4.1 Prozessbaustein Modellierung der Elastizität 26

4.2 Prozessbaustein Aufstellen der Systemgleichungen und Analyse der Systemeigenschaften 33

4.3 Prozessbaustein Identifikation und Adaption der Modellparameter 46

4.4 Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung 54

4.4.1 Prozessbaustein Gestaltung der Systemeigenschaften durch Elastizitätsparameter 55

4.4.2 Prozessbaustein Kompensation von elastischen Deformationen 61

4.4.3 Prozessbaustein Gestaltung der Anregung durch die nichtlineare Übertragungsfunktion 69

5 Auslegung der Stellglieder, der Messglieder und der Messkette 73

5.1 Eigenschaften und Modellierung von Elektromotoren 74

5.2 Prozessbaustein Analyse der Wechselwirkungen zwischen elektrischem Antrieb und Getriebe 77

5.3 Prozessbaustein Dimensionierung der Elektromotoren 82

5.4 Prozessbaustein Auslegung semiaktiver Stellglieder 83

5.5 Prozessbaustein Auslegung der Sensoren und der Messkette 87

6 Auslegung des Regelungssystems 90

6.1 Prozessbaustein Analyse des Gesamtsystems 92

6.1.1 Aufbau einer durchgängigen Werkzeugkette 92

6.1.2 Modellierung und Klassifikation der Systeme 95

6.2 Maßnahmen zur aktiven und semiaktiven Schwingungsminderung 102

6.2.1 Prozessbaustein Auslegung einer Störgrößenaufschaltung bzw. Vorsteuerung 103
6.2.2 Prozessbaustein Auswahl geeigneter Reglerstrukturen 108
6.2.3 Prozessbaustein Reglerauslegung 116
6.2.4 Prozessbaustein Überprüfung auf Stabilität 131
6.2.5 Prozessbaustein Beobachterentwurf 136

7 Integrative Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme 143

7.1 Trajektorienplanung und Vorsteuerungsentwurf 143
7.1.1 Prozessbaustein Trajektorienplanung für Punkt-zu-Punkt-Prozesstrajektorien 144
7.1.2 Prozessbaustein Trajektorienplanung für kontinuierliche Prozesstrajektorien 153
7.2 Iterativer Auslegungsprozess 161

8 Zusammenfassung 171

9 Literatur 173

1 Einleitung und Zielsetzung

Die Montage- und Handhabungstechnik, die Nahrungsmittel- und die Verpackungsmaschinenindustrie oder auch die Druckereimaschinen- und die Textilmaschinenindustrie sind Beispiele für Industriezweige bei denen die Herstellungs- und Verarbeitungsprozesse schnelle, präzise und immer wiederkehrende Bewegung von Werkzeugen oder Produkten entlang bestimmter Prozesstrajektorien erfordern. Häufig erfüllen ungleichmäßig übersetzende Getriebe mit elektrischen Antrieben die Kernfunktion der Maschine, wodurch ihnen eine große technische und wirtschaftliche Bedeutung zukommt. Dabei sind die ausschlaggebenden Vorteile von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben mit nur einem Antrieb im Vergleich zu Robotern die geringeren Herstellungskosten, die hohe Ausfallsicherheit und das Vermögen, große Kräfte zu realisieren. Gegenstand der Betrachtungen in dieser Arbeit ist daher eine Klasse von mechatronischen Bewegungssystemen, die durch eine hohe Arbeitsgeschwindigkeit und -genauigkeit, ungleichmäßig übersetzende Getriebe, elastische Bauteile in Leichbausweise und elektrische Antriebe charakterisiert sind.

Schwingungen in den Bewegungssystemen vermindern die Qualität der Fertigungsprozesse und Produkte. Das Vorgehen zur schwingungsarmen Auslegung der machatronischen Bewegungssysteme wird in dieser Arbeit behandelt. Kennzeichen des integrativen Vorgehens ist, dass die Auslegung der mechanischen, elektrischen und informationstechnischen Komponenten des Bewegungssystems sowie die Planung der Sollbewegung nicht getrennt voneinander, sondern ganzheitlich erfolgt. Die integrierte Synthese von mechatronischen Bewegungssystemen ermöglicht es, bisher ungenutzte Potenziale zu erschließen und so die Genauigkeit und Leistungsfähigkeit ohne starke Kostenerhöhung weiter zu steigern. Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Konzept zur integrativen Auslegung elastizitätsbehafteter Bewegungssysteme sowie die dafür notwendigen Berechnungsmethoden und -werkzeuge vorzustellen. Darüber hinaus soll die Erstellung einer durchgängigen Werkzeugkette für die schwingungsarme Auslegung der Systeme eingegangen werden. Die Umsetzung der oft abstrakten Berechnungsmethoden soll für einfache Beispielsysteme demonstriert werden. Die Wirksamkeit und Erfolge der unterschiedlichen Möglichkeiten zur Systemgestaltung sollen durch Simulationen und durch praktische Versuche auf einem eigens dafür entworfenen Versuchsstand überprüft werden. Das Konzept zur integrativen Auslegung soll bewährte domänenspezifische und domänenübergreifende Entwurfsmethoden berücksichtigen.

Die domänenübergreifende Behandlung der Systeme erfordert ein mathematisches Modell in symbolischer Form, um einen formalen Zugang zu den Auslegungsmethoden der verschiedenen Disziplinen zu erlangen. Durch die stetig fortschreitende Entwicklung der Leistungsfähigkeit von Berechnungshardware und -software eröffnet sich zurzeit die Möglichkeit, die für das formal algebraische Vorgehen notwendigen detaillierten Modellierungsmethoden und die aufwändigen Auslegungsmethoden zu automatisieren und außerdem leistungsfähige, modellbasierte Regelungsalgorithmen auf den Maschinensteuerungen umzusetzen. Dadurch wird es möglich, die einzelnen Auslegungsaufga-

ben systematisch zu lösen, den Entwicklungsaufwand und die Entwicklungszeit zu reduzieren und damit die Chancen für eine wirtschaftlich erfolgreiche Umsetzung deutlich zu steigern.

An eine Übersicht über die in der Literatur bekannten Vorgehensmodelle für den domänenübergreifenden Entwurf mechatronischer Systeme im Abschnitt 2 schließt sich eine detaillierte Beschreibung der Systemeigenschaften, der Designparameter, der Auslegungsmethoden und der Berechnungswerkzeuge zur Gestaltung dieser Systemeigenschaften an. Für diese Beschreibung ist eine Gliederung des Gesamtsystems in Teilsysteme mit definierten Schnittstellen zweckmäßig. Es wird eine Gliederung in folgende Teilsysteme verwendet

- Die Prozesstrajektorien (Abschnitt 3.1) dienen zur Realisierung der Kernfunktion des Bewegungssystems. Sie stellen Eingangsgrößen für den hier vorgestellten Entwurfsprozess dar, werden aber im Sinne einer ganzheitlichen Auslegung nicht als unveränderlich betrachtet.
- Der Starkkörpersystemteil (Abschnitt 3.2 bis 3.5) realisiert den für die Erzeugung der Prozesstrajektorien entscheidenden nichtlinearen Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen.
- Der elastische Systemteil (Abschnitt 4) ist durch die Deformationen einzelner Bauteile verursacht und führt zu Abweichungen von der Starrkörperbewegung.
- Stellglieder und Messglieder (Abschnitt 5) stellen die Schnittstelle zwischen dem physikalischen und dem logischen Systemteil dar und können außerdem mit einer eigenen Dynamik behaftet sein.
- Das Regelungssystem (Abschnitt 6) ist der logische Systemteil, der wiederum aus den Teilsystemen Störgrößenaufschaltung, Beobachter, Regler, Vorsteuerung, etc. bestehen kann.
- Die Führungstrajektorien sind Eingangsgrößen für das Regelungssystem und werden unter Berücksichtigung der Eigenschaften und des Verhaltens des mechatronischen Gesamtsystems zugleich prozess- und systemgerecht geplant (Abschnitt 7.1).

Abschließend wird in Abschnitt 7.2 dargestellt, wie unter Ausnutzung der Kenntnis über die Funktionen und die dynamischen Eigenschaften der Teilsysteme, sowie der Kenntnis über die Wechselwirkungen zwischen den Teilsystemen, das mechatronische Bewegungssystem in einem gesamtheitlichen iterativen Prozess so ausgelegt werden kann, dass es seine Bewegungsaufgabe optimal erfüllt. Dazu werden zahlreiche Prozeßbausteine, die in den Abschnitten 3 bis 7.1 beschrieben werden, im Sinne der Vorgehensmodelle aus Abschnitt 2 zu einem integrativen Entwurfsprozeß zusammengeführt.

2 Vorgehensmodelle zu Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme

In nahezu jedem Industriezweig erfordern die Herstellungs- und Verarbeitungsprozesse die Bewegung von Werkstücken oder Produkten entlang einer Prozesstrajektorie. Aus den Prozessen resultieren Bewegungsaufgaben, die durch Bewegungssysteme realisiert werden, **Bild 2/1**. Eine Abweichung der Ist-Bewegung von der Sollbewegung ist häufig unerwünscht und kann durch vielfältige Verfahren zur Schwingungsminderung verringert werden. Die Verfahren greifen bei den einzelnen Teilsystemen des mechatronischen Bewegungssystems an. Innerhalb der beteiligten Disziplinen existieren für die Auslegung einzelner Eigenschaften und Komponenten eines mechatronischen Systems eine Reihe von ausgereiften Entwurfsmethoden und -werkzeugen. Auf Literatur zu diesen Verfahren, die den Disziplinen der Getriebetechnik, der Maschinendynamik, der Elektrotechnik und der Regelungstechnik entstammen, wird an geeigneter Stelle noch eingegangen. Es sei aber an dieser Stelle schon angemerkt, dass dort zumeist Randbedingungen von nicht betrachteten Teilsystemen oder aus jeweils anderen Disziplinen als unveränderlich angenommen werden. In diesem Abschnitt wird auf Methoden und Werkzeuge eingegangen, die im Gegensatz dazu die Grenzen zwischen den Disziplinen und Teilsystemen aufbrechen, um eine gesamtheitliche Auslegung zu ermöglichen: "The dynamic coupling between various components of the system dictates, however, that an accurate design of the system should consider the entire system as a whole ..." [De Silva 2005].

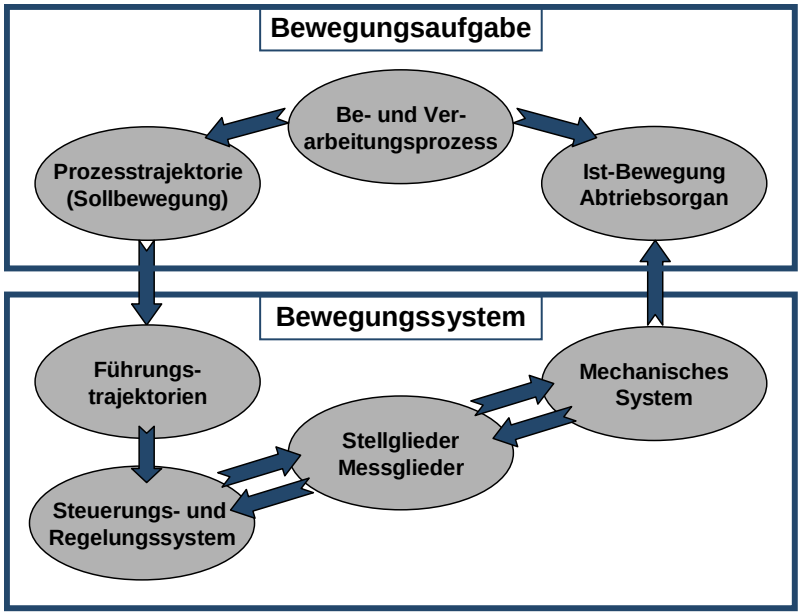


Bild 2/1: Gliederung der Bewegungsaufgabe und des mechatronischen Bewegungssystems in Teilsysteme

Die schwingungsarme Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme ist ein Teilbereich des allgemeinen Entwurfs mechatronischer Systeme. Es sind vor allem die Dimensionierung der Systemkomponenten und gegebenenfalls eine Veränderung der Wirkstruktur, nicht aber ein vollständiger Neuentwurf der Wirkstruktur des mechatronischen Systems von Bedeutung.

Die Methoden der klassischen Konstruktionslehre bieten Vorgehensmodelle, die sich auf die Entwicklung beliebiger technischer Systeme anwenden lassen. Die Vorgehensweisen stellen einen handlungsorganisatorischen Rahmen dar, der das systematische Erarbeiten von Prinziplösungen und Wirkstrukturen erlaubt. Sie werden in zahlreicher Literatur beschrieben, unter anderem in [Altschuller 1984], [Gimpel u. a. 2000], [Herb u. a. 2000], [Koller und Nastrup 1994], [Koller 1994], [Linde und Hill 1993], [Pahl u. a. 2005], [Rodenacker 1970], [Roth 2000], [Roth 2001], [VDI 1982] und [VDI 1997]. Es existieren Vorgehensmodelle, die ähnliches für die Elektrotechnik und Informatik leisten, [Möhringer 2005].

Der Stand der Technik bezüglich der gesamtheitlichen Entwurfsmethodik für mechatronische Systeme ist in [Möhringer 2005] zusammengestellt und wird hier mit Blick auf die Eingliederung der schwingungsarmen Auslegung in den gesamtheitlichen Entwurfsvorgang zusammengefasst. Die in der Literatur bekannten Vorgehensmodelle, die den Entwurfsmethoden zugrunde liegen sind überwiegend präskriptiv. Das heißt, sie beschreiben eine systematische Abfolge von Handlungen und zugehörigen Methoden, von der erwartet wird, dass diese Abfolge die Entwicklungszeiten deutlich verkürzt und die Entwicklungskosten insgesamt senkt. Deskriptive Modelle, die empirisch beschreiben, wie die Produktentwicklung in der Praxis tatsächlich abläuft, sind kaum bekannt, [Möhringer 2005]. Dies ist nicht verwunderlich, wenn man sich die Grenzen und Zielsetzungen der Vorgehensmodelle vor Augen führt. Ein Vorgehensmodell, dass die Entwicklung technischer Produkte beschreibt, kann allein aus Kapazitätsgründen nicht die unzähligen Randbedingungen und Restriktionen, die in der Arbeitswelt aufgrund zahlreicher Einflüsse existieren, berücksichtigen oder beschreiben. Hier sind unter anderem arbeitswissenschaftliche, kulturelle, ökonomische, ökologische, organisatorische, politische, rechtliche, sicherheitstechnische und soziale Einflüsse zu nennen. Allein diese Aufzählung vermittelt einen Eindruck von der ungeheuren Komplexität des sozioökonomischen Gesamtsystems in das der Entwurfsprozess zur technischen Produktentwicklung eingebetet ist. In [Wulf 2001] legt der Autor anhand dreier Fallstudien dar, dass die Lösungsfindung im praktischen Alltag nicht formalistischen Vorgehensmodellen folgt, sondern stark durch die „diskursive Lösungssuche“ in Form von Fachdiskussionen geprägt ist und als „politischer Prozess“ stark durch soziale Randbedingungen beeinflusst wird. Ein Vorgehensmodell, das versucht alle Einflüsse auf die Produktentwicklung in der industriellen Praxis detailliert zu berücksichtigen, muss in seinem Anspruch scheitern. Es ist lediglich möglich, den Schwerpunkt der Vorgehensmodelle auf einzelne Aspekte des Gesamtzusammenhangs zu legen. [Wulf und Schuller 2000] betrachten beispielsweise organisatorische Aspekte bei der Entwicklung von mechatronischen Systemen.

Für die hier behandelte Thematik der Umsetzung von Konzepten zur Schwingungsminderung bei mechatronischen Bewegungssystemen können Vorgehensmodelle, die sich auf technische Aspekte

bei der Produktentwicklung konzentrieren, einen nützlichen handlungsorganisatorischen Rahmen liefern. Diese Vorgehensmodelle schaffen beim Konstrukteur ein Bewusstsein für den technisch notwendigen Ablauf und unterstützen so ein zielstrebiges Arbeiten. Hier soll exemplarisch nur die VDI-Richtlinie 2206 ([VDI 2004b]) vorgestellt werden. Die Richtlinie ist ein Rahmenwerk mit einem allgemeinen Vorgehensmodell für die Synthese beliebiger mechatronischer Systeme. Das Vorgehensmodell basiert auf der Verwendung eines V-Modells als Makrozyklus und eines Problemlösungszyklus als Mikrozyklus, **Bild 2/2**. Der Entwurfsprozess wird vom Konstrukteur bzw. Entwickler durch das Aneinanderreihen und Verschachteln einzelner Vorgehenszyklen (Problemlösungszyklen) so strukturiert, dass der Entwurfsvorgang an die Anforderungen der jeweiligen Entwurfsaufgabe angepasst ist. Prozessbausteine bieten dabei eine Unterstützung durch konkrete Methoden und Werkzeuge.

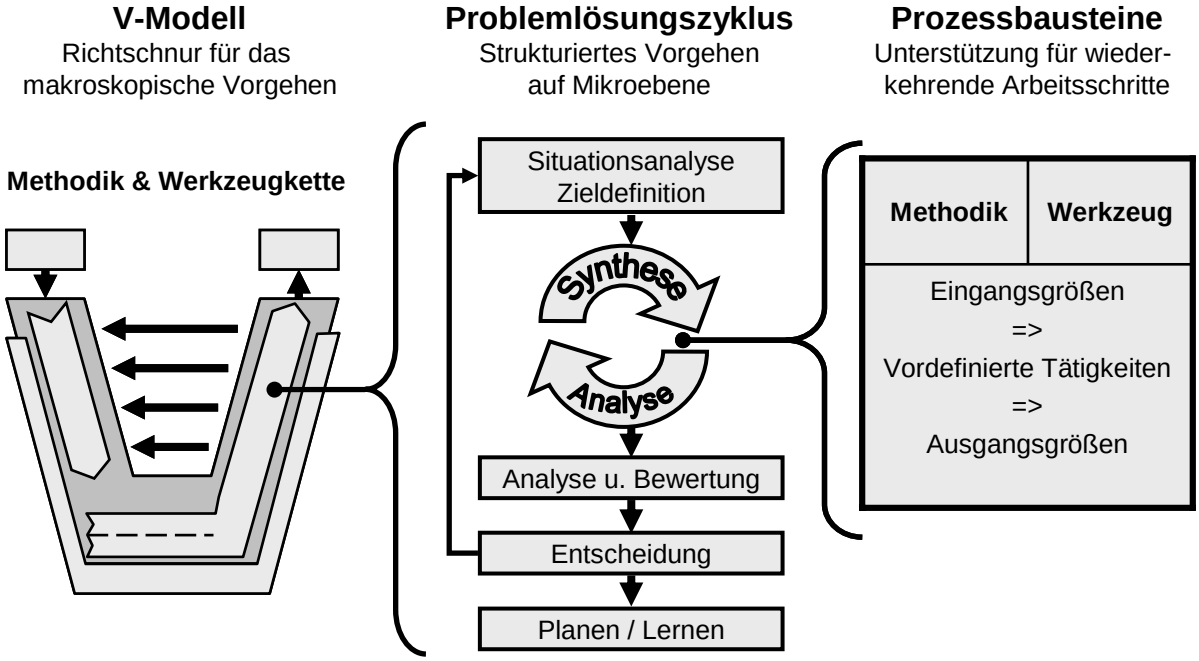


Bild 2/2: Handlungsorganisatorischer Ansatz nach VDI 2206 mit dem V-Modell als Makrozyklus und dem Problemlösungszyklus als Mikrozyklus

Die VDI-Richtlinie 2206 und auch die anderen Vorgehensmodelle, die in [Möhringer 2005] vorgestellt werden, können aber aufgrund ihrer Allgemeinheit und der Mannigfaltigkeit der mechatronischen Systeme keine konkreten Prozessbausteine, also Berechnungsverfahren und -methoden für die Dimensionierung beliebiger Systeme bereitstellen. Dies ist aufgrund des Umfangs immer nur für bestimmte Klassen von Systemen und Zielsetzungen möglich.

Die Forschungsarbeiten von [Frank u. a. 2004], [Gausemeier 2005a] und [Gausemeier 2005b] zum DFG-Sonderforschungsbereich „Selbstoptimierende Systeme des Maschinenbaus“ behandeln beispielsweise den Entwurfsprozess für Algorithmen und Steuerungen, die es mechatronischen Syste-

men erlauben, einen system- bzw. aufgabenspezifischen Zielvektor an geänderte Umweltbedingungen anzupassen und dementsprechend die Struktur, die Verhaltensweise und Systemparameter autonom zu ändern, [Gausemeier u. a. 2004]. In ergänzenden Arbeiten wird ein Entwurfsinstrumentarium entwickelt, dass über das makroskopische Vorgehen hinaus auch die Realisierung von Prozessbausteinen für die mikroskopischen Auslegungsschritte Prozessbausteine (vgl. Bild 2/2) umfasst, [Dangelmaier u. a. 2004] [Hestermeyer u. a. 2004], [Giese u. a. 2004] und [Frank und Gausemeier 2005].

Die Umsetzung eines makroskopischen Vorgehensmodells mit der Zielsetzung, für die Klasse mechatronischer Bewegungssysteme mit ungleichmäßig übersetzenden Getrieben und elektrisch geregelten Antrieben eine schwingungsarme Auslegung unter Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den Teilsystemen zu realisieren, erfordert spezifische Prozessbausteine.

Zu einzelnen Prozessbausteinen sind in der Literatur zahlreiche Ausführungen zu finden. Ein Beispiel für einen Prozessbaustein, der für vielfältige Problemlösungszyklen eingesetzt werden kann, ist die numerische Optimierung von Zielfunktionen. [Li u. a. 2001] stellen mit der „Design for Control“-Methodik ein Vorgehensmodell und zugehörige Prozessbausteine für eine integrierte Auslegung der Designparameter aus den Bereichen der Mechanik und der Regelung vor. Das Vorgehen basiert auf einer Formulierung der Designaufgabe als Optimierungsproblem und einer numerischen Optimierung. Es wird exemplarisch für eine viergliedrige Kurbelschwinge als Starrkörpermechanismus mit PD-Antriebsregelung angewendet, um das dynamische Verhalten des Systems zu verbessern. Vergleichbare Vorgehensweisen finden sich auch in [Park und Asada 1994] und [Pil und Asada 1996]. [Park und Asada 1994] bestimmen optimale Parameter für einen PD-Regler als Funktion der mechanischen Parameter eines zweigliedrigen Roboters und optimieren anschließend die mechanischen Parameter. Auch in [Pil und Asada 1996] findet sich eine Methodik zur gesamtheitlichen Optimierung von mechatronischen Systemen, die allerdings auf der iterativen Veränderung von Rapid-Prototyping-Modellen basiert. In einem jüngeren Beispiel betrachteten [Enge und Maißer 2000] und [Enge und Maißer 2003] einen elektromechanischen Mikrospiegel. Sie erstellen auf Basis der Systemgleichungen eine Zielfunktion, die verwendet wird, um die Eigenfrequenzen des Systems numerisch zu optimieren. Die Verwendung von numerischen Optimierungen hat jedoch allgemein den Nachteil, dass die Ergebnisse nicht auf andere Systeme übertragen werden können und dass keine Aussagen über Gültigkeitsbereiche und kritische Parameterkonfigurationen getroffen werden können.

Auf spezielle Prozessbausteine zur schwingungsarmen Gestaltung von Teilsystemen eines mechatronischen Bewegungssystems, die in das Vorgehensmodell nach [VDI 2004b] eingegliedert werden können, wird in den nachfolgenden Abschnitten noch eingegangen. Literatur, die diese Prozessbausteine in die Problemlösungszyklen einbindet und dabei die speziellen Eigenschaften der Bewegungssysteme sowie die Wechselwirkungen zwischen den Teilsystemen berücksichtigt, ist nicht bekannt, so dass hier noch Forschungsbedarf zu verzeichnen ist.

Ein grundlegender Schritt bei der Umsetzung der Methoden zur Analyse und Synthese von mechatronischen Bewegungssystemen ist die durchgängige Modellbildung und Simulation, [De Silva 2005]. Auf die Modellierung der Systeme wird in den nachfolgenden Kapiteln noch detailliert eingegangen. Allgemein ist aber die Verwendung von konzentriert parametrischen Modellen Stand der Technik. In [Hadwich 1998] findet sich eine sehr gute Darstellung, wie das Prinzip der virtuellen Arbeit zur Modellierung konzentriert parametrischer Systeme verwendet werden kann, um eine mathematische Beschreibung in symbolischer Form zu erhalten. Dieses Prinzip kann sehr gut mit Computer-Algebra Programmen wie MAPLE oder MathCad umgesetzt und automatisiert werden, [Hahn 2005]. Computer-Algebra Programme gewinnen auch eine wachsende Bedeutung für die modellbasierte Reglerauslegung, [Karampetakis und Vardulakis 2006]. Viele der später noch vorgestellten Berechnungs- und Auslegungsschritte setzen voraus, dass ein mathematisches Modell des mechatronischen Systems in Form von symbolischen Gleichungen bekannt ist. Einige basieren auf der unmittelbaren Manipulation algebraischer Gleichungen während bei anderen die Gleichungen numerisch gelöst werden müssen. Die Verfahren unterscheiden sich nicht nur in der Repräsentationsform der Systeme, sondern auch in der notwendigen oder sinnvollen Modellierungstiefe und in der Art und Weise, wie das System behandelt wird. Zurzeit existiert aber keine Software, die alle Repräsentationsformen, Modellierungsmethoden und Verfahrensweisen unterstützt. Vor diesem Hintergrund ist es sinnvoll, mehrere Modelle des Systems in unterschiedlichen Programmen zu erstellen und eine möglichst durchgängige Werkzeugkette aufzubauen. Die Wahl der Programme hängt nicht nur von den technischen Anforderungen, sondern auch von der sich ständig wandelnden Softwarelandschaft, von wirtschaftlichen Erwägungen und von gewachsenen Strukturen ab.

Eine Abbildung dynamischer Systeme im Rechner, die sich nicht an den Bewegungsgleichungen, sondern an den Systemkomponenten und deren Struktur orientiert, ist das objektorientierte Abbildungskonzept, [Bertram u. a. 2000]. Die zugehörigen Systemgleichungen in symbolischer Form werden dabei vom Programm erstellt und sind nur bei wenigen Programmen dem Benutzer zugänglich. Zwei Beispiele für frei erhältliche Programmsysteme, bei denen auf eine grafische Bedienoberfläche verzichtet wird und das Modell durch Quelltext beschrieben werden muss, sind ODE ([Smith 2004]) und Modelica ([Albers und Schyr 2005]). Einzug in die Forschung und in die industrielle Praxis haben jedoch Programme mit grafischer Oberfläche gehalten. Zu den Programmen mit einer Eingabemöglichkeit in Form von Blockschaltbildern zählen z. B. DRESP [Gold u. a. 2006], DSHplus [Kett 2005], ITI-Sim [Li und Römer 2005], Simulink und Vissim, um nur einige zu nennen. Alle verwenden zwar die blockorientierte Art der Modellierung, Komfort und Leistungsfähigkeit der Programme hängen aber in starkem Maße von dem Angebot an Komponentenbibliotheken für die unterschiedlichen Teilsysteme ab. Für die mechanischen Teilsysteme haben sich geometrieorientiert arbeitende Programme bewährt, da sie eine weniger abstrakte Möglichkeit der Modellierung bieten. Die Verwendung von Mehrkörpersimulationsprogrammen wie. z. B. ADAMS in [Harmeling und Corves 2004], ALASKA in [Gerlach u. a. 2005], CAMeL in [Hahn und Koch 2000], [Rustemeier u. a. 2005] und [Liu-Henke u. a. 2000], Dymola in [Guserle u. a. 2005] und Mobile in [Hiller und Müller 2000], erlauben durch eine grafische Oberfläche eine komfortable

Modellierung und Variation der kinematischen und dynamischen Eigenschaften der Systeme. Sie bieten eine effiziente Unterstützung für die Analyse der mechanischen Systeme und gestatten die Modellierung einfacher mechatronischer Systemkomponenten. Ein detaillierter Entwurf der Bauteilgestalt gehört zurzeit nicht zum typischen Leistungsspektrum von Mehrkörpersimulationsprogrammen. Lediglich der Import von CAD-Daten ermöglicht eine detailgetreue Abbildung der Bauteilgestalt. Programme auf Basis der Finite-Elemente- oder Boundary-Elemente-Methode (FEM, BEM) ermöglichen es, große, stark nichtlineare Verformungen zu berechnen. Bei Systemen, die durch eine Vielzahl von Kontakten zwischen Körpern gekennzeichnet sind, ist die Verwendung von Diskrete-Elemente-Methode (DEM) Programmen sinnvoll. Rheologische und fluiddynamische Vorgänge können mit Computational-Fluid-Dynamics (CFD) Programmen behandelt werden. Diese Programme werden allerdings für die hier betrachtete Problemstellung ebenso wenig benötigt wie Software für die Eingliederung des Entwurfsprozesses in den industriellen Arbeitsablauf. Zu letzteren gehören z. B. Programme, die den Konstruktionsprozess, die Arbeitsorganisation, die Auftragsverwaltung usw. unterstützen [Zäh u. a. 2005].

3 Auslegung des Starrkörper-Systemteils

Zur Zeit der industriellen Revolution legten [Reuleaux 1875], [Willis 1870] und [Burmester 1888] die Grundlagen der systematischen Analyse und Synthese kinematischer Strukturen mit starren Bauteilen. Seit dem hat sich für ungleichmäßig übersetzende Getriebe ein mehrstufiger, Auslegungsprozess durchgesetzt, [Dittrich u. a. 1996], [Luck und Modler 1987], [Schönherr 2001] und [Volmer u. a. 1995]:

1. Bewegungsspezifikation
2. Struktursynthese
3. Maßsynthese
4. Bauteildimensionierung

In früheren Arbeiten wurden die Auslegungsschritte weitgehend getrennt voneinander durchgeführt. In neueren Arbeiten ist eine immer stärkere mechatronische Betrachtungsweise und Verknüpfung der Arbeitsschritte zu beobachten. [Dyla 2002] bleibt dabei im Wesentlichen auf einer konzeptionellen Ebene. Während aus den Arbeiten von [Kertscher und Matthes 1999], [Schönherr 2001] und [Matthes und Schönherr 2000] auch ein Werkzeug zur Umsetzung der vorgestellten Konzepte hervorgeht. Dort wird eine CAD-integrierte Entwicklungsumgebung für Führungsgetriebe nach [VDI 1991a] erstellt. Sie bietet Unterstützung im Bereich der Bewegungssynthese, der Struktursynthese, der Maßsynthese und der Grobgestaltung. Die Elastizität von Bauteilen oder die Auslegung der Regelung und der Vorsteuerung wird dabei allerdings nicht berücksichtigt. Die etablierten Werkzeuge und Methoden der klassischen Getriebetechnik können problemlos als Prozessbaustein in das V-Modell nach der VDI-Richtlinie 2206 (Bild 2/2) oder in andere Entwurfsverfahren für mechatronische Systeme eingegliedert werden. In den nachfolgenden Abschnitten wird eine Übersicht über die wichtigsten Werkzeuge und Methoden und ihre Eingliederung in den Gesamtentwurf zusammengestellt. Dabei wird insbesondere auf die relevanten gestaltbaren Eigenschaften von Starrkörpermechanismen (Abschnitt 3.2) und auf die Wechselwirkungen mit den anderen Teilsystemen eingegangen. Die Spezifikation der gewünschten Bewegung (Abschnitt 3.1) und die Bestimmung geeigneter Getriebestrukturen (Abschnitt 3.3) sind Prozessbausteine, die zu Beginn des Auslegungsprozesses durchlaufen werden müssen und im fortgeschrittenen Auslegungsprozess wiederholt durchlaufen werden können. Durch diese beiden Prozessbausteine werden grundlegende Systemanforderungen und -eigenschaften festgelegt, so dass Änderungen hieran zumeist einem Neuentwurf des mechanischen Systemteils gleichkommen. Dies bedeutet, dass alle nachfolgenden Schritte noch einmal durchlaufen werden müssen. Die Bestimmung der kinematischen Abmessungen (Abschnitt 3.4) und die Bauteildimensionierung (Abschnitt 3.5) sind hingegen Prozessbausteine, die im Entwurfsprozess im Sinne einer Detaillierung oder Präzisierung wiederholt durchlaufen werden.

3.1 Prozessbaustein Bewegungsspezifikation

Einer der ersten Schritte bei der Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme ist die Planung und Spezifikation der zu realisierenden Bewegung. Maschinen erfüllen vielfältige Be- und Verarbeitungsprozesse, die Bewegungen erfordern. Diese Bewegung wird als Sollbewegung bezeichnet, Bild 2/1. Häufig lässt sich die Sollbewegung jedoch nicht unmittelbar aus der Betrachtung oder Analyse des Prozesses ableiten. Vielmehr lässt sich zunächst nur das Ziel, das mit der Bewegung erreicht werden soll, definieren. Es soll z. B. ein Strohhalm auf einer Getränkepackung appliziert werden. In der Regel führen viele mögliche Bewegungen zu dem gewünschten prozesstechnischen Ziel, so dass weitere Gütekriterien herangezogen werden können, um diese Lösungsmenge einzuschränken. Die Bewegungen können z. B. danach beurteilt werden, wie schnell und energieeffizient sie sind, ob sie im erlaubten Arbeitraum liegen oder ob sie durch die Weiterentwicklung vorhandener Bewegungssysteme mit bereits bekannten Technologien realisiert werden können. Die Definition der Bewegungsaufgabe aus produktionstechnischer Sicht kann also durch eine Vielzahl von technischen, ökonomischen, ergonomischen, arbeitsorganisatorischen und weiteren Merkmalen ergänzt werden. Bei den zu treffenden Entscheidungen müssen vielfältige Szenarien und Anforderungen berücksichtigt und abgewägt werden. Das einfache Beispiel eines Zweimassenschwingers, der zur Betonverdichtung eingesetzt wird, [Schwabe 2002], zeigt bereits eine erhebliche Komplexität in der Formulierung der Bewegungsaufgabe und der Wechselwirkungen zwischen dem Bewegungssystem und dem Prozess.

Die produktionstechnische Spezifikation der Bewegungsaufgabe lässt sich aufgrund dieser vielen Sichtweisen und Repräsentationsformen nur schwer durch Rechnermodelle und Algorithmen systematisch bearbeiten, sondern muss nach derzeitigem Stand der Technik immer durch Menschen vorgenommen werden. Erst die Erstellung der mathematischen Beschreibungsform aus den zuvor erarbeiteten Bewegungsvorgaben ist automatisiert möglich. Die mathematische Repräsentationsform der prozessrelevanten Bewegung wird im Folgenden als Prozesstrajektorie bezeichnet und ist Eingangsgröße für den algorithmisch erfassbaren Teil des Entwurfsprozesses, der im restlichen Teil dieser Arbeit behandelt wird. Softwarewerkzeuge, die die Erstellung einer mathematischen Beschreibungsform der Bewegungsaufgabe als Eingangsgröße für die kinematische Struktursynthese unterstützen, werden im Abschnitt 3.3 behandelt. Daher wird an dieser Stelle nicht auf Werkzeuge und Methoden zur Bewegungsspezifikation eingegangen, sondern es wird nur kurz auf die Klassifikation von Bewegungsaufgaben anhand ihrer zeitlichen und geometrischen Eigenschaften eingegangen, da diese für den restlichen Teil der Arbeit relevant sind.

Die geometrischen Vorgaben können abschnittsweise kontinuierlich sein oder sie können auch diskret in Form von Start- und Endpunkt eines Bewegungsabschnitts vorliegen. Es können auch Vorgaben existieren, die Bereiche ausschließen, weil diese beispielsweise außerhalb des verfügbaren Bauraums liegen. Auch die zeitlichen Vorgaben können unterschiedlich präzise formuliert sein. Sie können z. B. darin bestehen, dass eine Bewegung möglichst schnell, innerhalb einer fest definierten Zeit, synchron zu einer anderen Bewegung oder mit einer definierten Geschwindigkeit

erfolgen soll. Es können Vorgaben existieren, eine maximale Beschleunigung nicht zu überschreiten, um Beschädigungen am Produkt zu vermeiden. Alternativ oder ergänzend zu zeitlichen Vorgaben für den Bewegungsablauf können auch Vorgaben für Kräfte oder Momente, die während der Bewegung auftreten, existieren. Gegenstand dieser Arbeit sind Konzepte zur Schwingungsminderung. Der Schwerpunkt liegt daher naturgemäß auf der Realisierung geometrischer und zeitlicher Bewegungsvorgaben. Die gleichzeitige Realisierung bestimmter Kräfte oder anderer Randbedingungen können bei den später angewendeten Verfahren häufig in Form von Nebenbedingungen berücksichtigt werden. An späterer Stelle werden die verschiedenen Auslegungsschritte anhand eines einfachen elastizitätsbehafteten Beispielsystems, das in den nachfolgenden Abschnitten noch näher vorgestellt wird, demonstriert. Dabei wird nicht die Realisierung eines konkreten Fertigungs- oder Verarbeitungsprozesses betrachtet. Vielmehr soll das Beispielsystem zur Aufgabe haben, trotz der elastischen Verformungen die Trajektorie eines Starrkörpermechanismus zu erfüllen. Bei der Behandlung der Prozessbausteine wird jeweils erläutert, welche zeitlichen oder geometrischen Gestaltungsfreiräume in der Bewegungsspezifikation Voraussetzung für die Anwendbarkeit der dargestellten Methoden sind.

Bei den Bewegungsmerkmalen können sowohl die geometrischen als auch die zeitlichen Vorgaben durch die Eigenschaften kontinuierlich oder diskret und exakt oder unscharf klassifiziert werden. Unscharfe Vorgaben können durch Intervalle und „Toleranzschläuche“ anstelle von exakten Werten oder Trajektorien gemacht werden. Für kontinuierliche, exakte Bewegungsvorgaben sind unter Anderem Beschreibungsfunktionen, die in homogenen Koordinaten, durch Schraubungen oder durch konjungierte Flächen formuliert werden, gebräuchlich, [Che 2006]. Diskrete Bewegungsvorgaben erfolgen durch Lagen, Geschwindigkeiten, etc., die zu gewissen Zeitpunkten vorliegen sollen. Der Übergang von einer Lage zur nächsten ist ein Gestaltungsspielraum, der beispielsweise im Abschnitt 7.1 für eine systemgerechte Trajektorienplanung ausgenutzt wird. Für ein effizientes Vorgehen bei der Auslegung ist es nützlich, in einem frühen Stadium des Entwurfsprozesses zu klären, welche Gestaltungsfreiräume aufgrund von diskreten oder unscharfen Vorgaben bestehen. Diese können genutzt werden, um die Prozesstrajektorie im weiteren Auslegungsprozess auf das dynamische Verhalten des Mechanismus, des Antriebs und der Regelung abzustimmen, [Braune 2000], [Callesen und Braune 2004]. Die unterschiedlichen, zunächst unvollständigen prozess- bzw. technologieorientierten Beschreibungsformen der Bewegungsaufgabe sind Ausgangspunkt für die kinematische Struktursynthese und werden erst im Laufe des Auslegungsprozesses weiter vervollständigt. Die kinematische Struktursynthese ist der erste Auslegungsschritt zur Gestaltung des mechanischen Systemteils des mechatronischen Bewegungssystems. Bereits in der Struktursynthese werden einige kinematische und dynamische Eigenschaften des mechanischen Systemteils, die für das spätere Schwingungsverhalten wichtig sind, festgelegt. Diese Eigenschaften werden im nachfolgenden Abschnitt erläutert, bevor anschließend auf die Struktursynthese eingegangen wird.

3.2 Eigenschaften und Modellierung von Starrkörpersystemen

Ungleichmäßig übersetzende Getriebe können aufgrund ihrer kinematischen und dynamischen Eigenschaften bei Be- und Verarbeitungsprozessen vorteilhaft eingesetzt werden,

- um aus einer gleichförmigen Antriebsbewegung eine ungleichförmige Abtriebsbewegung zu erzeugen oder umgekehrt,
- um aufgrund der Zwangläufigkeit von geschlossenen kinematischen Ketten mit nur einem Antrieb eine ebene oder räumliche Führungsbewegung zu erzeugen,
- um durch eine parallele Anordnung der angetriebenen Bauteile eine hohe strukturmechanische Steifigkeit zu realisieren oder
- um hohe Kraftübersetzungsverhältnisse zu erlangen.

Nockengetriebe, Hubkolbenmaschinen, Scheibenwischer, Parallelkinematiken, Pressen und Tiefziehmaschinen mit Kniehebelgetrieben sind Anwendungsbeispiele für die Ausnutzung der Vorteile von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben. Für die schwingungsarme Auslegung des mechatronischen Gesamtsystems sind die kinematischen und dynamischen Eigenschaften der ungleichmäßig übersetzenden Getriebe von Bedeutung und müssen daher mathematisch beschrieben werden. Dazu werden die Getriebe in diesem Abschnitt als Starrkörpersysteme betrachtet.

Ein Starrkörpersystem stellt ein zwangläufiges System massebehafteter starrer Körper dar, dessen Bewegung bei gegebener Antriebsbewegung aufgrund holonomer Zwangsbedingungen eindeutig bestimmt ist. Durch veränderbare kinematische Abmessungen können die Getriebe an unterschiedliche Bewegungsaufgaben angepasst werden, [Russel und Sodhi 2005]. Die Starrkörpermodellierung ist eine vergleichsweise einfache Form zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Getrieben und ausreichend, wenn die Einflüsse von Spiel in Gelenken und Lagern, von elastischen Deformationen und von Schwingungen der Glieder stets so gering sind, dass sie die Bewegungen hinreichend wenig beeinflussen, [Dresig 2006]. Das Starrkörpermodell ist insbesondere in frühen Entwurfsphasen, z. B. bei der Auswahl des Antriebs (Abschnitt 5.3), als erstes Modell des mechanischen Systemteils nützlich. Es beschreibt für viele Bewegungssysteme mit ungleichmäßig übersetzenden Getrieben bereits die wesentlichen nichtlinearen Systemeigenschaften.

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen Getriebe mit nur einem Antrieb und entsprechend einer skalaren Eingangsgröße q. Viele der besonderen Eigenschaften der zwangläufigen ungleichmäßig übersetzenden Getriebe lassen sich durch kinematische Funktionen, die den nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Eingangsgröße q und den Ausgangsgrößen des Getriebes, die im Vektor **y** zusammengefasst werden, mathematisch erfassen. Die kinematischen Funktionen sind bei räumlichen Getrieben gemäß der drei möglichen Translations- und Rotationsrichtungen des Abtriebsbauteils eine Abbildungsfunktion

$$q \in \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbf{y}(q) \in \mathbb{R}^k,\ k \in [1,2,3,4,5,6]. \qquad (3.2/1)$$

Im Ausgang **y** werden nur diejenigen Anteile der räumlichen Bewegung berücksichtigt, für die im Rahmen der Bewegungsspezifikation Anforderungen definiert wurden. Die Dimension k des Ausgangs **y** wird an späterer Stelle eine entscheidende Bedeutung für den Aufwand bei der Auslegung von Maßnahmen zur Schwingungsminderung für elastizitätsbehaftete Systeme haben. Als Beispiel ist hier der Entwurf von Regelungen zur aktiven Schwingungsminderung (Abschnitt 6.2.3) zu nennen. Für k > 1 werden gegebenenfalls Zusatzaktuatoren notwendig, um die Steuerbarkeit des elastizitätsbehafteten Systems zu gewährleisten. Zunächst werden jedoch reine Starrkörpersysteme betrachtet. Bei diesen Systemen kann jede einzelne Komponente y_i des Ausgangsvektors **y** in der Eingangsgröße q parametriert werden. Damit ist q eine geeignete Größe, um den dynamischen Freiheitsgrad des Systems zu beschreiben und wird als Lagegröße bezeichnet, [Dresig und Rockhausen 2002]. Die funktionale Abhängigkeit einzelner Ausgangsgrößen y_i (q)

$$y_i = U(q),\ k \in [1,2,3,45,6] \tag{3.2/2}$$

wird in der Getriebetechnik als Übertragungsfunktion oder Lagefunktion bezeichnet [Volmer u. a. 1995]. Eine Lage- bzw. Übertragungsfunktion U(**q**) beschreibt allgemein die rein geometrische Abhängigkeit eines Wegs oder Winkels von einer oder mehreren Lagegrößen. Die Ausgangstrajektorie **y**(t) ist aufgrund der Parametrierung in q durch die Eingangstrajektorie q(t) eindeutig festgelegt: **y**(t) = **y**(q(t)). Die Ausgangstrajektorie soll der gewünschten Prozesstrajektorie entsprechen. In den beiden nachfolgenden Abschnitten 3.3 und 3.4 wird beschrieben, mit welchen Methoden ein Getriebe gefunden werden kann, bei dem die Menge $\mathbf{Y} \subseteq \mathbb{R}^k,\ k \in [1,2,3,4,5,6]$ der möglichen Lagen des Abtriebsbauteils die Menge der gewünschten Lagen als Teilmenge enthält. In einem anschließenden Auslegungsschritt kann eine geeignete Trajektorie q(t), die eine gewünschte Prozesstrajektorie **y**(t) erzeugt, bestimmt werden. Dazu muss bei dem Starrkörpersystem die Übertragungsfunktion Gl. (3.2/2) invertiert werden.

$$q(t) = U^{-1}(y_i(t)) \tag{3.2/3}$$

Bei vielen Getrieben muss dabei beachtet werden, dass die Übertragungsfunktion nicht bijektiv ist, so dass mehrere Lösungen für Gl. (3.2/3) bestehen. Die Lösungen stellen zum Teil physikalisch nicht realisierbare Systeme und zum Teil Getriebe in unterschiedlichen Bewegungsbereichen dar, [Kerle u. a. 2007]. Mit dem entsprechenden getriebetechnischen Fachwissen kann aus mehreren algebraischen Lösungen die relevante Lösung selektiert werden. Damit kann auch das inverse kinematische Problem (3.2/3) der Bestimmung der Trajektorie q(t) gelöst werden. Somit ist bereits in einer frühen Entwurfsphase, nämlich nach der kinematischen Maßsynthese (s. Abschnitt 3.4), eine Abschätzung möglich, ob die geforderten Antriebsgeschwindigkeiten und -beschleunigungen durch marktübliche Motoren realisiert werden können (s. Abschnitt 5.3). Die Auswirkung zusätzlicher elastischer Freiheitsgrade auf die Trajektorie q(t) wird zu einem späteren Zeitpunkt im Rahmen der Trajektorienplanung (Abschnitt 7.1) behandelt.

Kinematische Übertragungsfunktionen sind Bestandteil der algebraischen Systemmodelle und werden für viele Auslegungsschritte bei der Synthese mechatronischer Systeme benötigt. Die Er-

mittlung der benötigten kinematischen Übertragungsfunktionen wurde in dieser Arbeit mit dem Computer-Algebra Programm MAPLE in symbolischer Form automatisiert durchgeführt. Es wurde ein standardisierter Algorithmus, der auf der kombinierten Verwendung der Hartenberg-Denavit-Notation [Hartenberg und Denavit 1964] und homogener Koordinaten [Carbone u. a. 2006] beim Aufstellen und Lösen von Maschengleichungen basiert, implementiert. Ein Vorteil dieses Vorgehens ist die Übertragbarkeit auf räumliche Getriebe. Neben der Übertragungsfunktion selbst, finden auch ihre partiellen Ableitungen nach der Lagegröße q Eingang in die Systemgleichungen

$$U'(q)=\frac{\partial U(q)}{\partial q};\ U''(q)=\frac{\partial^2 U(q)}{\partial q^2};\ U'''(q)=\frac{\partial^3 U(q)}{\partial q^3};\quad \text{etc.} \tag{3.2/4}$$

Diese Ableitungen werden als Übertragungsfunktion erster, zweiter, dritter, etc. Ordnung bezeichnet. Übertragungsfunktionen bilden die zentrale Nichtlinearität des Systems ab. Daher wird ihnen bei vielen Entwurfsschritten eine besondere Bedeutung zukommen. Beispielsweise kann das Erreichen von singulären Stellungen, die weiter unten noch erläutert werden, anhand der Nullstellen bestimmter Übertragungsfunktionen erster Ordnung identifiziert werden. Diese Eigenschaft wird ausgenutzt, um singuläre Stellungen bei der Störgrößenaufschaltung (Abschnitt 6.2.1) oder bei der Trajektorienplanung (Abschnitt 7.1) automatisch zu erkennen und geeignet zu behandeln.

Die kinematischen Lage- bzw. Übertragungsfunktionen erster und zweiter Ordnung U’(q) und U’’(q) haben einen erheblichen Einfluss auf die kinetostatischen Bauteilbelastungen. Die Beschleunigungen jeglicher Körper von Starrkörpergetrieben mit dem Laufgrad 1 und der zugehörigen Antriebsgröße q(t) können durch das zweifache zeitliche Ableiten geeigneter Lagefunktionen U(q) ermittelt werden.

$$\ddot{U}(t)=\frac{d^2 U(q(t))}{dt^2}=U''(q)\,\dot{q}(t)^2+U'(q)\ddot{q}(t) \tag{3.2/5}$$

Dementsprechend lassen sich alle Kraftgrößen F_m, die durch Massenkräfte verursacht werden, in der Form

$$F_m(t)=m_m(q)\cdot\ddot{q}(t)+g_m(q)\cdot\dot{q}^2(t) \tag{3.2/6}$$

angeben, [Dresig und Rockhausen 2002] und [Dresig und Rockhausen 2005]. Die verallgemeinerten Massen $m_m(q)$ und die Terme $g_m(q)$ sind stellungsabhängige Faktoren, die außerdem von den kinematischen Abmessungen und von den Masseparametern eines Mechanismus abhängig sind. Die Kraftgrößen $F_m(t)$ werden als verallgemeinerte kinetostatische Kräfte bezeichnet. Es kann es sich um Lager- oder Gelenkkräfte handeln, aber auch um das Antriebsmoment oder die Biege- und Torsionsmomente beliebiger Getriebeglieder. Daher ist die Gl. (3.2/6) geeignet, um daraus für die kinematische Maßsynthese (Abschnitt 3.4) Synthesegleichung zur Minimierung des Spitzen-Antriebsmoment zu formulieren. Sie liefert die algebraischen Zusammenhänge zwischen dem Spitzenmoment und den kinematischen Abmessungen, um letztere auf einen gewählten Antrieb (s. Abschnitt 5.3) abstimmen zu können. Das Vorgehen wird im Abschnitt 4.4.3 erläutert, allerdings

mit dem Unterschied, dass dort die Belastung eines elastischen Freiheitsgrads anstelle des Spitzenantriebsmoments als Zielgröße verwendet wird.

Das dynamische Verhalten eines Starrkörpermechanismus, bei dem neben den Massenkräften auch weitere Kräfte (z. B. Feder- oder Dämpferkräfte) wirken, wird durch eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung beschrieben.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},\mathrm{t})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t}) = \mathbf{d}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t}) \tag{3.2/7}$$

Darin ist $\mathbf{M}(\mathbf{q},\mathrm{t})$ die Massenmatrix, $\mathbf{g}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t})$ der Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte, $\mathbf{d}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t})$ der Vektor der verallgemeinerten Kräfte und $\mathbf{q}$ der Vektor der Minimalkoordinaten, deren Anzahl dem Wert für den Freiheitsgrad entspricht. Der Vektor der verallgemeinerten Kräfte kann dabei mit Hilfe der Jacobimatrizen der Translation $\mathbf{J}_{\mathrm{Ti}}$ und der Rotation $\mathbf{J}_{\mathrm{Ri}}$ aus den eingeprägten Kräften $\mathbf{f}_{\mathrm{Ei}}$ und Momenten $\mathbf{m}_{\mathrm{Ei}}$ auf die p Körper des Systems i = 1..p gewonnen werden, [Corves 2007]:

$$\mathbf{d} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{p}} \left(\mathbf{J}_{\mathrm{Ti}}^{\mathrm{T}} \mathbf{f}_{\mathrm{Ei}} + \mathbf{J}_{\mathrm{Ri}}^{\mathrm{T}} \mathbf{m}_{\mathrm{EiP}} \right) = \mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}} \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E}} \tag{3.2/8}$$

$$\mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{\mathrm{T1}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{J}_{\mathrm{T2}}^{\mathrm{T}} & \cdots & \mathbf{J}_{\mathrm{Tp}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{J}_{\mathrm{R1}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{J}_{\mathrm{R2}}^{\mathrm{T}} & \cdots & \mathbf{J}_{\mathrm{Rp}}^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \quad ,$$

$$\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E}} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{\mathrm{E1}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{f}_{\mathrm{E2}}^{\mathrm{T}} & \cdots & \mathbf{f}_{\mathrm{Ep}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{m}_{\mathrm{E1P}}^{\mathrm{T}} & \mathbf{m}_{\mathrm{E2P}}^{\mathrm{T}} & \cdots & \mathbf{m}_{\mathrm{EpP}}^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{3.2/9}$$

Offensichtlich gehen alle eingeprägten Kräfte und Momente linear in die nichtlineare Bewegungsgleichung ein. Dieser Zusammenhang wird sich bei dem Entwurf von Vorsteuerungen und Regelungen als vorteilhaft erweisen. Der Vektor der eingeprägten Kräfte und Momente $\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E}}$ kann in zwei Anteile, nämlich in die Stellgrößen $\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E},\mathbf{u}}$, die durch Aktuatoren als Eingangsgrößen auf das System wirken, und in die restlichen Kräfte und Momente $\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E,rest}}$, die aus regelungstechnischer Sicht auch als Störgrößen betrachtet werden können, aufgeteilt werden.

$$\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E}} = \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E},\mathbf{u}} + \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E,rest}} \;\Rightarrow\; \mathbf{d} = \mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}} \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E},\mathbf{u}} + \mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}} \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E,Rest}} \tag{3.2/10}$$

Der Vektor $\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E},\mathbf{u}}$ hat genau wie der Vektor $\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E}}$ entsprechend der sechs Freiheitsgrade je Körper 6 p Elemente, von denen allerdings in der Regel ein großer Teil Null ist. Durch Streichen der Null-Zeilen in $\bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E},\mathbf{u}}$ entsteht ein Vektor $\mathbf{u}$ mit ebensoviel Einträgen, wie Stellgrößen vorhanden sind. Durch Streichen der entsprechenden Spalten in $\mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t})$ kann der Term $\mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}} \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E},\mathbf{u}}$ leicht in die Form $\bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}$ überführt werden. Mit der Eingangsmatrix $\bar{\mathbf{B}}$ kann die Gleichung (4.2/1) mit $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t}) = \mathbf{g}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t}) - \mathbf{J}_{\mathrm{ges}}^{\mathrm{T}} \bar{\mathbf{d}}_{\mathrm{E,rest}}$ immer auch in der Form

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},\mathrm{t})\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathrm{t}) = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} \tag{3.2/11}$$

geschrieben werden. Bei gewöhnlichen mechanischen Systemen ist die Massenmatrix $\mathbf{M}$ regulär, so dass die Gleichung (3.2/7) in eine Differentialgleichung erster Ordnung überführt werden kann, wie in Abschnitt 4.2 noch erläutert wird. Die Differentialgleichung ermöglicht es, aus den wirkenden

Kräften das resultierende Bewegungsverhalten zu bestimmen (1. Wittenbauersche Grundaufgabe) oder umgekehrt unter Berücksichtigung der äußeren Kräfte und Momente, die für die gewünschte Bewegung erforderlichen kinetostatischen Antriebskräfte und –momente zu berechnen (2. Wittenbauersche Grundaufgabe), [Volmer u. a. 1995]. Letztere Berechnung wird beispielsweise bei dem Vorsteuerungsentwurf (Abschnitt 7.1) oder bei der Störgrößenaufschaltung (Abschnitt 6.2.1) verwendet, um elastizitätsbehaftete Systeme bezüglich der Starrkörperbewegung zu linearisieren. Die Lösung der 2. Wittenbauerschen Grundaufgabe, also des inversen dynamischen Problems, ist nicht immer möglich. Wenn die Eingangsmatrix $\overline{\mathbf{B}}$ nicht regulär und damit nicht invertierbar ist, kann kein Eingangsvektor **u** bestimmt werden, der die gewünschte Bewegung realisiert. Der Vektor auf der linken Seite von Gl. (3.2/11) liegt außerhalb des Raums, der von den Spalten der Eingangsmatrix $\overline{\mathbf{B}}$ aufgespannt wird, [Ider 2005]. Der Rangabfall tritt in besonderen Getriebestellungen auf, die als singuläre Stellung bezeichnet werden. Genauer gesagt handelt es sich um Antriebs-Singularitäten. Daneben existieren noch weitere Klassen von Singularitäten, die aber für Systeme mit einem Antriebsfreiheitsgrad nicht von Bedeutung sind. Für weitergehende Information sei auf die Literatur verwiesen, z. B. [Gosselin und Angeles 1990], [Ider 2005] [Merlet 1989] und [Martins und Guenther 2003]. Singularitäten werden im Abschnitt 6.1.2 bei der Transformation der Systemgleichungen auf Normalformen zwecks Klassifikation der Systeme eine wichtige Rolle spielen.

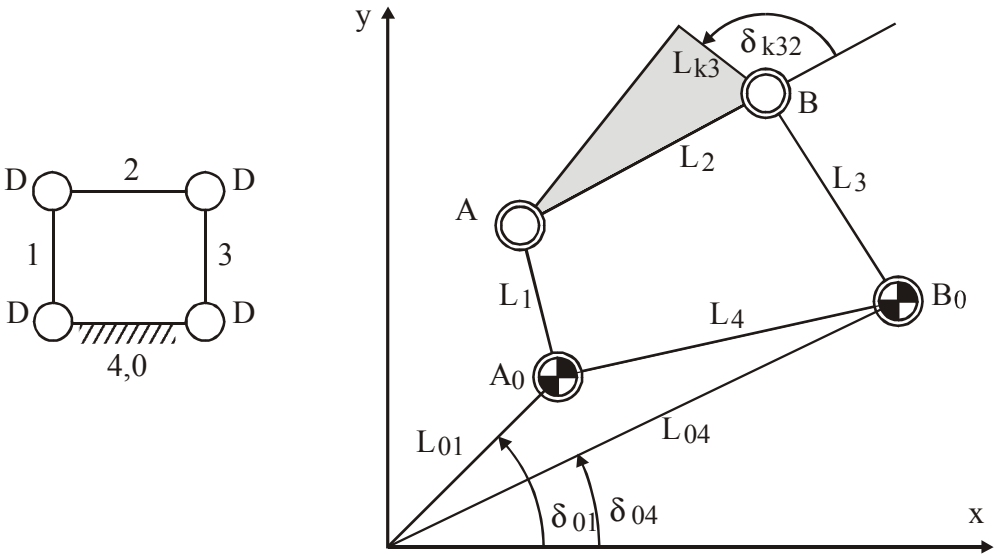


Bild 3.2/1: Kinematisches Strukturbild und kinematisches Schema einschließlich kinematischer Abmessungen eines Kurbelgetriebes

Die gestaltbaren Systemparameter eines Starrkörpermechanismus sind die kinematische Struktur, die kinematischen Abmessungen und die Massen bzw. Massenträgheitsmomente der Bauteile. Als kinematische Struktur wird die Topologie des Getriebes, die durch die Anzahl der Getriebeglieder und die Festlegung der Verknüpfung der Glieder durch Gelenke gekennzeichnet ist, bezeichnet, [Kerle u. a. 2007]. Erst wenn diese Strukturinformationen um Informationen über die kinematischen Abmessungen, ergänzt werden, kann die Kinematik des Getriebes durch Übertragungsfunktionen

vollständig beschrieben werden. Die Werte der kinematischen Abmessungen definieren die Abstände und Kreuzungswinkel der Gelenkachsen sowie die Lage des Abtriebsorgans auf dem zugehörigen Getriebeglied. In **Bild 3.2/1** ist links das kinematische Strukturbild und rechts das kinematische Schema eines Kurbelgetriebes zu sehen. Es sind einige konstante Längen und Winkel als Beispiel für kinematische Abmessung eingezeichnet. Je nach Aufgabenstellung können aber auch andere Längen und Winkel als kinematische Abmessung verwendet werden.

In den nachfolgenden drei Abschnitten werden Werkzeuge und Methoden für die Bestimmung der Parameterwerte der drei angesprochenen Klassen von gestaltbaren Systemparametern behandelt.

3.3 Prozessbaustein Struktursynthese

In einer frühen Entwicklungsphase muss die Struktur bzw. Topologie des Gesamtsystems bestehend aus dem Mechanismus mit elastischen Bauteilen, den Stellgliedern, den Messgliedern und dem Regelungssystem gemäß der technologischen und wirtschaftlichen Zielsetzungen konzipiert werden. Der Prozessbaustein der kinematischen Struktursynthese ist ein Bestandteil der Struktursynthese für das Gesamtsystem, welche im Abschnitt 7.2 ausführlicher beschrieben wird. Zur Bestimmung geeigneter kinematischer Strukturen eines Mechanismus, der die gewünschte Bewegung realisieren kann, existieren bewährte Methoden und auch einige Softwarewerkzeuge, die im ersten Teil dieses Abschnitts vorgestellt werden. Im zweiten Teil dieses Abschnitts wird auf die Einbindung der kinematischen Struktursynthese in den mechatronischen Gesamtentwurf eingegangen.

Die geometrischen Grundzüge der Bewegungstrajektorien werden im Wesentlichen durch die Kinematik eines Getriebes mit starren Bauteilen gestaltet. Abhängig von der Struktur des Getriebes unterscheidet sich beispielsweise die Ordnung der realisierbaren Koppelkurven oder es kann eine unterschiedlich große Menge **Y** von vorgegebenen Lagen des Abtriebsbauteils exakt erfüllt werden. Die Koppelkurven viergliedriger Getriebe (Bild 3.2/1) sind algebraische Kurven von maximal 6. Ordnung. Bei sechsgliedrigen Getrieben sind die Koppelkurven von maximal 18. Ordnung [Lohse 1983] und bei achtgliedrigen Getrieben von maximal 84. Ordnung, [Pennock und Hasan 2002]. Allgemeiner kann gesagt werden, dass die Klasse der realisierbaren Bewegungsfunktionen eine strukturelle Eigenschaft des Getriebes ist. Daher wird bei den in der Literatur bekannten Syntheseverfahren die endgültige Spezifikation der Sollbewegung bzw. Prozesstrajektorie (Abschnitt 3.1) direkt mit der Synthese der kinematischen Struktur des Bewegungssystems verbunden.

Eingangsgröße für den Prozessbaustein der kinematischen Struktursynthese sind unterschiedliche Beschreibungsformen der gewünschten Prozesstrajektorie. Die zum Teil rechnerbasierten Ansätze arbeiten immer mit Lösungssammlungen, die eine Zuordnung von den Bewegungsaufgaben und den kinematischen Eigenschaften eines Bewegungssystems enthalten. Sie haben zum Ziel, für die gegebene Bewegungsaufgabe einen passenden Mechanismus zu finden. Die Verfahren setzen Techniken zur Beschreibung des gewünschten Bewegungsverhaltens und des erzeugenden Mechanismus sowie einen Algorithmus zur Findung des Mechanismus voraus. Sie können dementspre-

chend bezüglich der Repräsentationsform für das Bewegungsverhalten, bezüglich der Repräsentationsform für den Mechanismus und bezüglich des Algorithmus klassifiziert werden. Im Folgenden werden einige Syntheseverfahren beginnend mit sehr spezifischen hin zu immer abstrakteren Repräsentationsformen vorgestellt.

Die funktionsorientierten Verfahren zur Struktursynthese gehen unmittelbar von einer Beschreibung der Funktion des Bewegungssystems, d.h. von der prozesstechnischen Repräsentationsform einer Bewegungsaufgabe aus, um ein geeignetes Bewegungssystem zu finden. Aufgrund des Fehlens einer allgemeinen Theorie, die die Funktion (Bewegungsaufgabe) und die kinematische Struktur des Bewegungssystems in Verbindung setzt, [Subramanian und Wang 1993a], existieren nur wenige Lösungssammlungen, die den Versuch unternehmen, die vielfältigen Bewegungsaufgaben zu katalogisieren und ihnen kinematische Strukturen und zum Teil auch kinematische Abmessungen zuzuordnen. Hier sind unter anderem [Artobolevsky 1975, 76, 77], [Belfiore und Pennestri 1997], [Chakrabarti und Bligh 1983], [Chakrabarti 1991], [Chironis 1965], [Kota und Chiou 1992], [Miller 1981] und [Jones u. a. 1930-1967] zu nennen.

Für die Bewegungsspezifikation in Verbindung mit einer Struktursynthese bewährt haben sich Lösungssammlungen, die nicht Bewegungsaufgaben katalogisieren, sondern umgekehrt die Getriebestrukturen katalogisieren und diesen die realisierbaren Bewegungsaufgaben zuordnen. Sie werden als verhaltensorientierte Syntheseverfahren bezeichnet, da die Kataloge auf dem Verhalten der Getriebestrukturen basieren. Die Klassifikation der Bewegungsaufgaben richtet sich also nach den kinematischen Grundstrukturen. Neben den Lösungssammlungen einzelner Autoren, wie z. B. [Bock 1982], [Dittrich 1985], [Dittrich und Wehn 1988], [Dittrich u. a. 1995], [Ewald 1975], [Freudenstein und Dobrjanskyj 1964], [Freudenstein und Maki 1979], [Hain 1967], [Hain 1973] und [Günzel 1995], sind hier vor allem auch die zahlreichen VDI Richtlinien [VDI 1987a], [VDI 1989], [VDI 1991a], [VDI 1991b], [VDI 1991c], [VDI 1991d], [VDI 1991e], [VDI 1995], [VDI 1996], [VDI 1999a], [VDI 1999b], [VDI 2002] und [VDI 2004a] von Bedeutung. Häufig wird das gewünschte Ein- / Ausgangsverhalten in einfache Teilfunktionen zerlegt. Mehrere Mechanismen aus einer Lösungssammlung, die jeweils einzelne Teilfunktionen realisiert können, werden dann zu einem Gesamtmechanismus kombiniert.

Neben diesen funktions- bzw. verhaltensorientierten Ansätzen sind der Vollständigkeit halber auch strukturorientierte Ansätze zu nennen. Sie basieren darauf, die Gesamtheit aller möglichen Getriebestrukturen für verschiedene Anzahlen von Gliedern und Gelenken zu finden und bezüglich ihrer Eignung für die vorliegende Aufgabe zu analysieren [Crossley 1964], [Franke 1948], [Hain 1955]. Die Verwendung der Graphentheorie ist dabei für die Getriebedarstellung vorteilhaft, [Lu und Leinonen 2005]. Es ist allerdings eine erhebliche Rechenleistung notwendig, um unter allen Getriebestrukturen die beste zu finden. Die Lösungsfindung kann aber z. B. durch genetische Algorithmen beschleunigt werden, [Liu und McPhee 2005].

Datenbanken sind ein geeignetes Softwarewerkzeug zur rechnerunterstützten Anwendung von Lösungssammlungen. Untersuchungen zum Aufbau und zur Generierung von Wissensdatenbanken

finden sich beispielsweise in [Corves und Niemeyer 2004], [Corves u. a. 2005], [Dusch 2001], [Niemeyer 2000] und [Niemeyer 2003]. Für die automatisierte Nutzung der Lösungssammlung ist es notwendig, dass die produktionstechnische Repräsentation bzw. Beschreibungsform der Bewegungsaufgabe zunächst vom Konstrukteur in eine technologieorientierte, auf die Eigenschaften von Bewegungssystemen zugeschnittene Beschreibungsform umgewandelt wird. Die Beschreibung erfolgt durch solche Merkmale, die für die Klassifikation von Abtriebsbewegungen der Getriebe in einer Lösungssammlung geeignet sind. In [Schönherr 2001] wird eine Klassifikation von Führungsbewegungsaufgaben vorgestellt, die weitgehend auf eine Realisierung der Bewegung durch ebene Kurven-Kurbelgetriebe zugeschnitten ist. Die Klassifikationsmerkmale werden in [Matthes und Schönherr 2000] und [Matthes 2002] herangezogen, um in einem Softwarewerkzeug eine grafische Eingabe einer Führungsbewegung zur gewähren und anschließend die Auswahl möglicher Strukturen aus einer Wissensdatenbank vorzunehmen. Die Entscheidung, welche der möglichen Strukturen gewählt wird, liegt letztendlich beim Konstrukteur, da hier ähnlich wie bei der Bewegungsspezifikation vielfältige und anwendungsfallspezifische Randbedingungen berücksichtig werden müssen, [Matthes 2002]. Unterstützt wird diese Entscheidung durch weitere Werkzeuge für die automatisierte Maßsynthese und CAD-basierte Grobgestaltung aller Getriebe aus der Datenbank.

In den im Abschnitt 2 bereits erwähnten Forschungsarbeiten zu „selbstoptimierenden Systemen des Maschinenbaus“ ([Gausemeier 2005a] und [Gausemeier 2005b]) wird eine verhaltensorientierte Synthesestrategie, die auf Methoden des Software-engineerings zurückgreift, entwickelt. Die Ermittlung von Prinziplösungen selbstoptimierender mechatronischer Systeme im Rechner umfasst und erweitert die Aufgaben der Bewegungsspezifikation und Struktursynthese für ein spezielles Bewegungssystem. Sie stellt große Herausforderungen an die Spezifikationstechnik. In [Hestermeyer u. a. 2004] wird beispielsweise sowohl die Trajektorie für ein Schienenfahrzeug geplant als auch die optimale Konfiguration des Fahrwerks ermittelt. Im Hinblick auf die im Rechner erfassten Aspekte zur Beschreibung der Umfelder, Anwendungsfälle und Zieldefinitionen, werden bekannte Lösungselemente durch geeignete Algorithmen iterativ zu optimalen Prinziplösungen kombiniert, [Giese u. a. 2004].

Auch Expertensysteme sind ein Beispiel für Softwarewerkzeuge die verhaltensorientierte Synthesestrategien umsetzen und dabei auf Lösungssammlungen zurückgreifen, [Müller 1997] und [Han 1999]. Schließlich bieten algebraische Ansätze eine vielversprechende Möglichkeit, die Struktursynthese in eine durch Rechnerwerkzeuge automatisierte ganzheitliche Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme einzubeziehen. So können Bewegungen z. B. abstrakt durch Vektoren und Eigenschaften (z. B. Umlaufsinn) beschrieben werden, [Kota 1990], was die Möglichkeit eröffnet, sie mit den Methoden der Algebra zu behandeln. Die abstrakten Methoden der Mathematik sind geeignet, um Bewegungen und Getriebe allein durch qualitative strukturelle Eigenschaften zu beschreiben. Damit sind die Voraussetzungen geschaffen, um die Bewegungen und die Aufgabe des Mechanismus durch algebraische Moduln zu beschreiben. Diese sehr abstrakte Repräsentation eines Bewegungssystems wird z. B. in [Joskowicz und Neville 1992] entwickelt und angewendet. Die Repräsentation eines konkreten kinematischen Schemas ist aber auch mit den Mitteln der Graphen-

theorie möglich. Beide Repräsentationsformen werden in [Subramanian und Wang 1993a] verwendet. In [Subramanian und Wang 1993b] wird ein darauf aufbauender constraint basierter Algorithmus zur Synthese der Getriebe vorgestellt. Das Vorgehen in [Hoover und Rinderle 1989] ist ähnlich, beschränkt sich aber auf Systeme mit ausschließlich Drehfreiheitsgraden.

Häufig sind mehrere Strukturen geeignet, die geforderten Bewegungsaufgaben zu erfüllen, so dass zunächst mehrere Lösungen verfolgt werden müssen. Im fortschreitenden Auslegungsprozess können dynamische Systemeigenschaften und weitere Kriterien herangezogen werden, um die günstigste Struktur auszuwählen. Ein Beispiel für solche dynamischen Kriterien sind die Frequenzanteile, die in den Bewegungsverläufen enthalten sind. Viele Eigenschaften des Bewegungssystems zeigen sich erst bei der Detaillierung des Systems. So wird in [VDI 1999c] für mehrere zur Auswahl stehende Getriebestrukturen ein Massenausgleich vorgenommen, um diejenige Struktur zu bestimmen, die zu einem Bewegungssystem mit möglichst geringsten Gestellkräften führt. Die eingangs dargestellten Syntheseverfahren berücksichtigen keine dynamischen Kriterien. Sie konzentrieren sich ausschließlich auf das Ziel der Realisierung der Prozessbewegung, die in einem engen Zusammenhang mit einer strukturellen Eigenschaft der Getriebe, nämlich der Klasse der realisierbaren Bewegungsfunktion, steht. Im unmittelbaren Zusammenhang mit der Klasse der Bewegungsfunktion steht auch die Klasse der inversen dieser Funktion, die in späteren Berechnungsschritten für die kinematische Rückwärtsrechnung benötigt wird. Für das dynamische Systemverhalten gewinnen zwei weitere strukturelle Eigenschaften an Bedeutung. Dies sind die Existenz von Strukturwechseln und die Existenz und Häufigkeit singulärer Stellungen (s. Abschnitt 3.2), die während des Betriebs auftreten können.

Strukturwechsel bedeuten dass Kopplungen im System nicht dauerhaft existent sind, so dass die Systemtopologie und dementsprechend auch die strukturellen Systemeigenschaften sich ändern. Dadurch verändern sich die algebraischen Systemgleichungen und es liegt gegebenenfalls sogar eine neue Systemklasse vor. Strukturwechsel treten beispielsweise bei Malteserkreuzgetrieben und anderen Schrittgetrieben oder bei Freiläufen und einseitigen Kontakten, die sich während des Prozesses öffnen und schließen, auf. Sie bedeuten eine Unstetigkeit, die unter anderem bei Reglern zu Stabilitätsproblemen führen kann, wenn sie bei der Reglerauslegung nicht angemessen berücksichtigt wird (s. Abschnitt 6.2.2). Strukturwechsel sind bei den hier betrachteten Bewegungssystemen insgesamt eher selten zu finden und werden daher nur am Rande betrachtet.

Singuläre Stellungen können hingegen bei der Mehrzahl der Getriebestrukturen existieren. Das tatsächliche Auftreten der Singularitäten ist aber nicht allein von der Struktur, sondern auch von den kinematischen Parametern abhängig. Die Existenz von singulären Stellungen ist insbesondere beim Entwurf von Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung (Abschnitt 6.2) und bei der Trajektorienplanung (Abschnitt 7.1) bedeutsam. Hier wird ein zusätzlicher Aufwand notwendig, um das System durch Singularitäten hindurch zu führen und einige Minderungsmaßnahmen verlieren in den singulären Stellungen ihre Wirksamkeit. Daher muss die kinematische Struktur in diesem Fall und auch in anderen Entwurfsphasen, wenn z. B. die dynamischen Anforderungen an den Antrieb zu

hoch sind (Abschnitt 5.3), immer wieder überdacht und eventuell verändert werden. Insgesamt ist ein iteratives Durchlaufen der Struktursynthese geeignet, um neben der Bewegungserzeugung auch dynamische Anforderungen zu berücksichtigen und so das Potential einer integrativen Auslegung des Bewegungssystems auszunutzen.

Auf die Anwendung einer formellen Struktursynthese für das Beispielsystem wird verzichtet. Es wird ein ebenes viergliedriges Kurbelgetriebe, dessen Strukturbild in Bild 3.2/1 bereits dargestellt wurde, untersucht. Diese Struktur ist die einfachste mögliche Struktur, die bei ausschließlicher Verwendung von Drehgelenken eine geschlossene kinematische Kette und einen Antriebsfreiheitsgrad aufweist. Sie kann aufgrund der Verwendung von Drehgelenken mit wenig Aufwand und preiswert gefertigt werden und später bei Bedarf zu einem Getriebe mit mehr Gliedern erweitert werden. Für die Demonstration der Methoden zur Schwingungsminderung kann eine skalare oder mehrdimensionale Abtriebsbewegung gewählt werden. Dadurch, dass die Abtriebsgrößen so gewählt werden können, dass der Antrieb nicht unmittelbar auf diese Abtriebsgröße wirkt, können während der Bewegung Antriebssingularitäten auftreten. Auf deren Bestimmung wird für das Beispielsystem im nachfolgenden Abschnitt noch eingegangen.

3.4 Prozessbaustein Kinematische Maßsynthese

Die Festlegung der kinematischen Abmessungen eines Starrkörpermechanismus wird als Maßsynthese bezeichnet. Dabei werden die kinematischen Abmessungen so bestimmt, dass die Prozesstrajektorie mit einer einfachen, zumeist umlaufenden Antriebsbewegung realisiert werden kann. Ungleichmäßig übersetzende Getriebe gestatten die exakte Erfüllung von Bewegungsaufgaben im Allgemeinen nur für Bewegungsaufgaben, die aus einer kleinen Menge **Y** von vorgegebenen Abtriebslagen bestehen. Die Anzahl der Lagen ist dabei abhängig von der Getriebestruktur. Die kinematischen Abmessungen können mit klassischen Verfahren zur Genaulagensynthese bestimmt werden. Diese Syntheseverfahren sind zumeist für bestimmte kinematische Strukturen spezifisch und werden in zahlreichen Lehrbüchern zur Getriebetechnik erläutert; z. B. in [Burmester 1888], [Erdman 1993], [Erdman und Sandor 1997], [Flocke 1931], [Jahr und Knechtel 1938], [Kerle u. a. 2007], [Lichtenheld 1961], [Luck und Modler 1987], [Rauh 1954], [Volmer 1976] und [Volmer u. a. 1995] und in den VDI-Richlinien (z. B. [VDI 1984], [VDI 1987a], [VDI 1989], [VDI 1994] und [VDI 1999b]. Vereinzelt findet sich auch eine Anwendung dieser Verfahren auf nicht exakte Bewegungsvorgaben (z. B. in [Kalnas und Kota 2001], [Lin 1995]). Eine größere Menge von Lagen kann nur näherungsweise erfüllt werden, so dass in diesen Fällen Optimierungsverfahren zur Maßsynthese verwendet werden müssen.

Ausgangspunkt der Maßsynthese ist die Formulierung der Syntheseaufgabe durch die Vorgabe mehrerer Lagen durch Positionen und Orientierungen des Abtriebsorgans, die aus dem Prozessbaustein Bewegungsspezifikation (Abschnitt 3.1) folgen. Die Verfahren zur Festlegung der kinematischen Abmessungen können in grafische und rechnerische Verfahren eingeteilt werden. Grafische Verfahren können mit Geometrieprogrammen [Corves 2004a] oder CAD-Systemen [Corves und

Niggemann 2004] automatisiert werden. Bei den rechnerischen Verfahren wird die Syntheseaufgabe häufig zunächst algebraisch durch polynomiale Gleichungssysteme formuliert, [Bottema und Roth 1990], [Dittrich u. a. 1983], [Innocenti 1995a], [Innocenti 1995b] und [Salmon 1985]. Zwei konkrete Verfahren zur kinematischen Maßsynthese, die im Rahmen der passiven Schwingungsminderung angewendet werden, werden in den Abschnitten 4.4.2 und 4.4.3 kurz erläutert. Im Allgemeinen müssen die Gleichungssysteme aufgrund ihrer Größe in der Regel numerisch gelöst werden, wofür vielfältige Berechnungsverfahren zur Verfügung stehen. Zu nennen sind hier beispielsweise die nichtlineare Optimierung, das Bootstrap- und das Homotopieverfahren ([Schreiber 2000], [Garcia und Zangwill 1981], [Stolle und Corves 2002], [Stolle u. a. 2004], [Stolle 2005], [Luo und Dai 2007], [Sánchez Marín und Pérez Gonzáles 2003], [Sánchez Marín und Pérez Gonzáles 2004], [Sancibrian u. a. 2004], [Smaili und Diab 2007], [Starns und Flugrad 1993], [Subbian und Flugrad 1991] und [Subbian und Flugrad 1993]) sowie die Intervallanalyse ([Hargreaves 2002], [Rump 1999]) und neuronale Netze ([Vasiliu und Yannou 2001]). In [Corves und Harmeling 2007] wird ein Verfahren vorgestellt, bei dem die Formulierung der Syntheseaufgabe anschaulich und komfortabel durch ein geeignetes Mehrkörpermodell unter Verwendung von Standard-Modellelementen und der grafischen Benutzeroberfläche eines Mehrkörpersimulationsprogramms erfolgt. Vom MKS-Programm wird dann intern ein differential algebraisches Gleichungssystem (Deskriptor-System) erstellt und gelöst.

Das Beispielsystem, das in dieser Arbeit theoretisch und experimentell untersucht werden soll, muss keine bestimmte Prozessbewegung realisieren. Daher wurden die kinematischen Abmessungen (s. Bild 3.2/1) so gewählt, dass ein umlauffähige Kurbelschwinge entsteht:

$$L_1 = 0{,}2\ \text{m};\ L_2 = 0{,}5\ \text{m};\ L_3 = 0{,}4\ \text{m};\ L_4 = 0{,}5\ \text{m} \qquad (3.4/1)$$

Beim wiederholten Durchlauf des Prozessbausteins kinematische Maßsynthese können über die klassische Lagensynthese hinaus zusätzlich dynamische Anforderungen bei der Ermittlung der kinematischen Abmessungen angemessen berücksichtigt werden. Die berechneten Bahnabweichungen können beispielsweise für eine Anpassung der kinematischen Abmessungen an das dynamische Verhalten des Getriebes mit elastischen Bauteilen verwendet werden. Außerdem können Synthesegleichungen auf Basis der dynamisch relevanten kinematischen Übertragungsfunktionen höherer Ordnung erstellt werden, um die Schwingungsanregung gezielt zu gestalten. Diese beiden Ansätze werden erst in den Abschnitten 4.4.2 und 4.4.3 vorgestellt, da für das Verständnis zuvor noch wichtige Zusammenhänge erläutert werden müssen. Stellt sich in einem späteren Auslegungsschritt heraus, dass unerwünschte Singularitäten in bestimmten Bewegungsabschnitten auftreten, so können diese eventuell in andere Bewegungsabschnitte verlegt werden, indem ein Ersatzgetriebe, das eine identische Abtriebstrajektorie erzeugt, verwendet wird. Für das Beispielsystem können Ersatzgetriebe nach Roberts verwendet werden, [Roberts 1875], [Wampler 2004a], [Wampler 2004b].

Ergänzend zu den dynamischen Eigenschaften kann das Getriebe auch im Hinblick auf konstruktive Eigenschaften analysiert werden. [Hüsing 1996] entwickelte beispielsweise ein Rechnerprogramm, um die Empfindlichkeit des kinematischen Übertragungsverhaltens bezüglich Längentoleranzen der

Gliedlängen ebener Kurbelgetriebe zu berechnen, [Hüsing und Corves 1997]. [Eicker 2000] zog die Untersuchung von Gelenkspiel in diese Berechnungen ein. [Parenti-Castelli und Venanzi 2005] stellen eine Übersicht über existierende Algorithmen zur Toleranzanalyse zusammen und heben einen Algorithmus, der für statische und dynamische Berechnungen verwendet werden kann, hervor. Weitere Literaturquellen, die dieses Thema behandeln sind [Sacks u. a. 2002] und [Wittwer u. a. 2004]. Abhängig von den Ergebnissen der Toleranzuntersuchungen ist gegebenenfalls eine Neubestimmung der kinematischen Abmessungen oder ein Rücksprung zum Prozessbaustein Struktursynthese sinnvoll.

3.5 Prozessbaustein Bauteildimensionierung

Neben der kinematischen Struktur und den kinematischen Abmessungen sind die Bauteilmassen und Massenträgheitsmomente die dritte Gruppe der Gestaltungsparameter eines Starrkörpersystems. Durch eine Optimierung derjenigen Designparameter, durch die die Massen, die Lagen der Schwerpunkte und die Massenträgheitsmomente festgelegt werden, können die kinetostatischen Belastungen im Getriebe und die Wirkungen auf das Gestell beeinflusst werden. In der Richtlinie [VDI 1999c] und auch in der Literatur zur Maschinendynamik (z. B. [Krämer 1984], [Dresig 2006], [Mabie und Reinhotz 1987]) wird die Minimierung der kinetostatischen Anregung durch einen Massen- und Momentenausgleich und die Verringerung der Antriebsbelastung durch einen Leistungsausgleich umfassend behandelt. Dabei gilt es im Allgemeinen, einen Kompromiss zwischen den Gelenkkräften, den Gestellkräften und dem Antriebsmoment zu finden, wie auch [Kochev 2000] in seiner Arbeit feststellt. Im Hinblick auf die Auslegung mechatronischer Systeme ist die vorteilhafte Auswirkung eines Massenausgleichs auf das dynamische Verhalten geregelter Antriebe interessant. Die Abhängigkeit des Antriebsmoments von den Bauteilparametern und den kinematischen Abmessungen kann nach Gl. (3.2/6) algebraisch ermittelt werden. Die algebraischen Zusammenhänge bilden den Ausgangspunkt um im Rahmen eines Leistungsausgleichs nach der VDI-Richtlinie 2149 ([VDI 1999c]) ein möglichst kleines Spitzenmoment oder ein wenig schwankendes Antriebsmoment zu erhalten. [Zhang und Li 1999] und [Li u. a. 2000] optimieren die Masseparameter eines Kurbelgetriebes, um die dynamischen Eigenschaften des Mechanismus auf den PD-drehzahlgeregelten Antrieb abzustimmen. In [Ouyang und Zhang 2005] wird das reduzierte Massenträgheitsmoment eines fünfgliedrigen Handhabungsgeräts durch eine Veränderung der Massen und Schwerpunktslagen vergleichmäßigt. Dieses Vorgehen hat jedoch den Nachteil, dass die bewegten Bauteilmassen und damit auch die kinetostatischen Belastungen der Bauteile erheblich vergrößert werden. Mit einer erhöhten kinetostatischen Bauteilbelastung geht eine größere Deformation elastischer Bauteile einher. Daher führen [Yu und Lin 2003] statt zusätzlicher Massen einen zusätzlichen Stellmotor in dem abtriebsseitigen Gelenk (B_0) einer Kurbelschwinge mit elastischen Bauteilen ein, um die Wirkung der Massenkräfte auf die elastischen Bauteile zu reduzieren. Dieses Vorgehen führt allerdings bei dem Zusatzmotor naturgemäß zu einem Stellmoment, das mit dem erforderlichen Moment eines Direktantriebs vergleichbar ist. Die Zielsetzung der Verringerung der Auswirkung von Bauteildeformationen auf die Prozesstrajektorie kann auch durch eine Verände-

rung der kinematischen Abmessungen verfolgt werden, sofern die Bewegungsspezifikation den Spielraum dafür lässt. Eine Methodik für das Vorgehen wird in Abschnitt 4.4.3 vorgestellt.

Das kinetostatische Antriebsmoment, das sich als Lösung der 2. Wittenbauerschen Grundaufgabe aus Gl. (3.2/7) ergibt, kann außerdem für die Dimensionierung des Antriebs (s. Abschnitt 5.3) verwendet werden. Es ist aber auch für die strukturelle Entscheidung, ob statt des ungleichmäßig übersetzenden Getriebes ein Direktantrieb verwendet wird, nützlich. Links in **Bild 3.5/1** ist der Grobentwurf des Beispielsystems im Mehrkörpersimulationsprogramm dargestellt. Die Charakteristik des Antriebsmoments M(t) folgt aus der Gl. (3.2/6) und hängt sowohl von den Massen als auch von den kinematischen Übertragungsfunktionen ab. Eine Berechnung der Antriebsmomente für verschiedene Bauteildicken (rechts in Bild 3.5/1) zeigt für die Realisierung der schwingenden Bewegung des Abtriebsträgheitsmoments von 0,05 Kg m² nur bei Bauteildicken von weniger als 10 mm geringere Spitzenmomente als beim Direktantrieb. Der Einsatz eines Getriebes, das nicht in Leichtbauweise ausgeführt ist, ist also nicht sinnvoll, vorausgesetzt, der Direktantrieb genügt auch allen anderen dynamischen Anforderungen, die im Abschnitt 5.3 noch behandelt werden.

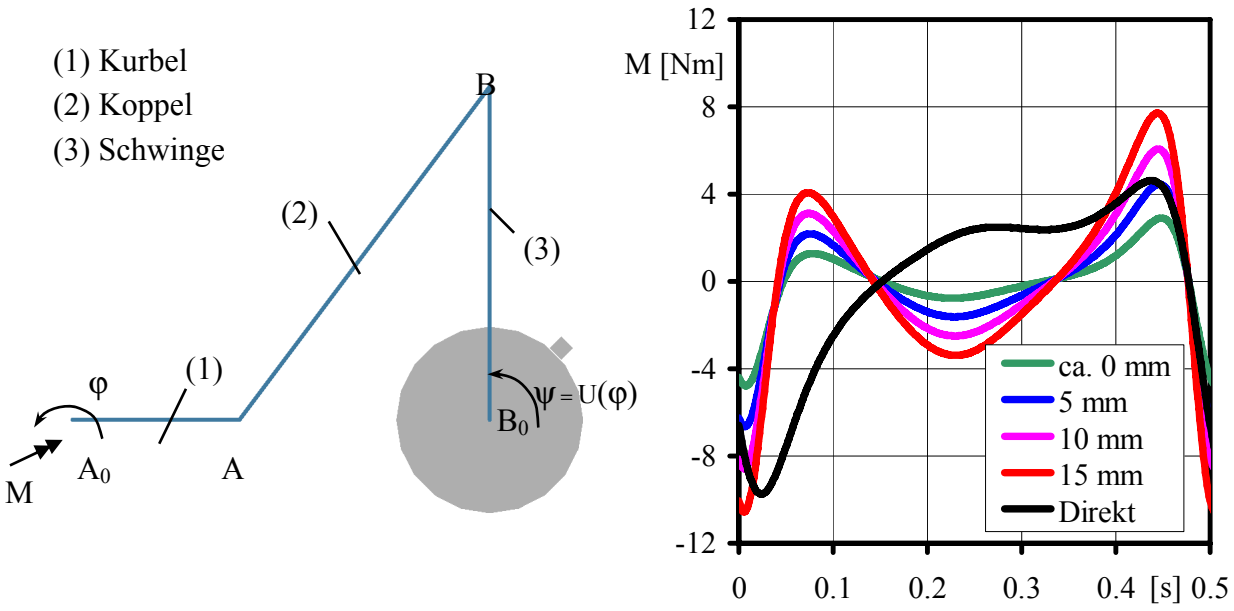


Bild 3.5/1: Erforderliches Antriebsmoment für einen Direktantrieb des Arbeitsorgans und für den Antrieb durch ein Kurbelgetriebe mit unterschiedlichen Bauteildicken

Im Hinblick auf die Antriebe ist gerade bei schnell laufenden Getrieben eine Leichtbauweise vorteilhaft. Nachteilig können allerdings zunehmende Elastizitäten sein, so dass die Bauteildimensionierung in vielen älteren Forschungsarbeiten als Optimierungsaufgabe formuliert und gelöst wurde. [Sung und Thompson 1984] nehmen eine Materialoptimierung vor, [Cleghorn u. a. 1981], [Erdman und Sandor 1972] sowie [Imam und Sandor 1973] optimieren die Querschnittsfläche und [Kahn u. a. 1978] und [Thornton u. a. 1979] optimieren sowohl die Querschnittsfläche als auch die Querschnittsform der Bauteile. Zum Einsatz kommen unterschiedliche numerische Optimierungsverfahren. Die Optimierung der Bauteilparameter mit dem Ziel der Vermeidung störender Schwingungen

bei gleichzeitig leichten Bauteilen gehört zur Gruppe der Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung. Von [Klanke und Dittrich 2001] wurde hierfür eine Software zur Analyse und Optimierung des Schwingungsverhaltens von ungleichmäßig übersetzenden Getrieben mit elektrischem Antrieb erstellt. Das Programm SALOP arbeitet weitgehend mit algebraischen Systemmodellen. Diese werden in dem Programm ausgehend von den technischen Daten des realen Systems automatisch erstellt. Die Verwendung von algebraischen Modellen ermöglicht es, die Datenbanken mit den berechenbaren Getriebe- und Motortypen um beliebige neue Typen zu erweitern, [Harmeling 1998]. Erst die Analyse- und Optimierungsrechnungen erfolgen numerisch.

Der ganzheitliche Ansatz zur Auslegung eines Bewegungssystems geht über die Zielsetzung der zuvor angesprochenen Optimierung hinaus. Der Mechanismus soll nicht zwangsläufig als System mit möglichst starren Bauteilen gestaltet werden. Beim wiederholten Durchlaufen der Bauteildimensionierung werden die elastischen Eigenschaften, die im nachfolgenden Abschnitt beschrieben werden, zunehmend in die Auslegung einbezogen. Auf die konkreten Zielsetzungen, die spezifischen Veränderungen an dem Bewegungssystem und auf die Methoden und Werkzeuge um diese Veränderungen vorzunehmen, wird an späterer Stelle bei der Beschreibung weiterer Maßnahmen zur Schwingungsminderung noch eingegangen.

Bei dem Demonstrationsbeispiel wird trotz der Ergebnisse aus Bild 3.5/1 nur die Schwinge (5) in elastischer Bauweise ausgeführt, um für spätere Erläuterungen möglichst übersichtliche Systemgleichungen zu erhalten. Bei der konstruktiven Umsetzung des Prüfstands, der in **Bild 3.5/2** dargestellt ist, wurde durch variable Klemmelemente berücksichtigt, dass die Schwinge in unterschiedlichen Dicken ausgeführt werden kann. Außerdem ist an der Koppel (4) eine Befestigungsmöglichkeit für gegebenenfalls elastische Abtriebsorgane vorgesehen. Als Hauptantrieb wird ein Synchron-Servomotor (1) eingesetzt und an den Gelenken B und B_0 sind demontierbare magnetorheologische Bremsen (7) angebracht. Sie können sowohl als Zusatzstellglieder fungieren als auch zum Aufbringen von Lasten verwendet werden. Das Abtriebsträgheitsmoment (6) beträgt 0,05 Kg m².

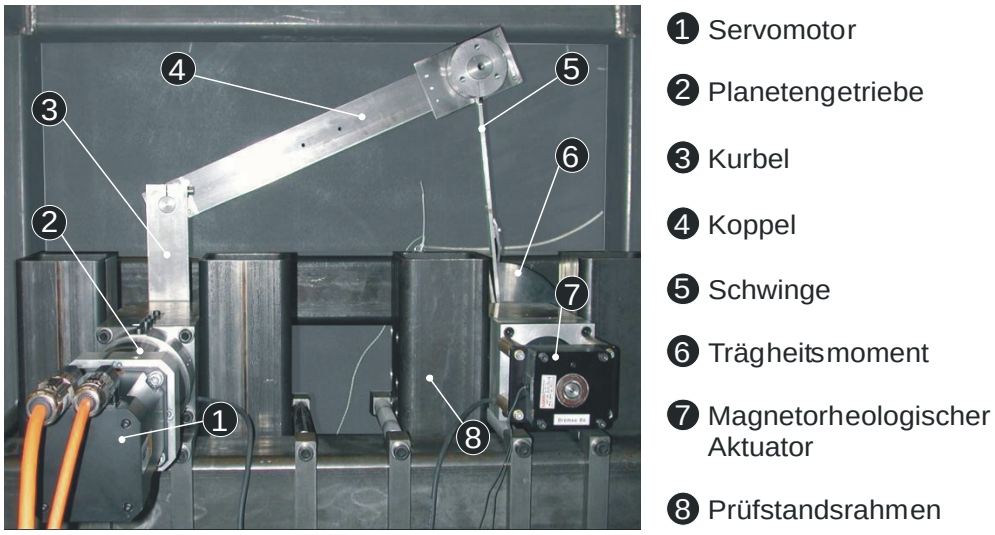


Bild 3.5/2: Kurbelgetriebeprüfstand mit elastischer Schwinge

4 Auslegung des elastischen Systemteils

Im vorherigen Kapitel wurde die Dynamik von Starrkörpersystemen als Differentialgleichung in den Antriebsfreiheitsgraden formuliert. Von der kinetostatischen Belastung aufgrund der Starrkörperbewegung geht eine Belastung und Schwingungsanregung für die elastischen Bauteile und den Antrieb aus. In den Antriebsfreiheitsgraden tritt eine Abweichung von der Starrkörperbewegung auf und es treten zusätzlich Deformationen in den elastischen Freiheitsgraden auf, so dass es zu einer Überlagerung der kinetostatischen und vibrodynamischen Effekte kommt. Wie die Schwingungsantwort des Systems auf die Anregung ausfällt, hängt stark von den elastodynamischen Eigenschaften des Mechanismus ab. Bei den späteren Auslegungsschritten sind je nach Berechnungsziel verschiedene Modellierungtiefen und -methoden für die Abbildung der elastodynamischen Eigenschaften geeignet. Daher wird im Abschnitt 4.1 zunächst erörtert, mit welchen Werkzeugen und Methoden die Bauteilelastizität modelliert werden kann. Auf eine Klasse von Modellen, die algebraischen Systemmodelle, wird im Abschnitt 4.2 ausführlicher eingegangen. Sie bilden die Grundlage für modellbasierte Maßnahmen zur Schwingungsminderung und gestatten außerdem eine strukturelle Analyse der Systeme sowie die Formulierung von Zusammenhängen zwischen Modellparametern und Schwingungserscheinung. Die ausreichend genaue Bestimmung der Modellparameter ist eine wesentliche Voraussetzung für die Robustheit der Maßnahmen zur Schwingungsminderung und wird im Abschnitt 4.3 behandelt. Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung, die sich auf die Veränderung von Designparametern des elastischen Systemteils und des Starrkörpersystemteils (vgl. Abschnitt 3.5) beschränken, werden im Abschnitt 4.4 diskutiert. Dabei werden die Eigenschaften des Antriebs und der Regelung in den Berechnungen berücksichtigt, auch wenn sie nicht verändert werden.

4.1 Prozessbaustein Modellierung der Elastizität

Im Zusammenhang mit der mathematischen und rechentechnischen Behandlung der Systemgleichungen kann bei den Modellen zwischen der Klasse der verteilt parametrischen und der Klasse der konzentriert parametrischen Modelle unterschieden werden. Ein elastisches Bauteil kann als verteilt parametrischer Kontinuumschwinger oder als konzentriert parametrisches Finite-Elemente- oder Mehrkörpermodell abgebildet werden. Die aufwändigste Modellierung durch Kontinuumsmodelle wird im Folgenden kurz skizziert. Für ausführliche Information sei auf die Fachliteratur verwiesen, z. B. [Altenbach und Altenbach 1994], [Mase 1970] und [Itzkov 2007].

Die Modellierung als Kontinuumschwinger erfolgt, indem für Volumenelemente des Bauteils Energieerhaltungsgleichungen aufgestellt und über das gesamte Volumen gelöst werden. Dazu werden die Deformationen bzw. Längenänderungen eines Volumenelements in Richtung eines rechtwinkligen oder schiefwinkligen Koordinatensystems durch Verzerrungstensoren beschrieben. Die Darstellung der Spannungen erfolgt durch Spannungstensoren. Ein Forschungsgebiet der Kontinuumsme-

chanik ist es, für unterschiedliche Materialien den richtigen Zusammenhang zwischen der Verzerrung und der Spannung zu beschreiben. Zwischen Spannungen und Dehnungen kann entsprechend des Hookschen Gesetzes oder des Saint Venon-Kirchhoffschen Gesetzes ein linearer Zusammenhang angenommen werden. Aber auch nichtlineare Zusammenhänge finden Anwendung. Der Green-Lagrange-Verzerrungstensor enthält z. B. eine nichtlineare Beschreibung der Dehnung bezogen auf den Ausgangszustand. Er kann aufgrund der nichtlinearen Terme auch für große Verformungen verwendet werden. Für kleine Verformungen kann der Verzerrungstensor linearisiert werden. [Chen und Chian 2001] zeigen allerdings am Beispiel einer Schubkurbel mit elastischer Koppel, dass die Verwendung eines linearisierten Verzerrungstensors bei der Modellierung der Koppel einen starken Einfluss auf die Simulationsergebnisse hat. Nur bei kleinen Längenverhältnissen zwischen Kurbel- und Koppellänge sowie bei Antriebswinkelgeschwindigkeiten deutlich unterhalb der 1. Eigenkreisfrequenz liefern die linearisierten Gleichungen ähnliche Ergebnisse wie die Rechnung mit dem nichtlinearen Green-Lagrange-Verzerrungstensor. Bei höheren Antriebswinkelgeschwindigkeiten führen die nichtlinearen Terme zu einer Versteifung des Systems. Außerdem zeigen die nichtlinearen Gleichungen bei der Berechnung der stationären Lösung ein chaotisches Verhalten.

Multipliziert man den Verzerrungstensor mit dem Spannungstensor, so erhält man die Arbeit, die bei der Deformation verrichtet wird. Dabei muss beachtet werden, dass die Beschreibung der Spannungen und der Dehnungen in identischen Koordinatensystemen erfolgt. Das Aufstellen der Energieerhaltungsgleichungen führt auf nichtlineare partielle Differentialgleichungen. Diese Differentialgleichungen können nur für einfache Geometrien auf analytischem Wege geschlossen gelöst werden und finden daher nur selten Anwendung. Abhängig von den gegebenen Randbedingungen und den Anregungsgrößen können mehrere, häufig unendlich viele Schwingungsformen als Lösung der partiellen Differentialgleichungen berechnet werden. Durch eine Idealisierung und Auswahl der relevanten Schwingungsformen können die partiellen Differentialgleichungen in gewöhnliche Differentialgleichungen überführt werden, [Gasch und Knothe 1989]. Die Auswahl der relevanten Eigenschwingungsformen kann intuitiv oder wie weiter unten beschrieben auch formell durch eine Modellkondensation erfolgen. Stabförmige Kontinuumschwinger können unter Vernachlässigung der Scherdeformation und der Massenträgheitsmomente der Balkenelemente als Euler/Bernoulli-Balken [Schuller 1995], oder ohne diese Vernachlässigung als Timoshenko-Balken [Gasch und Knothe 1989], [Timoshenko u. a. 1974] modelliert werden. Weitergehende Theorien berücksichtigen außerdem Querkontraktionseffekte. In der Literaturübersicht [Dwivedy und Eberhard 2006] ist eine Vielzahl von Literaturstellen mit Beispielen für Balkenförmige Bauteile mit unterschiedlichen Randbedingungen und Anregungen zusammengestellt. Als Alternative zur Verwendung von Timoshenko-Balken und anderen vereinfachten Ersatzmodellen mit elastischen Freiheitsgraden wird in [Dado 2005] die Verwendung von Starrkörpermodellen mit veränderlichen kinematischen Abmessungen vorgeschlagen. Die kinematischen Abmessungen werden als Funktion des Antriebswinkels so berechnet, dass die restlichen Getriebeglieder die gleiche Bewegung vollführen als wäre ein

elastischer Körper eingebaut. Da die Berechnung auf quasistatische Betrachtungen beruht, können diese Modelle jedoch nicht für Systeme in denen Schwingungen auftreten verwendet werden.

Ein einfaches algebraisches Systemmodell ist für die späteren modellbasierten Auslegungsschritte von zentraler Bedeutung. Die Erstellung konzentriert parametrischer Modelle für stabförmige Körper erfordert die für jeden Anwendungsfall spezifische Entscheidung, welche Eigenformen berücksichtigt werden sollen. Die Modelle führen auf die kompakteste Systembeschreibung in algebraischer Form, die außerdem die Informationen über die Einflüsse der Bauteilparameter enthält. Diese Art der Beschreibung von Elastizität ist wegen der geringen Anzahl an Modellparametern für die Auslegung von Bewegungssystemen besonders gut geeignet. Außerdem kann durch eine geschickte Erstellung von konzentriert parametrischen Modellen für das mechanische System mit Elastizitäten häufig erreicht werden, dass die Nichtlinearitäten des Systems allein durch die kinematischen Übertragungsfunktionen eines Starrkörpergetriebes (vgl. Abschn. 3.2) beschrieben werden kann, [Klanke und Dittrich 2001].

Die Modellierung der elastischen Schwinge des Beispielsystems aus Bild 3.5/2 wurde nach dem Vorgehen aus [Klanke und Dittrich 2001] mit einem Computer-Algebra-Programm umgesetzt. Links in **Bild 4.1/1** ist die Schwinge als Kontinuumsmodell dargestellt.

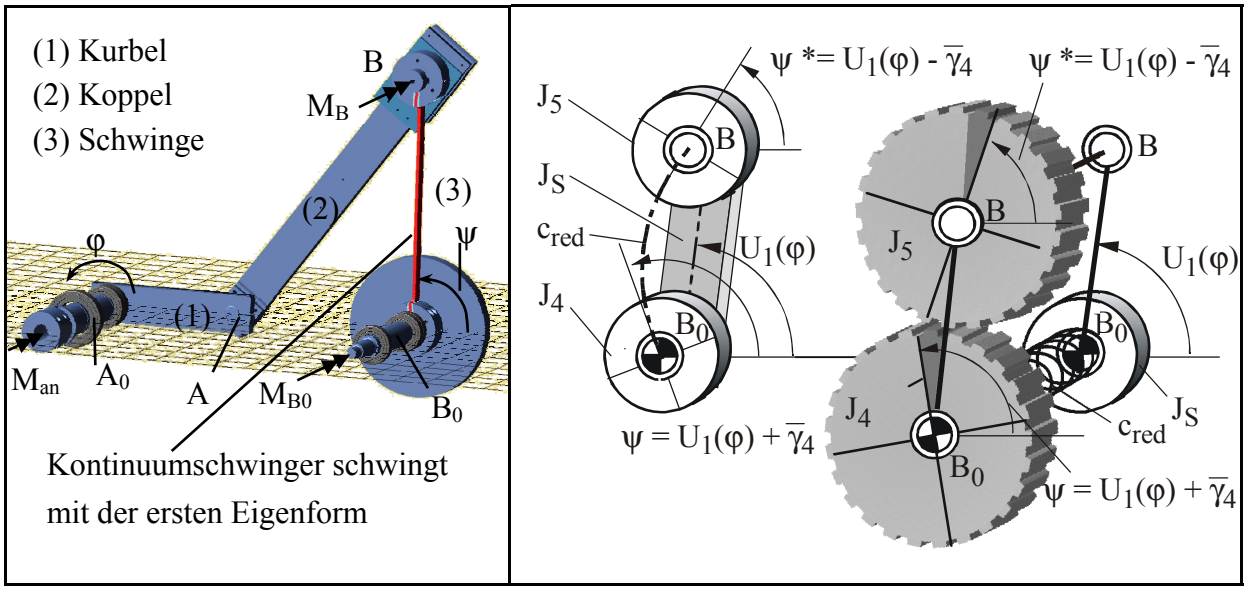


Bild 4.1/1: Erstellung eines konzentriert parametrischen Modells (rechts) für stabförmige Kontinuumschwinger (links)

Der Kontinuumschwinger wird als Euler/Bernoulli-Balken, der nur mit der ersten Eigenform der Biegung schwingt, modelliert. Dadurch entsteht ein System mit einem Schwingungsfreiheitsgrad, der bei dem Ersatzsystem durch eine Feder c_{red} ermöglicht wird. Die Dämpfungskonstante k_{red} wird nach dem in [Krämer 1984] beschriebenen Vorgehen anhand von Richtwerten für die Materialdämpfung in Stahl ermittelt. Rechts in Bild 4.1/1 sind zwei gleichwertige Repräsentationsformen

dieses Ersatzsystems dargestellt. Bei dem ersten Ersatzsystem sind die Massenträgheitsmomente J_4 und J_5 durch eine Blattfeder verbunden. Sie können sich relativ zum starren Körper J_S verdrehen. Bei dem zweiten Ersatzsystem ganz rechts ist J_4 über eine Torsionsfeder an das gestellfeste Gelenk B_0 des starren Stegs J_S angebunden. J_5 ist durch ein Drehgelenk in B am gleichen Steg gebunden und kämmt über eine Zahnradpaarung mit J_4. Der starre Körper J_S schließt als Schwinge die Masche des Starrkörper-Kurbelgetriebes. Durch diese Modellierung sind der nichtlineare und der elastische Systemteil voneinander getrennt. Vorteilhaft ist, dass bei diesen Verfahren der Modellbildung der Umfang des algebraischen Modells auf das technisch erforderliche Minimum reduziert wird.

Konzentriert parametrische Systeme führen zu differential-algebraischen Gleichungen, die sich auch immer durch eine Transformation auf Minimalkoordinaten in gewöhnliche Differentialgleichungen überführen lassen [Hadwich 1998]. Das Vorgehen wird in Abschnitt 4.2 erläutert. Zuvor werden die konzentriert parametrischen Modelle, die aus der Reduktion von Kontinuumschwingern folgten, den konzentriert parametrischen Finite-Elemente-Modellen gegenüber gestellt.

Bei der Finite-Elemente-Methode (FEM) steht eine räumliche Diskretisierung des Systems im Vordergrund. Eine komplexe Geometrie wird in eine begrenzte Anzahl einfacher Elemente (Stab, Balken, Schalenelemente, etc.) unterteilt. Die Elemente sind massebehaftete elastische Körper, die an einer endlichen Zahl von Knotenpunkten miteinander verbunden sind. Das Verformungsverhalten der Elemente wird für die Knotenpunkte durch ein dynamisches Kräftegleichgewicht beschrieben. Diese Diskretisierung führt zu den lokalen Bewegungsgleichungen, die durch die Verbindung der Knotenpunkte aller Elemente und unter Berücksichtigung der Randbedingungen, in die globalen Bewegungsgleichungen überführt werden. Die FEM ist insbesondere für die Modellierung komplexer Geometrien geeignet und in der Praxis aufgrund der Möglichkeit zu einer automatischen Vernetzung und der Verknüpfung von CAD- und FEM-Programmen weit verbreitet. Die FEM führt aber zu sehr großen Gleichungssystemen, die für die Verwendung der FE-Modelle in einem Mehrkörpersimulationsprogramm (MKS) oder für eine weitere analytische Behandlung, beispielsweise bei der Vorsteuerungs- und Reglerauslegung, noch kondensiert werden müssen. Die Kondensation erfolgt numerisch und wird von FE- und MKS-Programmen weitgehend automatisiert unterstützt. Die Matrizen, die das kondensierte Modell beschreiben, werden häufig in generischen Dateiformaten und gelegentlich auch im ASCII-Format abgelegt. [Theodore und Ghosal 2003] leiten her, dass bei der Verwendung der reduzierten Modelle Umsicht geboten ist, da eine Regelung auf Basis der Modellgleichungen instabil werden kann, wenn ein Modell mit zu hoch modellierten Eigenfrequenzen verwendet wird. Für die Anwendung der Programmfunktionalität ist daher das Verständnis der grundlegenden Zusammenhänge bei der Modellkondensation wichtig, um kondensierte Modelle zu erhalten, die das Ausgangssystem ausreichend gut annähern. Die Grundlagen der Modellkondensation sind nachfolgend kurz zusammengefasst.

Das Ziel der Kondensation ist es, das statische und das dynamische Verhalten eines Systems durch ein Gleichungssystem mit einer geringeren Anzahl von Freiheitsgraden exakt oder in ausreichend

guter Näherung zu beschreiben. Bei der statischen Kondensation wird nur die Verformung aufgrund statischer Kräfte betrachtet, so dass nur die Steifigkeitseigenschaften des Systems berücksichtigt werden müssen. Für ein System mit statischem Verhalten wird durch das Kondensationsverfahren ein Modell erzeugt, dass nur die Bewegung bestimmter interessierender Freiheitsgrade, nicht aber die Bewegung der restlichen Freiheitsgrade beschreibt. Die Freiheitsgrade des kondensierten Modells werden im Folgenden als kondensierte Freiheitsgrade bezeichnet. Kondensationsverfahren sind auch für Substrukturen, die sich zu einer komplexeren Struktur zusammensetzen, anwendbar. Die Substrukturtechnik wurde entwickelt, um große elektrische oder mechanische Systeme in beherrschbare Teilsystem zu zerlegen, [Edelmann 1961], [Rubin 1967]. Bei der Modellkondensation wird das Gesamtsystem dazu in Subsysteme aufgeteilt und die Bewegungen der Knoten in den Schnittstellen der Subsysteme werden ergänzend zu weiteren interessierenden Freiheitsgraden als kondensierte Freiheitsgrade für das Teilsystem verwendet.

Das dynamische Verhalten eines Systems wird durch die Eigenwerte und Eigenformen des Systems charakterisiert. Im Hinblick auf das dynamische Systemverhalten ist bei der Kondensation zusätzlich zu berücksichtigen, dass Massenkräfte und andere innere Effekte des Systems geschwindigkeits- oder beschleunigungsabhängig sind. In [Schwarz 1980] wird ein Verfahren zur exakten dynamischen Kondensation beschrieben, das die Massenkräfte berücksichtigt. Es hat den Vorteil, dass das frequenzabhängige Systemverhalten exakt modelliert wird. Nachteilig ist, dass es trotz des kleineren Gleichungssystems für das kondensierte Modell numerisch ähnlich aufwändig ist wie die Berechnung mit dem nicht kondensierten Modell. Daher wurden Verfahren zur genäherten dynamischen Kondensation entwickelt. Eines der bekanntesten Verfahren, das in der Vergangenheit häufig in Mehrkörpersimulationsprogrammen umgesetzt wurde, ist die Guyan-Reduktion, [ADAMS 2003]. Dabei handelt es sich um eine statische Kondensation zur Berechnung der kondensierten Steifigkeitsmatrix. Um ein vollständiges Differentialgleichungssystem zu erhalten, werden in einer nachgeschalteten Berechnung die Dämpfungsmatrix und die Massenmatrix durch lineare Transformationen ermittelt, wobei allerdings keine Massenkräfte berücksichtigt werden, [Meinders 1997]. In [Petersmann 1986] wird hergeleitet, dass ein Modell, das ein Subsystem enthält, welches nach der Guyan-Reduktion kondensiert wurde, nur verwendet werden darf, solange die Schwingungsfrequenzen ausreichend weit unterhalb der ersten Eigenfrequenz des Subsystems liegen. Die Ursache dafür liegt in der Tatsache, dass die Massenkräfte innerhalb der Substruktur bei der Guyan-Reduktion nicht berücksichtigt werden. Daher ist bei der Substrukturtechnik darauf zu achten, dass die zu kondensierenden Teilsysteme jeweils eine ausreichend hohe Eigenfrequenz besitzen, was bei mechanischen Systemen meist einer Aufteilung in kleine Teilsysteme entspricht. Auf weitere Richtlinien zur Aufteilung in Substrukturen wird in [Meinders 1997] und [Petersmann 1986] eingegangen. In [Petersmann 1986] wird ein Verfahren zur näherungsweisen dynamischen Kondensation vorgestellt, das eine frei wählbare Anzahl von Eigenschwingungsformen der zu kondensierenden Teilsysteme berücksichtigt. Dadurch wird die Grenze für die Schwingungsfrequenzen, die mit dem Gesamtmodell zuverlässig berechnet werden können, heraufgesetzt. Die Schwingungsfrequenz muss nur noch ausreichend weit unterhalb der niedrigsten nicht modellierten Eigenfrequenz aller

Substrukturen liegen. Bei dem Verfahren, das zur Gruppe der Verfahren der modalen Kopplung gehört, wird bei der Eigenwertermittlung von einer festen Einspannung an den Schnittstellen der Subsysteme ausgegangen. In [Petersmann 1986] wird aber auch kurz auf andere Verfahren der modalen Kopplung eingegangen, bei denen andere Randbedingungen für die Einspannstellen (z. B. frei, Lasteinwirkung, etc.) berücksichtigt werden.

Die Verfahren der modalen Kopplung werden gegenwärtig in den gängigen FE- und MKS-Programmen unterstützt. In [ADAMS 2003] steht z. B. eine modifizierte Form der Craig-Bampton Methode für die Modellkondensation zur Verfügung. Diese wird in [Wang und Mills 2006] für die Simulation einer Parallelkinematik angewendet. Allgemein kommen dem Programmanwender zwei Aufgaben zu: Die Festlegung der Freiheitsgrade, die als kondensierte Freiheitsgrade verwendet werden, und die Festlegung der zu berücksichtigenden Eigenfrequenzen der Subsysteme. Es kann gesagt werden, dass die kondensierten Freiheitsgrade so gewählt werden sollten, dass sie die Krafteinleitungsstellen und die Bindungsstellen umfassen und außerdem die wesentlichen Bewegungsmöglichkeiten der Substruktur beschreiben.

Die Kondensation periodischer Systeme wird in [Deshmukh u. a. 2006] behandelt. Die Technik beruht darauf, die zeitvarianten linearen oder nichtlinearen Systemgleichungen durch eine Lyapunov-Floquet-Transformation (vgl. Abschn. 4.2) in eine zeitinvariante Gleichung zu transformieren. So entstehen zeitinvariante lineare Differentialgleichungen, die mit den oben beschriebenen Techniken kondensiert werden können oder zeitinvariante nichtlineare Differentialgleichungen, die nach einer Methode, die in [Shaw und Pierre 1993] vorgestellt wird, kondensiert werden können.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass FE-Modelle einzelner Bauteile und auch Mehrkörpersysteme mit eingebundenen kondensierten FE-Modellen gut geeignet sind, um das dynamische Systemverhalten numerisch zu simulieren, [Braccesi und Cianetti 2001]. Das kondensierte FE-Modell eignet sich aber aufgrund seiner Größe und der bei der Kondensation verloren gegangenen Information über die Einflüsse der Bauteilparameter nicht zum Aufstellen von algebraischen Systemgleichungen. Hierfür ist die Verwendung von konzentriert parametrischen Modellen stabförmiger Kontinuumschwinger nützlicher. Da für diese die Modellparameter bei komplizierten Geometrien nicht einfach zu bestimmen sind, können Berechnungsergebnisse von FE-Modellen zur Parameteradaption herangezogen werden. Dieser Weg wurde auch für das Ersatzmodell aus Bild 4.1/1 beschritten. Im Falle einer stillstehenden Kurbel kann der Biegebalken für das betrachtete Beispiel in Bild 4.1/1 Eigenschwingungen ohne überlagerte Starrkörperbewegung vollführen. An diesen Schwingungen nehmen die beiden Trägheitsmomente J_4 und J_5 teil. Die Frequenz dieser Schwingung berechnet sich zu

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_{red}}{J_4 + J_5}} = 117{,}63\text{Hz}\,. \qquad (4.1/1)$$

Dieser Wert entspricht exakt dem Wert, der auch nach Timoshenko für einen beidseitig durch Drehgelenke gelagerten, frei schwingenden Biegebalken ermittelt wird [Gasch und Knothe 1989].

Das Ersatzmodell aus Bild 4.1/1 wurde in ADAMS implementiert und zeigt dort die links in **Bild 4.1/2** dargestellte Eigenschwingungsform.

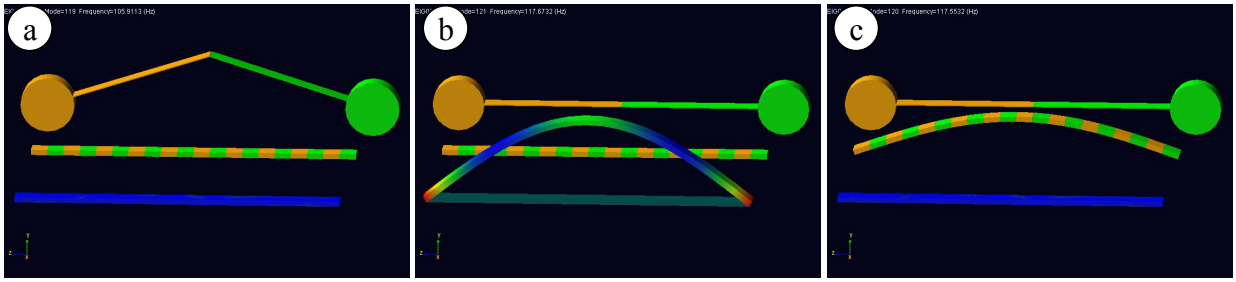


Bild 4.1/2: Erste Eigenschwingungsform des zweiseitig gelagerten Biegebalkens
a) für ein Modell aus zwei Massen und einem masselosen Balken
b) für ein kondensiertes FE-Modell
c) für ein Modell aus 20 Massen und 19 masselosen Balken

Anzumerken ist, dass bei den Berechnungen für Bild 4.1/2 anders als bei späteren Berechnungen für den eingebauten Zustand der Schwinge bei dem Modellparameter J_4 kein Anteil für ein zusätzliches Abtriebsträgheitsmoment J_{Ab} berücksichtigt wurde. Zur Verifikation der Modellparameter wurde außerdem ein FE-Modell eines balkenförmigen, zweiseitig drehbar gelagerten Biegeschwingers erstellt. Dieses Modell wurde in ADAMS automatisch nach einer Modifikation der Craig-Bampton-Methode kondensiert, wobei die ersten 30 Eigenformen berücksichtigt wurden. Das Modell zeigt eine erste Eigenfrequenz von 117,67 Hz mit der Schwingungsform, die in der Mitte von Bild 4.1/2 dargestellt ist. Beide Modelle stimmen also gut überein. Eine weitere experimentelle Überprüfung der Modelle kann soweit möglich und nötig zur iterativen Anpassung der Modellparameter genutzt werden und wird im Abschnitt 4.3 beschrieben.

Wenn mehr als eine Eigenschwingungsform berücksichtigt werden muss, ist dies durch die Verwendung mehrerer gekoppelter Timoshenko-Balkenelemente möglich. Werden 20 Körper durch 19 masselose elastische Balken miteinander verbunden (rechts in Bild 4.1/2), so zeigt dieses Modell eine Eigenfrequenz von 117,55 Hz. Dabei wurden die Masse und das Massenträgheitsmoment entsprechend der Geometrie eines kurzen Balkenelements, dessen Länge eine Zwanzigstel der Gesamtbalkenlänge entspricht, berechnet. Durch diese Art der Modellierung kann ein Modell erstellt werden, dass mehrere Eigenformen abbildet und gleichzeitig die Information über die Einflüsse der Bauteilparameter enthält. Es handelt sich im Prinzip um ein sehr einfaches FE-Modell des Balkens. In [Kuo u. a. 2006] wird gezeigt, dass für diese Art der Modellierung auch einfache Ansätze (z. B. kubische Funktionen) für die Schwingungsform der einzelnen Elemente verwendet werden können.

4.2 Prozessbaustein Aufstellen der Systemgleichungen und Analyse der Systemeigenschaften

Für die schwingungsgerechte Gestaltung des Bewegungssystems und für die Umsetzung von Maßnahmen zur Schwingungsminderung sind die Kenntnis der Systemeigenschaften und die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen diesen Eigenschaften und den Modellparametern von zentraler Bedeutung. Diese Kenntnis kann aus algebraischen Systemgleichungen gewonnen werden. In diesem Abschnitt wird erläutert, mit welchen Werkzeugen und Methoden algebraische Systemgleichungen, die so kompakt wie möglich sind, aufgestellt werden können. Außerdem wird erläutert, wie daraus einige wichtige dynamische Eigenschaften bestimmt werden können.

Der Zustand eines dynamischen Systems wird über Zustandsgrößen, die den Energieinhalt der Energiespeicher des Systems wiedergeben, beschrieben [Gasch und Knothe 1987]. Positionen und Geschwindigkeiten sind typische mechanische Zustandsgrößen. Starre Körper in mechanischen Systemen speichern in der bewegten Masse kinetische Energie und durch ihre Lage in einem Potentialfeld (Schwerefeld) auch potentielle Energie. Bei elastischen Körpern wird in deren Verformung zusätzlich potentielle Energie gespeichert. Bei den später noch betrachteten elektrischen Systemen ist der Strom eine typische Zustandsgröße. Das dynamische Verhalten eines mechatronischen Systems wird durch die Änderung der Zustandsgrößen, also dem Energietransport zwischen den Energiespeichern und über die Systemgrenzen hinweg bestimmt. Das Zusammenwirken der Energiespeicher aufgrund unterschiedlichster physikalischer Effekte kann mathematisch durch Zustandsgleichungen beschrieben werden. Um unnötigen Modellierungs- und Berechnungsaufwand zu vermeiden empfiehlt es sich, eine möglichst starke Diskretisierung des realen Systems vorzunehmen und nur die relevanten Zustandsgrößen im Modell zu berücksichtigen. Das Beispielsystem kann über mehrere Zwischenschritte auf das unten in **Bild 4.2/1** dargestellte Schwingungsmodell reduziert werden. Das diskretisierte System besteht aus sechs Massenträgheitsmomenten J_1 bis J_6 und zwei reduzierten Feder-Dämpferelementen c_{red}/k_{red} sowie c_{Getr}/k_{Getr}. Diese Feder-Dämpfer-Elemente bilden die Elastizität der Schwinge sowie das Spiel im Planetengetriebe im Modell ab. Wird das Spiel vernachlässig, so entfällt das Feder/Dämpferelement c_{Getr}/k_{Getr} und die beiden Massenträgheitsmomente J_1 und J_2 können zu einem Massenträgheitsmoment J_{12} zusammengefasst werden. Auf die Ermittlung der reduzierten Federsteifigkeit c_{red} und Dämpfung k_{red} für die Schwinge wurde im vorherigen Abschnitt bereits eingegangen (s. Bild 4.1/1 und Bild 4.1/2). Für das Feder-Dämpfer-Element c_{Getr}/k_{Getr} wurden progressive Kennlinien verwendet, um das Spiel nachzubilden. Die kinematischen Übertragungsfunktionen $U_1(\varphi)$ und $U_2(\varphi)$ beschreiben die Drehwinkel der Schwinge und der Koppel des Starrkörpersystemteils. Die Momente $M_{an}(t)$, $M_{B0}(t)$ und $M_B(t)$ sind Momente, die von außen auf das mechanische System wirken. Sie können sowohl Anteile, die von den Stellgliedern erzeugt werden, als auch Anteile, die aus anderen Effekten resultieren, enthalten.

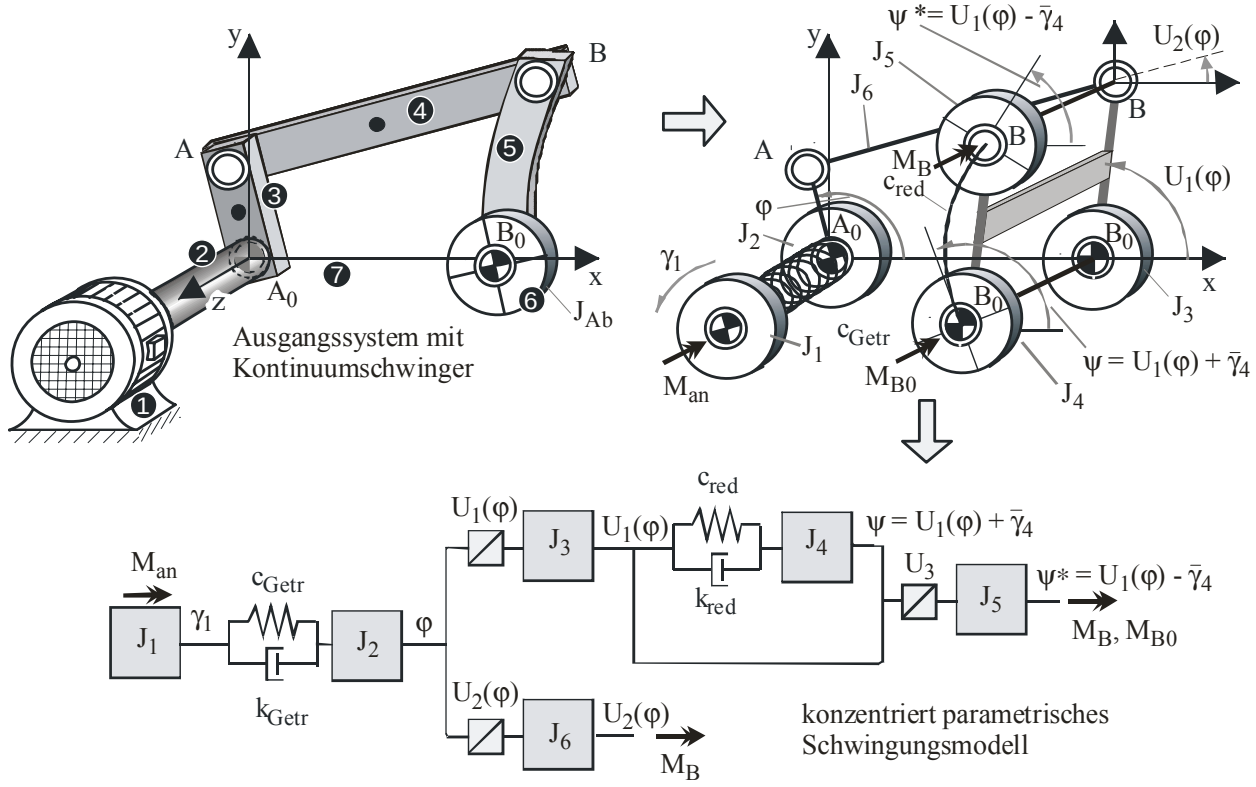


Bild 4.2/1: Reduktion des Prüfstandsmodells auf ein möglichst einfaches Schwingungsmodell

Zum Aufstellen der Systemgleichungen existiert eine Vielzahl von Verfahren. Diese werden in die Gruppe der direkten (synthetischen) Methoden und die Gruppe der analytischen Methoden aufgeteilt, [Corves 2007], [Hadwich 1998], [Arczewski und Pietrucha 1993]. Sie können in algebraisch oder numerisch arbeitenden Mathematikprogrammen implementiert werden. Die direkten Methoden basieren auf einer Formulierung von Bilanz- oder Erhaltungsgleichungen für einzelne Systemelemente. Im Bereich der Mechanik sind hier z. B. die Newton / Eulerschen Gleichungen und im Bereich der Elektrotechnik die Kirchhoffschen Gesetze zu nennen. Die Verbindung der einzelnen mechatronischen Systemelemente durch Reaktionsgrößen in den Schnittstellen muss durch gesonderte Beziehungen formuliert werden, um die Einzelgleichungen der Systemteile zu einem Gleichungssystem für das Gesamtsystem zusammenzuführen. Für die Kopplung zweier mechanischer Systemteile wird z. B. das 3. Newton'sche Axiom (actio = reactio) zur Formulierung von Reaktionsgrößen verwendet. Die Kopplung eines mechanischen Systems mit einem Gleichstrommotor erfolgt über die Beziehung (z. B. Gl. (5.1/3)) zwischen dem Motorstrom und dem Motormoment (M_{an} in Bild 4.2/1). Ein Vorteil der direkten Verfahren ist, dass die Reaktionsgrößen in dem Gleichungssystem enthalten sind und somit auch unmittelbar berechnet werden. Ein Nachteil ist der damit verbundene vergrößerte Rechenaufwand. Es ist allerdings möglich, das System durch eine geeignete Transformation in Richtung der Freiheitsgrade zu projizieren und so eine Formulierung der Gleichungen in Minimalkoordinaten zu erhalten, [Bremer und Pfeiffer 1992].

Die analytischen Methoden basieren auf dem Prinzip der virtuellen Arbeit und bedienen sich des mathematischen Werkzeugs der Variationsrechnung [Hadwich 1998]. Das Hamilton-Prinzip und

die Lagrange'schen Gleichungen zweiter Art sind zwei Beispiele für Verfahren, die automatisch zu einer Systembeschreibung durch eine gewöhnliche Differentialgleichung in Minimalkoordinaten führen. Falls zusätzlich die Auswertung von Reaktionsgrößen oder abhängigen Koordinaten gewünscht ist, kann ein mechanisches System gemäß der Lagrange'schen Gleichungen erster Art und mit Hilfe von Bindungsgleichungen zwischen den abhängigen und den unabhängigen Koordinaten formuliert werden. Dabei werden die Bindungsgleichungen durch Multiplikation mit Lagrange-Faktoren in das Gleichungssystem eingeführt, so dass das ein differential-algebraisches Gleichungssystem entsteht, das in seiner Größe an die Bedürfnisse anpassbar ist. In [Hadwich 1998] wird sehr fundiert dargelegt, wie insbesondere die analytischen Methoden zum Aufstellen der Systemgleichungen für mechatronische Systeme verwendet werden können. Für die interdisziplinäre Formulierung der Systemgleichungen von mechatronischen Systemen mit den direkten Verfahren kann eine vorherige abstraktere, graphische Repräsentation durch Netzwerke oder Bondgraphen nützlich sein, [Hadwich 1998].

Die Gleichungen des elektrischen Systemteils und die Gleichungen der Steuerung und Regelung sind in dieser Arbeit relativ einfach. Daher wurde nur das Aufstellen der Gleichungen für den aufwändigeren mechanischen Systemteil mit einem Computer-Algebra-Programm automatisiert. Dazu wurde sowohl eine direkte Methode (Newton/Euler) als auch ein analytische Methode (Lagrange) in einem Algorithmus umgesetzt. Dieser erlaubt es, die nichtlinearen und die linearisierten symbolischen Bewegungsgleichungen für beliebige konzentriert parametrische Mehrkörpersysteme automatisch aufzustellen. Im Folgenden wird kurz auf die unterschiedlichen Klassen von Systemgleichungen, die mit diesem Werkzeug generiert werden können, eingegangen.

Die elastischen Deformationen machen im Vergleich zu Starrkörpermechanismen zusätzliche Lagegrößen zur eindeutigen Beschreibung der Position oder Orientierung aller Bauteile erforderlich. Diese zusätzlichen Größen sind ergänzend zu den Starrkörperfreiheitsgraden Bestandteil des Lagevektors $\mathbf{q}(t)$. Ausgehend von der Definition der Ortsvektoren und der Drehmatrizen in Abhängigkeit der Minimalkoordinaten $\mathbf{q}(t)$ kann die nichtlineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung aufgestellt werden. Die allgemeine Schreibweise der Differentialgleichung unterscheidet sich nicht von der Gleichung (3.2/7) des Starrkörpersystems.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) = \mathbf{d}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) \qquad (4.2/1)$$

Es ist auch festzuhalten, dass die Stellgrößen $\mathbf{u}$ und die Beschleunigungsgrößen $\ddot{\mathbf{q}}$ bei den betrachteten elastizitätsbehafteten Systemen in gleicher Weise wie bei den Starrkörpersystemen (s. Abschnitt 3.2) immer linear eingehen. Dementsprechend kann auch die Gl. (4.2/1) in die Form von Gl. (3.2/11) überführt werden.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} \qquad (4.2/2)$$

Diese besondere Eigenschaft erleichtert die spätere Transformation der Systemgleichungen auf bestimmte Normalformen erheblich. Hierauf wird im Abschnitt 6.1 im Zusammenhang mit dem Entwurf des Regelungssystems eingegangen.

Für das Beispielsystem in Bild 4.2/1 können unterschiedliche natürliche Koordinaten als Minimalkoordinaten gewählt werden. Es bietet sich beispielsweise die Verwendung von $\mathbf{q}(t) = (\varphi(t),\ \bar{\gamma}_4(t)\ )^T$ oder $\mathbf{q}(t) = (\varphi(t),\ \psi(t)\ )^T$ an. Im ersteren Fall wird mit $\bar{\gamma}_4(t)$ der Biegewinkel in der Feder, also ein Relativwinkel verwendet. Dieser Winkel kann durch Dehnmessstreifen auf der elastischen Schwinge unmittelbar gemessen werden. Die Verwendung des Relativwinkels ist für die Analyse der Verformung und der Belastung innerhalb des Bauteils Schwinge günstig. Gleichungen, die das Systemverhalten mit dem Relativwinkel als Freiheitsgrad beschreiben, werden später genutzt, um für die Trajektorienplanung auf einfache Weise die kinetostatische Durchbiegung der Schwinge zu berechnen. Im zweiten Fall wird mit $\psi(t)$ der Absolutwinkel des Abtriebsorgans verwendet. Er kann am Prüfstand mit dem Drehgeber in B_0 bestimmt werden. Der Winkel ψ beschreibt also den absoluten Lagefehler am Abtrieb, der sowohl Anteile aus einer Fehlstellung der Kurbel als auch Anteile aus der Deformation der Schwinge enthält. Der Absolutwinkel entspricht dem Systemausgang, also der prozessrelevanten Abtriebsbewegung des Bewegungssystems. Dieser Winkel ist daher für Regelungsaufgaben zur Minimierung des absoluten Fehlers am Abtrieb günstig. Allgemein kann die Wahl unterschiedlicher Lagegrößen auch zu unterschiedlichen strukturellen Eigenschaften der Systemgleichungen ein und desselben Systems führen. Die Verwendung kartesischer Koordinaten kann beispielsweise bei einigen rotatorischen Systemen zu nichtlinearen Differentialgleichungen führen, während die Verwendung von Polarkoordinaten für das gleiche System auf lineare Differentialgleichungen führt. Lineare Systeme können häufig durch Verwendung modaler Koordinaten (Eigenformen) anstelle physikalischer Koordinaten (z. B. Längen und Winkel) entkoppelt werden. Dies kann den Reglerentwurf (Abschnitt 6.2.3) vereinfachen. Je nach Aufgabenstellung kann also später die jeweils günstigste Form der Systembeschreibung gewählt werden. Die nichtlinearen Bewegungsgleichungen des Beispielsystems werden später als Grundlage für einige modellbasierte Maßnahmen zur Schwingungsminderung benötigt. Dabei wird das Spiel im Planetengetriebe nicht berücksichtigt, so dass J_1 und J_2 zu J_{12} zusammengefasst werden und daß der Drehwinkel φ der Kurbel dem Antriebsfreiheitsgrad entspricht (vgl. Bild 4.2/1). Für die Verwendung des Relativwinkels in $\mathbf{q}(t) = (\varphi(t),\ \bar{\gamma}_4(t)\ )^T$ lautet die Bewegungsgleichung

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) = \bar{\bar{\mathbf{B}}}\mathbf{u} \quad \text{mit}\\
&\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \bar{\gamma}_4 \end{pmatrix}\\
&\mathbf{M}(\mathbf{q},t) = \begin{pmatrix} J_{12} + J_{345}U_1'^2 + J_6 U_2'^2 & J_{4-5}U_1' \\ J_{4-5}U_1' & J_{45} \end{pmatrix}\\
&\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) = \begin{pmatrix} J_{345}U_1'\ U_1''\dot{\varphi}^2 + J_6 U_2'\ U_2''\ \dot{\varphi}^2 \\ J_{4-5}U_1''\ \dot{\varphi}^2 + c_{red}\bar{\gamma}_4 + k_{red}\dot{\bar{\gamma}}_4 \end{pmatrix}\\
&\bar{\bar{\mathbf{B}}}\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 & (U_1' & -U_2') & U_1' \\ 0 & & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{an} \\ M_B \\ M_{B0} \end{pmatrix}
\end{aligned}
\qquad (4.2/3)
$$

Darin bezeichnen die Abkürzungen $J_{12} = J_1 + J_2$, $J_{45} = J_4 + J_5$ und $J_{345} = J_3 + J_4 + J_5$ sowie $J_{4-5} = J_4 - J_5$ die konstanten Werte der Massenträgheitsmomente des Systems aus Bild 4.2/1. Die Steifigkeit c_{red} und die Dämpfungskonstante k_{red} sind ebenfalls Konstanten, während die kinematischen Übertragungsfunktionen $U_1(\varphi)$ und $U_2(\varphi)$ den vom Antriebswinkel φ abhängigen Drehwinkel der Schwinge bzw. der Koppel des Starrkörpermechanismus beschreiben. Die im Abschnitt 3.2 eingeführten kinematischen Übertragungsfunktionen nullter und höherer Ordnung verkörpern neben den Termen mit den Quadraten der Winkelgeschwindigkeit die Nichtlinearitäten im System. M_{an}, M_B und M_{B0} sind Stellmomente, die am Antrieb, im Belenk B oder im Gelenk B_0 angreifen und dort auf die Kurbel bzw. auf die Koppel wirken (s. Bild 4.2/1). Bei Verwendung des Absolutwinkels als Freiheitsgrad in $\mathbf{q}(t) = (\varphi(t), \psi(t))^T$ ergeben sich andere Gleichungen.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) = \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} \quad \text{mit}$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \psi \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t) = \begin{pmatrix} J_{12} + (J_3 + 4J_5)U_1'^2 + J_6 U_2'^2 & -2J_5 U_1' \\ -2J_5 U_1' & J_{45} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) = \begin{pmatrix} ((J_3 + 4J_5)U_1'\ U_1'' + J_6 U_2'\ U_2'')\dot{\varphi}^2 + (U_1'\ \dot{\varphi}^2 - \dot{\psi}^2)U_1'\ k_{red} + (U_1 - \psi)U_1'\ c_{red} \\ -2J_5 U_1''\ \dot{\varphi}^2 + (U_1'\ \dot{\varphi}^2 - \dot{\psi}^2)k_{red} + (U_1 - \psi)c_{red} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 & (2U_1' & -U_2') & 0 \\ 0 & & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{an} \\ M_B \\ M_{B0} \end{pmatrix}$$

(4.2/4)

Die meisten Bewegungssysteme sind gewöhnliche mechanische Systeme und weisen eine reguläre Massenmatrix **M** auf. Die nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung (4.2/2) kann aufgrund der regulären Massenmatrix **M** unter Hinzunahme der Identitätsbeziehung $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{E}\dot{\mathbf{q}}$ in eine nichtlineare Zustandsgleichung erster Ordnung der Form

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline \mathbf{M}^{-1}\bar{\mathbf{g}}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}^{-1}\bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} \end{pmatrix} = \mathbf{n}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t) + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \hline \tilde{\mathbf{B}} \end{pmatrix}\mathbf{u} = \mathbf{n}(\dot{\mathbf{q}},\mathbf{q},t) + \mathbf{b}(t) \qquad (4.2/5)$$

transformiert werden. Darin enthält der Vektor **b**(t) die Stellgrößen, die auf das System wirken. Die Stellgrößen **u** werden auch als Eingangsgrößen bezeichnet und die Matrix $\tilde{\mathbf{B}}$ wird als Eingangsmatrix bezeichnet. Mit dem Zustandsvektor $\mathbf{w} = (\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})^T$ kann Gl. (4.2/5) kompakter geschrieben werden:

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{n}(\mathbf{w},t) + \mathbf{b}(t) \qquad (4.2/6)$$

Auch nicht gewöhnliche mechanische Systeme lassen sich in diese Form bringen, wenn die Singularität der Massenmatrix **M** darauf zurückzuführen ist, dass ein Teilsystem nur durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben wird. Ein derartiges System entsteht beispielsweise durch

die Reihenschaltung von zwei Koppelelementen (z. B. Federn oder Dämpfer) ohne dass ein massebehafteter Körper dazwischen modelliert wird, [Corves 2007]. Die Zustandsgröße, die die Verschiebung des Knotenpunkts beschreibt, erscheint nur mit der ersten, nicht aber mit der zweiten Ableitung in der Differentialgleichung, die das Kräftegleichgewicht für den Knotenpunkt beschreibt. Der Systemteil, der durch eine Differentialgleichung zweiter Ordnung beschrieben wird, kann gemäß Gl. (4.2/5) in eine Differentialgleichung erster Ordnung überführt werden und mit dem Systemteil, der von vornherein durch eine Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben wurde, zu der Zustandsgleichung für das Gesamtsystem in der Form (4.2/6) zusammengeführt werden.

Wird für das Beispielsystem nur der Hauptantrieb als Stellglied verwendet, so ist der Eingang $\mathbf{u} = (M_{an})$ und es ist die (2x1)-Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ durch die erste Spalte der Matrix $\overline{\mathbf{B}}$ in Gl. (4.2/3) multipliziert mit der Inversen der Massenmatrix gegeben

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{B}} &= \mathbf{M}^{-1}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\\ &= \frac{1}{J_{45}\left(J_{12}+J_6U_2'^2\right)-\left(J_3J_4+J_3J_5+4J_4J_5\right)U_1'^2}\begin{pmatrix}J_{45}\\-J_{4-5}U_1'\end{pmatrix}(M_{an})\end{aligned} \qquad (4.2/7)$$

An der Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ ist sehr schön zu erkennen, dass bei dem elastizitätsbehafteten System genau wie beim Starrkörpermechanismus Antriebsingularitäten auftreten können (vgl. Abschnitt 3.2). In diesem speziellen Fall ist die singuläre Stellung durch Nullstellen der Übertragungsfunktion erster Ordnung U_1' gekennzeichnet. In dieser Stellung kann die Eingangsgröße M_{an} nicht unmittelbar auf die Abtriebsgröße ψ wirken und das inverse dynamische Problem ist in dieser Stellung nicht lösbar. Singuläre Stellungen müssen daher bei vielen späteren Auslegungsschritten gesondert behandelt werden. Allgemein kann das Auftreten von singulären Stellungen anhand der Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ analysiert werden.

Für viele Berechnungen ist eine lineare Differentialgleichung vorteilhaft. Ein formalisiertes Vorgehen, das im Rahmen dieser Arbeit als Algorithmus in einem Computer-Algebra-Programm umgesetzt wurde, ist die Linearisierung durch eine Taylorreihenentwicklung, [Corves 2007]. Durch die Taylorreihenentwicklung der Matrix **M** und der Vektoren **g** und **d** und durch eine anschließende Streichung der Terme von höherer Ordnung als 1 kann die nichtlineare Gleichung (4.2/1) bezüglich einer beliebigen zeitvarianten Trajektorie $\mathbf{q}_S(t)$ linearisiert werden. Die linearisierte Gleichung wird in den kleinen Abweichungsgrößen $\mathbf{x}(t)$ beschrieben. Es ist häufig sinnvoll, die Starrkörperbewegungen als Linearisierungstrajektorie $\mathbf{q}_S(t)$ und Abweichung $\mathbf{x}(t)$ von der Lage des Starrkörpermechanismus als kleine Schwingungsgröße zu verwenden. Die linearisierte Bewegungsgleichung ist eine zeitvariante lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung.

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{P}(t)\dot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t)=\mathbf{h}(t) \qquad (4.2/8)$$

Die Gleichung (4.2/3) mit dem Relativwinkel $\bar{\gamma}_4(t)$ kann mit $\varphi(t)=\gamma_{20}(t)+\gamma_2(t)$ und $\bar{\gamma}_4(t)=\gamma_{40}(t)+\gamma_4(t)$ bezüglich der Trajektorien $\gamma_{20}(t)$ und $\gamma_{40}(t)$ linearisiert werden. Während

der Biegewinkel $\bar{\gamma}_4(t)$ noch beliebig groß sein darf, unterliegt die Abweichungsgröße $\gamma_4(t)$ der Einschränkung, dass es eine kleine Schwingungsgröße ist.

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{P}(t)\dot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t)=\mathbf{h}(t) \qquad \text{mit}$$

$$\mathbf{x}(t)=\begin{pmatrix}\gamma_2\\ \gamma_4\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}(t)=\begin{pmatrix}J_{12}+J_{345}U_{10}'^2+J_6U_{20}'^2 & J_{4-5}U_{10}'\\ J_{4-5}U_{10}' & J_{45}\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t)=\begin{pmatrix}2J_{345}U_{10}'U_{10}''\dot{\gamma}_{20}+2J_6U_{20}'U_{20}''\dot{\gamma}_{20} & 0\\ 2J_{4-5}U_{10}''\dot{\gamma}_{20} & k_2\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Q}(t)=\begin{pmatrix}Q_{11} & 0\\ J_{4-5}(\ddot{\gamma}_{20}U_{10}''+U_{10}'''\dot{\gamma}_{20}^2) & c_2\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}Q_{11}=&J_{345}(2U_{10}'U_{10}''\ddot{\gamma}_{20}+(U_{10}''^2+U_{10}'U_{10}''')\dot{\gamma}_{20}^2)+\\ &J_6(2U_{20}'U_{20}''\ddot{\gamma}_{20}+(U_{20}''^2+U_{20}'U_{20}''')\dot{\gamma}_{20}^2)\\ &-(M_{B0}+M_B)U_{10}''+M_BU_{20}''+J_{4-5}\ddot{\gamma}_{40}U_{10}''\end{aligned}$$

$$\mathbf{h}(t)=\begin{pmatrix}h_1\\ h_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & (U_{10}'-U_{20}') & U_{10}'\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}M_{an}\\ M_B\\ M_{B0}\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}h_1=&-J_{12}\ddot{\gamma}_{20}-J_{345}(U_{10}'U_{10}''\dot{\gamma}_{20}^2+U_{10}'^2\ddot{\gamma}_{20})\\ &-J_{4-5}U_{10}'\ddot{\gamma}_{40}-J_6(U_{20}'U_{20}''^2\dot{\gamma}_{20}^2+U_{20}'^2\ddot{\gamma}_{20})\end{aligned} \qquad (4.2/9)$$

$$h_2=-\gamma_{40}c_2-\dot{\gamma}_{40}k_2-J_{4-5}(U_{10}''\dot{\gamma}_{20}^2+U_{10}'\ddot{\gamma}_{20})-J_{45}\ddot{\gamma}_{40}$$

Neben den zuvor erwähnten Konstanten aus Gl. (4.2/3) enthält die Gleichung (4.2/9) einige zeitabhängige Terme. Dies sind die Linearisierungstrajektorien ($\gamma_{20}(t)$, $\gamma_{40}(t)$, $\dot{\gamma}_{20}(t)$, $\dot{\gamma}_{40}(t)$, $\ddot{\gamma}_{20}(t)$, $\ddot{\gamma}_{40}(t)$) und die Übertragungsfunktionen nullter oder höherer Ordnung, die jeweils für die Linearisierungstrajektorie ausgewertet werden und daher reine Zeitfunktionen sind:

$$U_{10}=U_{10}(t)=U_1(\varphi)\big|_{\varphi(t)=\gamma_{20}(t)} \qquad (4.2/10)$$

Auf die explizite Angabe der Zeitabhängigkeit wurde in Gl. (4.2/9) aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Auch die die äußeren Momente M_{an}, M_B und M_{B0} wurden bei der Linearisierung als reine Zeitfunktion berücksichtigt, also als Störgröße behandelt. Kommen, aufgrund einer Regelung noch weitere Momentenanteile, die von den Schwingungsgrößen abhängen hinzu, so müssen entsprechende linearisierte Terme ergänzt werden. Ein einfaches Beispiel für die Ergänzung der Terme ist im Abschnitt 5.4 in den Gln. (5.4/1) und (5.4/1) zu sehen. Analog zur Lineartisierung der Gl. (4.2/3), die eine Systembeschreibung mit dem Relativwinkel enthält, kann die Gl. (4.2/4) mit dem Absolutwinkel ψ des Abtriebsorgans als zweiten Freiheitsgrad und mit $\varphi(t)=\gamma_{20}(t)+\gamma_2(t)$ und $\psi(t)=\gamma_{40}(t)+\gamma_4(t)$ bezüglich der Trajektorien $\gamma_{20}(t)$ und $\gamma_{40}(t)$ linearisiert werden. Anzu-

merken ist, dass $\gamma_4(t)$ in diesem Fall der absolute Fehler am Abtrieb ist, also eine andere Bedeutung hat als in Gl. (4.2/9).

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{P}(t)\dot{\mathbf{x}}(t)+\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t)=\mathbf{h}(t) \qquad \text{mit}$$

$$\mathbf{x}(t)=\begin{pmatrix}\gamma_2\\ \gamma_4\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}(t)=\begin{pmatrix}J_{12}+(J_3+4J_5)U_{10}'^2+J_6U_{20}'^2 & -2J_5U_{10}'\\ -2J_5U_{10}' & J_{45}\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t)=\begin{pmatrix}((8J_5+2J_3)U_{10}'U_{10}''+2J_6U_{20}'U_{20}'')\dot{\gamma}_{20}+k_2U_{10}'^2 & -k_2U_{10}'\\ -4J_5U_{10}''\dot{\gamma}_{20}-k_2U_{10}' & k_2\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Q}(t)=\begin{pmatrix}Q_{11} & -U_{10}'c_2\\ -2J_5(\ddot{\gamma}_{20}U_{10}''+U_{10}'''\dot{\gamma}_{20}^2)-k_2\dot{\gamma}_{20}U_{10}''-U_{10}'c_2 & c_2\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}Q_{11}=&(J_3+4J_5)(2U_{10}'U_{10}''\ddot{\gamma}_{20}+(U_{10}''^2+U_{10}'U_{10}''')\dot{\gamma}_{20}^2)\\ &+J_6(2U_{20}'U_{20}''\ddot{\gamma}_{20}+(U_{20}''^2+U_{20}'U_{20}''')\dot{\gamma}_{20}^2)\\ &+k_2(2U_{10}'\dot{\gamma}_{20}-\dot{\gamma}_{40})U_{10}''+c_2(U_{10}-\gamma_{40})U_{10}''+U_{10}'U_{10}''c_2\\ &-2M_BU_{10}''+M_BU_{20}''-2J_5\ddot{\gamma}_{40}U_{10}''\end{aligned}$$

$$\mathbf{h}(t)=\begin{pmatrix}h_1\\ h_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & (2U_{10}'-U_{20}') & 0\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}M_{an}\\ M_B\\ M_{B0}\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}h_1=&J_{12}\ddot{\gamma}_{20}-(J_3+4J_5)(U_{10}'U_{10}''\dot{\gamma}_{20}^2+U_{10}'^2\ddot{\gamma}_{20})+c_2(-U_{10}+\gamma_{40})U_{10}'\\ &2J_5U_{10}'\ddot{\gamma}_{40}-J_6(U_{20}'U_{20}''\dot{\gamma}_{20}^2+U_{20}'^2\ddot{\gamma}_{20})+k_2(-U_{10}'\dot{\gamma}_{20}+\dot{\gamma}_{40})U_{10}'+\end{aligned} \qquad (4.2/11)$$

$$\begin{aligned}h_2=&2J_5(U_{10}''\dot{\gamma}_{20}^2+U_{10}'\ddot{\gamma}_{20})-J_{45}\ddot{\gamma}_{40}+c_2(U_{10}-\gamma_{40})\\ &+k_2(U_{10}'\dot{\gamma}_{20}-\dot{\gamma}_{40})U_{10}'\end{aligned}$$

Die Eigenschaft der Linearität der Stellgrößen $\mathbf{u}(t)$, die bereits bei der nichtlinearen Bewegungsgleichung (3.2/11) vorlag, geht durch die formale Linearisierung nicht verloren, so dass der Erregervektor $\mathbf{h}(t)$ in zwei Anteile aufgeteilt werden kann.

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{h}_S(t) + \underline{\mathbf{B}}(t)\,\mathbf{u}(t) \qquad (4.2/12)$$

Es ist allerdings zu beachten, dass die Stellgrößen $\mathbf{u}(t)$ nach der Linearisierung auch in den Matrizen $\mathbf{Q}(t)$ und $\mathbf{P}(t)$ enthalten sein können. Die Elemente auf den Nebendiagonalen dieser Matrizen geben Aufschluss über die Stärke der Kopplung zwischen den Freiheitsgraden. Die Gl. (4.2/9) zeigt in der ersten Zeile nur über die Massenmatrix eine Kopplung mit dem zweiten Freiheitsgrad. Diese Eigenschaft lag auch bei der nichtlinearen Gleichung (4.2/3) bereits vor. Der Anteil $\mathbf{h}_S(t)$ verschwindet, wenn für die Linearisierungstrajektorie die (quasi-)statische Gleichgewichtslage gewählt wird. Dieser Anteil kann auch als bekannter Störgrößenverlauf, der das System in die statische Gleichge-

wichtslage drängt, interpretiert werden. Er kann durch eine Störgrößenaufschaltung, die im Abschnitt 6.2.1 erläutert wird, kompensiert werden. Die linearisierte Bewegungsgleichung (4.2/8) ist eine Gleichung mit zeitvarianten Koeffizientenmatrizen. Im stationären Betrieb handelt es sich in der Regel um periodisch veränderliche Koeffizienten. Die periodisch veränderlichen Koeffizienten in den Koeffizientenmatrizen führen zu einer Parametererregung des Systems und der periodisch veränderliche Erregervektor $\mathbf{h}_S(t)$ führt zu einer zusätzlichen Schwingungsanregung. Bevor auf die Berechnung der stationären Schwingungsantwort für derartige Systeme mit Hilfe der Lyapunov-Floquet-Transformation eingegangen wird, wird die linearisierte Differentialgleichung zweiter Ordnung noch in eine äquivalente linearisierte Differentialgleichung erster Ordnung überführt.

Unter der Voraussetzung, dass die Massenmatrix $\mathbf{M}(t)$ invertierbar ist, kann die linearisierte zeitvariante Bewegungsgleichung in eine lineare zeitvariante Zustandsgleichung überführt werden.

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{w}(t) + \mathbf{b}(t) = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ \hline -\mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{Q}(t) & -\mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{P}(t) \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \mathbf{x}(t) \\ \hline \dot{\mathbf{x}}(t) \end{array}\right) + \left(\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{h}(t) \end{array}\right) \quad (4.2/13)$$

Darin ist $\mathbf{w}(t)$ der Zustandsvektor, der in der oberen Hälfte die Verlagerung $\mathbf{x}(t)$ und in der unteren Hälfte die entsprechenden Geschwindigkeiten enthält. Mit Gl. (4.2/12) kann auch der Erregervektor $\mathbf{b}(t)$ der Zustandsgleichung in einen zeitabhängigen Störgrößenanteil $\mathbf{b}_S(t)$ und einen linearen Stellgrößenanteil $\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$ aufgeteilt werden.

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{w}(t) + \mathbf{b}_S(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (4.2/14)$$

Darin sind

$$\mathbf{b}_S(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(t)\,\mathbf{h}_S(t) \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{B}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}(t)\underline{\mathbf{B}}(t) \end{pmatrix} \quad (4.2/15)$$

Zum Abschluss dieses Abschnitts wird noch kurz auf die Analyse einiger Eigenschaften der Systeme eingegangen. Für spätere Betrachtungen wird die statische Gleichgewichtslage des Systems von Bedeutung sein. Die statische Gleichgewichtslage $\mathbf{w}_\infty$ ist dadurch gekennzeichnet, dass dort die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen der Freiheitsgrade unter den wirkenden Kräften Null sind. Sie kann auch für zeitvariante Systeme und zeitvariante Erregervektoren angegeben werden, obwohl sie sich bei diesen Systemen aufgrund von Schwingungen nicht tatsächlich einstellt.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_\infty(t) = \mathbf{A}^{-1}(t)\mathbf{b}(t) &= \left(\begin{array}{c|c} -\mathbf{Q}(t)^{-1}\mathbf{P}(t) & -\mathbf{Q}(t)^{-1}\mathbf{M}(t) \\ \hline \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{h}(t) \end{array}\right) \\ &= \begin{pmatrix} -\mathbf{Q}(t)^{-1}\mathbf{h}(t) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{Q}(t)^{-1}(\mathbf{h}_S(t) + \underline{\mathbf{B}}(t)\mathbf{u}) \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.2/16)$$

In Gl. (4.2/16) wurde ausgenutzt, dass die Inverse der Systemmatrix immer die angegebene besondere Struktur hat. Das gleiche Ergebnis hätte sich natürlich auch direkt aus der linearisierten Bewegungsgleichung herleiten lassen. Bei den Bewegungssystemen beschreibt die statische Gleichge-

wichtslage den Anteil am Lagefehler, der sich aufgrund der kinetostatischen Belastung $\mathbf{b}_S(t)$ einstellt. Bei quasistatischen Vorgängen ist dieser Lagefehler $\mathbf{x}_\infty(t)$ eine gute Näherung für das stationäre Bewegungsverhalten. Er kann mit der Matrix $\mathbf{Q}(t)$ aus der Gleichung (4.2/16) abhängig vom Verlauf der Linearisierungstrajektorien zu

$$\mathbf{x}_\infty(t) = -\mathbf{Q}(t)^{-1}\mathbf{h}_S(t) \tag{4.2/17}$$

berechnet werden und wird unter anderem im Abschnitt 7.1 für die Trajektorienplanung verwendet.

Für periodische Systeme kann eine genaue Berechnung der stationären Schwingungsantwort unter Berücksichtigung der Parametererregung mit Hilfe von Chebysheff-Polynomen nach einem Vorgehen, dass in [Sinha und Wu 1991] und [Sinha u. a. 1993] vorgestellt wird, durchgeführt werden. Um das Vorgehen zu skizzieren wird im Folgenden die Anwendung dieses Verfahrens für das Beispiel des Getriebeprüfstands umrissen. Bei dem Vorgehen wird die Starrkörperbewegung $\gamma_{20}(t) = 4\pi \cdot t$ und $\gamma_{40}(t) = U_1(\gamma_{20}(t))$ als Linearisierungstrajektorie verwendet und die beiden Lastmomente $M_B(t)$ und $M_{B0}(t)$ werden zu 0 gesetzt. Für das Antriebsmoment $M_{an}(t)$ wird die PI-Drehzahlregelung des Prüfstands (s. Abschnitt 5.1) modelliert.

Allgemein können Funktionen f(t*), die von einem normierten Parameter t* abhängen, der nur Werte aus dem Intervall $t^* \in [0,1]$ annimmt, durch Chebysheff-Reihen der Form

$$f(t^*) \approx \sum_{n=1}^{m} a_n \cdot T_n(t^*) \tag{4.2/18}$$

$$\text{mit } T_n(t^*) = \cos(2n \cdot \arccos(t^*)) \tag{4.2/19}$$

approximiert werden [Sinha und Wu 1991]. Darin sind a_n (n = 1..m) die konstanten Chebysheff-Koeffizienten und $T_n(t^*)$ die verschobenen Chebysheff-Polynome. Die Bezeichnung Chebysheff-Polynom für $T_n(t^*)$ resultiert daher, dass die trigonometrischen Funktionen in Gl. (4.2/19) jeweils auch als Polynom geschrieben werden können. Durch die Substitution t* = 2 t wird t* als normierter Parameter, der während einer Kurbelumdrehung von 0 bis 1 läuft, in die Zustandsgleichung (4.2/13) eingeführt. Anschließend können alle zeitvarianten Größen durch Chebysheff-Reihen angenähert werden. Die Koeffizienten A[i, j], (i, j = 1..4) der Systemmatrix $\mathbf{A}(t)$ des Gleichungssystems (4.2/13) wurden durch Chebysheff-Reihen mit bekannten Koeffizienten angenähert und die Elemente w[i] des Zustandsvektors werden durch Chebysheff-Reihen mit unbekannten Koeffizienten ersetzt. Die Bestimmung der Chebysheff-Koeffizienten a_n ist in der Regel nur numerisch möglich. In dem Computer-Algebra-Programm MAPLE existiert ein Befehl zur numerischen Bestimmung der Chebysheff-Koeffizienten. Die Beträge der Chebysheff-Koeffizienten für die Chebysheff-Reihen zur Annäherung der einzelnen A[i, j], sind links in **Bild 4.2/2** dargestellt. Die Güte der Annäherung des tatsächlichen Zeitverlaufs der A[i,j] steigt mit zunehmender Zahl der Koeffizienten. Die Anzahl der erforderlichen Koeffizienten hängt davon ab, wie stark die approximierte Funktion sich ändert. Für die Annäherung der A[i, j] sind weniger Koeffizienten erforderlich als zur Beschreibung der gesuchten Zustandsgrößen w[i]. Allerdings ist bei den weiteren Berechnungs-

schritten für beide Gruppen von Funktionen eine identische Anzahl von Koeffizienten Voraussetzung. Da sich bei späteren Berechungen herausstellt, dass für die Zustandsgrößen w[i] 126 Koeffizienten erforderlich sind, sind in Bild 4.2/2 auch für die A[i, j] die sehr kleinen Koeffizienten höherer Ordnung bestimmt worden. Als Folge ist die Abweichung der Approximation für die A[i, j] von den tatsächlichen Werten, die rechts in Bild 4.2/2 dargestellt ist, um weit über Zehn Größenordnung kleiner, als die Werte selbst.

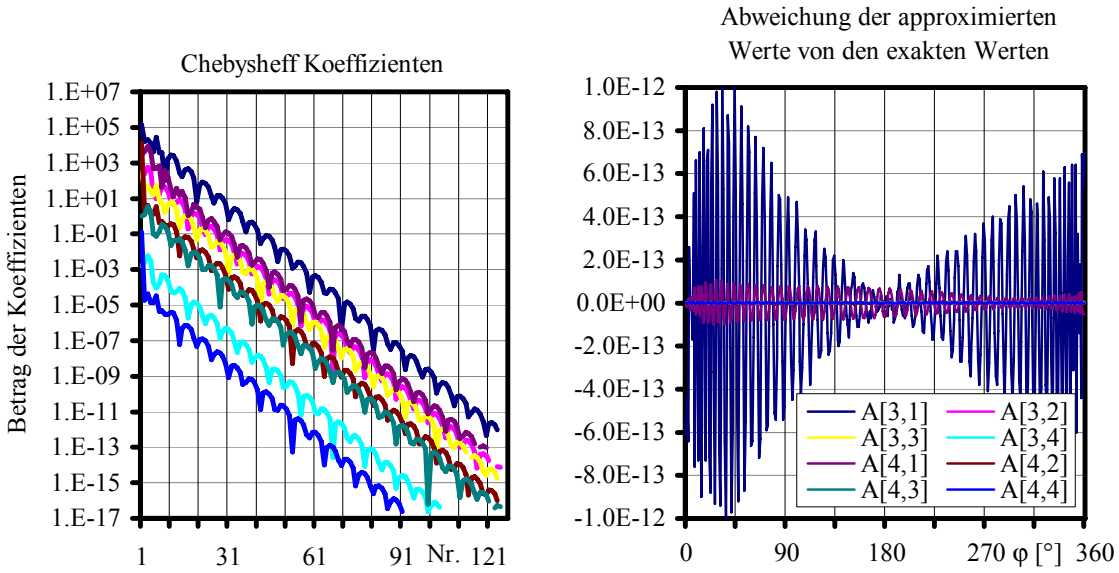


Bild 4.2/2: Näherung der Koeffizienten der Systemmatrix durch Chebysheff-Polynome

Bei den gängigen Verfahren zur Bestimmung der inhomogenen Lösung der Zustandsgleichung ist eine Matrixintegration notwendig, [Corves 2007]. In [Sinha und Wu 1991] wird gezeigt, dass diese Integration dank der Chebysheff-Polynome auf die Lösung eines linearen Gleichungssystems zurückgeführt werden kann. Das lineare Gleichungssystem muss gelöst werden, um die unbekannten Chebysheff-Koeffizienten für die Chebysheff-Reihe zur Annäherung der stationären Lösung **w**(t*) zu berechen. Dabei ist wegen der großen Anzahl von Chebysheff-Koeffizienten allerdings die Invertierung einer sehr großen, zudem schlecht konditionierten Matrix notwendig. Die numerisch aufwändige Invertierung musste für das Beispielsystem in MAPLE mit einer Genauigkeit von 64 Nachkommastellen durchgeführt werden. Der einzige Vorteil dieses Verfahrens gegenüber einer numerischen Integration ist daher darin zu sehen, dass aus den bekannten Chebysheff-Koeffizienten in wenigen Berechnungsschritten zwei Matrizen nämlich die Überführungsmatrix und die Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix, die für die Stabilitätsanalyse benötigt werden, ermittelt werden können. Die Stabilitätsanalyse wird im Abschnitt 6.2.4 erläutert, wobei das Berechnungsbeispiel aus Bild 4.2/2 wieder aufgegriffen wird.

Ein Ansatz, die stationäre Schwingungsantwort einfacher Systeme mit Faltungsintegralen analytisch zu bestimmen, wird in [Felszeghy 2005] vorgestellt. Es ist aber bei den weniger einfachen Funktionen der Koeffizienten A[i,j] der Systemmatrix als begrenzt geeignet. Für Zeitinvariante lineare Systeme kann die stationäre Schwingungsantwort mit einer Fourier-Reihenentwicklung des Erre-

gervektors und mit der Frequenzgangmatrix bestimmt werden. Dieses Verfahren ist in zahlreichen Lehrbüchern (u. a. [Corves 2007]) beschrieben und wird daher hier nicht weiter erläutert.

Lineare, zeitinvariante Systeme können durch Eigenschaften wie das Eigenverhalten, das Verhalten bei harmonischer Erregung oder durch das Sprungverhalten charakterisiert werden. Die Berechnungsvorschriften und Zusammenhänge zwischen bestimmten Systemparametern und gewissen Eigenschaften gelten mathematisch stringent nur für zeitinvariante Systeme. Dennoch ist es bei der Analyse vieler zeitvarianter Systeme hilfreich, die Vorschriften und Zusammenhänge in analoger Weise anzuwenden. Hier sind beispielsweise Systeme zu nennen, bei denen die Koeffizientenmatrizen sich im Vergleich zur zeitlichen Veränderung der Schwingungsgrößen **x**(t) nur langsam ändern. Dies trifft auch für das Beispiel des Kurbelgetriebes zu, wenn eine nicht zu große konstante Antriebswinkelgeschwindigkeit als Linearisierungstrajektorie in die linearisierte Bewegungsgleichung Gl. (4.2/11) eingesetzt wird. Die Eigenwerte können für dieses System für jeden Zeitpunkt berechnet werden. In **Bild 4.2/3** sind die Ergebnisse für das Beispielsystem dargestellt. Die zwei Paare konjungiert komplexer Eigenwerte wandern während einer Kurbelumdrehung entlang einer Trajektorie. Der rechts in der Vergrößerung dargestellte Eigenwert gehört zu einer Eigenschwingungsform bei der hauptsächlich Biegeschwingungen der Schwinge auftreten. Der Imaginärteil bewegt sich im Frequenzbereich von 14,5 bis 14,8 Hz. Die Schwankung ist relativ gering. Daher wird im Folgenden häufig von „der“ Eigenfrequenz gesprochen. Das andere Eigenwertpaar gehört zu einer Schwingungsform bei der die Kurbel sich sehr stark bewegt. Die Lage in der Nähe der Abzissenachse und die große Schwankung dieses Eigenwerts sind darauf zurückzuführen, dass er für ein System ohne den geregelten Antrieb, also mit freier Kurbel berechnet wurde. Durch die Antriebsregelung werden beide Eigenwertpaare beeinflusst. Aufgrund der schwachen Kopplung, die bei dem Beispielsystem vorliegt, wird aber vor allem die Trajektorie des zweiten Eigenwertpaars abhängig von den Reglerfaktoren zu größeren Imaginärteilen hin verschoben. Die zeitweise positiven Realteile der Eigenwerte deuten darauf hin, dass die Abweichung bei der Bewegung entlang oder in der Nähe der Linearisierungstrajektorie zeitweise nicht abklingt, sondern zunimmt.

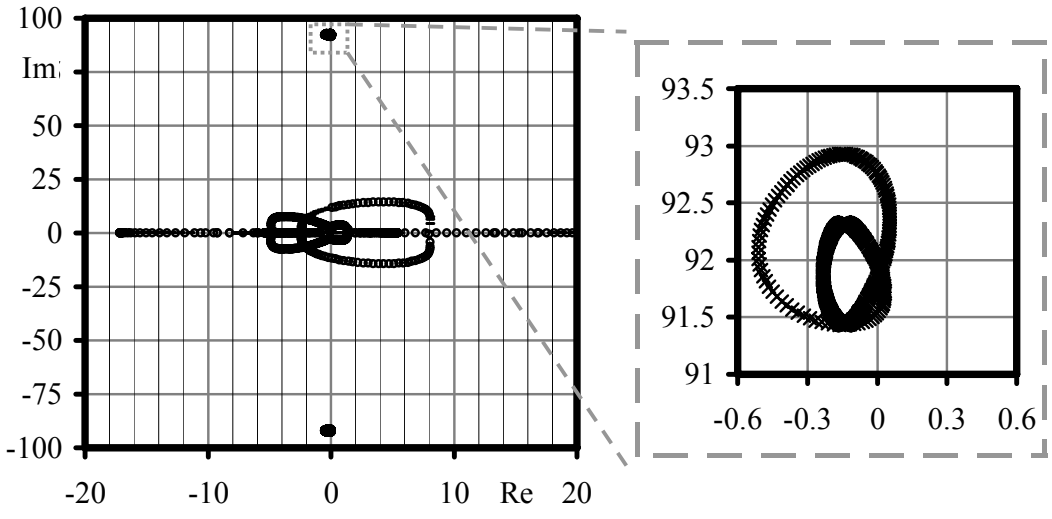


Bild 4.2/3: Eigenwerte für ein zeitvariantes System

Die Eigenwerte wurden in MAPLE mit algebraischen Gleichungen berechnet. Diese algebraischen Gleichungen können auch verwendet werden, um die Eigenwerte durch eine gezielte Veränderung der Designparameter in gewünschte Wertebereiche zu legen. Wie im Abschnitt 4.4 noch erläutert wird, stehen dabei unter anderem Bauteilparameter und Reglerparameter als Designparameter zur Verfügung.

Am Prüfstand wird ein Zahnradgetriebe verwendet, das spielbehaftet ist. Durch die kurzzeitige Entkopplung von Antrieb und Kurbelgetriebe während des Flankenwechsels, tritt ein Strukturwechsel auf. Zur Klasse der Systeme mit Strukturwechsel gehören allgemein Systeme, bei denen Spiel in Gelenken, Zahnradgetrieben oder in anderer Form vorliegt. Diese Systeme sind nichtlineare Systeme, deren Verhalten sich bei der Änderung gewisser Parameter plötzlich ändern kann. Zum Beispiel kann ein System, das zuvor eine stationäre Bewegungstrajektorie besaß, nach der Parameteränderung zwischen zwei Trajektorien hin und her springen, also zwei Häufungspunkte (Attraktoren) aufweisen. Dieses Phänomen wird als Bifurkation bezeichnet und die Systeme gehören zu der Gruppe der deterministisch chaotischen Systeme. Die Parameter, die zu einer Bifurkation führen können, sind häufig einige der Zustandsgrößen des Systems. Einfache Systeme können mit Hilfe von symbolischen Gleichungen analysiert werden, um den Zusammenhang zwischen den Systemzuständen und dem Auftreten von Bifurkation zu beschreiben. In [Luo 2006] wird beispielsweise eine linear bewegte, Masse, auf die ständig ein Dämpfer aber nur bei Überschreiten einer Mindestauslenkung auch eine Feder wirkt, betrachtet. Ein um eine Feder und zwei Dämpfer erweitertes System, der Braille Hammer, wird in [Jerreling und Dankowicz 2006] behandelt. Für begrenzte Wertebereiche der Zustandsgrößen werden dort die Differentialgleichung des Systems und auch eine analytische Lösungsgleichung angegeben. Die Phasenportraits der deterministisch chaotischen Systeme mit Strukturwechsel können in Bereiche eingeteilt werden, die den Strukturvarianten des Systems zugeordnet werden können. In [Luo 2006] werden beispielsweise für die Analyse des Systemverhaltens Anfangzustände bestimmt, die zu einem Strukturwechsel und damit zu einem veränderten Systemverhalten führen. Zur grafischen Darstellung werden Poincaré-Abbildungen benutzt, um Strukturwechsel zu kennzeichnen. Die Poincaré-Abbildung **P** bildet den Zustand **x** zum Zeitpunkt t = a injektiv auf den Zustand zum Zeitpunkt t = b ab: $\mathbf{x}(t = a) \rightarrow \mathbf{x}(t = b) = \mathbf{P}\mathbf{x}(t = a)$. In Phasenportraits werden diejenigen Zustände $\mathbf{x}(t = a)$ deren Poincaré-Abbildungen in einem anderen Bereich des Phasenportraits liegt, kenntlich gemacht werden. Dieses Vorgehen zur Bestimmung zulässiger Wertebereiche für Zustandsgrößen, bei denen keine Bifurkation auftritt, kann auf die Analyse des dynamischen Verhaltens eines Systems mit Gelenkspiel oder Zahnflankenspiel übertragen werden. Die Kenntnis der Wertebereiche kann im nächsten Schritt ausgenutzt werden, um eine Betriebsstrategie zu entwickeln, die Spielstöße im System vermeidet. Dies ist für das Beispielsystem aufgrund des notwendigen Wechsels zwischen antreibendem und bremsendem Motorverhalten (vgl. Bild 3.5/1) aber offensichtlich nicht möglich und wird daher nicht weiter verfolgt. Ein weiterer Einsatzbereich für die Analyse des Auftretens von Bifurkation ist die Parameteridentifikation und Schadensdiagnose bei mechanischen Systemen. [Epureanu und Hashmi 2006] nutzen Poincaré-Abbildungen, um Attraktoren für intakte und defekte Systeme zu berechnen. Im Betrieb

wird anschließend mit Hilfe von Sensitivitätsvektoren, die aus Taylorreihenentwicklungen gewonnen wurden, aus den gemessenen Trajektorien auf die Veränderung der Systemparameter geschlossen. Es werden also nur die Änderungen, nicht aber die absoluten Werte der Systemparameter bestimmt. Die Bestimmung der absoluten Parameterwerte wird im nachfolgenden Abschnitt behandelt.

4.3 Prozessbaustein Identifikation und Adaption der Modellparameter

Für eine zuverlässige und gute Modellierung ist zum einen wichtig, dass alle relevanten Effekte im Modell enthalten sind, und zum anderen ist wichtig, dass die Modellparameter bekannt sind. Insbesondere, wenn erstmalig das Modell eines Systems erstellt wird, ist es schwierig die Relevanz denkbarer Schwingungseffekte zu beurteilen und die Werte der Modellparameter zu bestimmen. Hierbei ist ein iteratives Verschachteln von Modellierung, Berechnung und experimenteller Analyse der tatsächlichen Systemeigenschaften hilfreich. Ziel der experimentellen Analyse ist einerseits die Identifikation von nicht modellierten Effekten und andererseits die Adaption der Modellparameter. Im ersten Schritt muss ein Konzept zur Überprüfung des Modells erstellt werden. Die Simulationsrechnungen und die Messungen müssen so konzipiert werden, dass Schwingungsphänomene, die Rückschlüsse auf die Modellparameter zulassen, auftreten und gemessen werden können, [Weichert und Wülker 2000]. Das Vorgehen ist für jedes einzelne System spezifisch. Es existieren aber einige Untersuchungsmethoden, die sehr häufig angewendet werden können. Hier ist bei linearen zeitinvarianten Systemen vor allem die Modalanalyse zu nennen, [Hoffmann und Adunka 2002]. Nach einer Impulsartigen Anregung an einer Stelle des stillstehenden Systems werden die Schwingungsantworten an mehreren Stellen gemessen. Auf diese Weise kann das Übertragungsverhalten des Systems analysiert werden. Insbesondere können Eigenfrequenzen und -formen bestimmt werden, [Bonfig 1996]. Diese sind wiederum durch die Modellparameter in der Systemmatrix **A** des linearen Systems Gl. (4.2/14) festgelegt. Bei zeitvarianten linearen Systemen ist die Unersuchung von stationären Zuständen und der Vergleich mit der berechneten stationären Schwingungsantwort Gl. (4.2/16) nützlich, um die Modellparameter und Effekte zu überprüfen. Um Aussagen aus der Betrachtung einzelner stationärer Zustände zu verallgemeinern, empfiehlt sich die Untersuchung quasistationärer Vorgänge im Rahmen einer Betriebsschwingungsanalyse, [Mühl 2008]. Das Vorgehen zur Modellverifikation ist sehr stark vom Einzelfall abhängig und soll hier anhand des Beispielsystems demonstriert werden. Dabei werden zugleich diejenigen Schwingungsphänomene untersucht, für die später Minderungsmaßnahmen entworfen werden.

Bei dem Beispielsystem ist insbesondere die Abtriebsbewegung von Interesse, da diese die Zielgröße des Systems ist. Die Anpassung und Verifikation des Modells erfolgt beginnend mit der Überprüfung der notwendigen Modellierungstiefe für die Schwingenelastizität. Betrachtet werden das FE-Modell der Schwinge und das Ersatzmodell nach Bild 4.1/1, das im Folgenden wegen seines balkenartigen Charakters als Balkenmodell bezeichnet wird. Im eingebauten Zustand ändern sich

aufgrund der Anbauteile an den Enden der Blattfeder die Eigenfrequenzen mit denen die Biegeschwingungen auftreten gegenüber dem isolierten Zustand in Bild 4.1/2. Bei dem FE-Modell der Schwinge beträgt die Eigenfrequenz in der Startstellung 14,4 Hz und bei dem Balkenmodell 14,8 Hz. Die entsprechenden Eigenschwingungsformen sind in **Bild 4.3/1** dargestellt und sind im Gegensatz zu den Annahmen, die den Berechnungen in Abschnitt 4.1 zugrunde lagen, nicht mehr exakt symmetrisch.

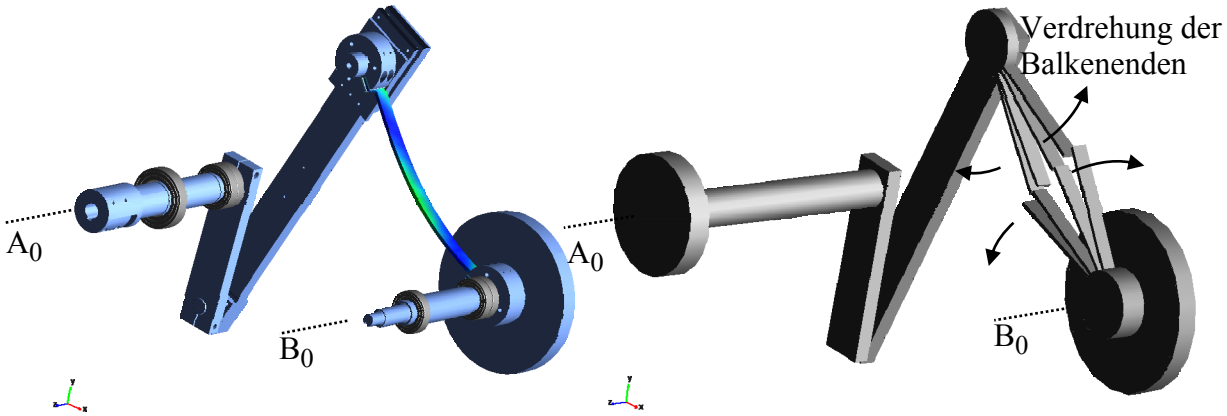


Bild 4.3/1: Eigenschwingungsformen im eingebauten Zustand für das kondensierte FE-Modell (links) und das Balkenmodell (rechts)

Zur experimentellen Überprüfung der Eigenfrequenz wurde das Getriebe bei ausgeschaltetem Motor durch einen Schlag auf die Schwinge zu Eigenschwingungen angeregt. Die Biegeschwingungen in **Bild 4.3/2** wurden zum einen unmittelbar mit den Dehnmessstreifen (DMS) gemessen und zum anderen indirekt aus den Drehgebersignalen berechnet. Dazu wurde aus dem Winkelsignal des Drehgebers im Gelenk A_0 der entsprechende Abtriebswinkel eines Starrkörpergetriebes berechnet und anschließend von dem im Gelenk B_0 gemessenen tatsächlichen Abtriebswinkel abgezogen.

Im DMS-Signal sind neben der Biegeeigenfrequenz von 14,65 Hz zwei weitere Frequenzanteile mit 95,8 Hz und 300 Hz zu erkennen. Diese sind auf weitere Eigenformen der Schwinge zurückzuführen, die nicht mit dem Balkenmodell, wohl aber mit dem FE-Modell aus Bild 4.3/1 abgebildet werden können. Die nachfolgend dargestellten experimentellen Untersuchungen werden zeigen, dass die hohe Modellierungstiefe des FE-Modells dennoch nicht notwendig ist, da im Betrieb nur die erste Eigenform so stark angeregt wird, dass sie die Abtriebsbewegung beeinflusst. Dies ist auch bereits im Bild 4.3/2 daran zu erkennen, dass das Drehgebersignal im Frequenzbereich nur einen deutlichen Peak bei 14,65 Hz zeigt. Auf die Anregung und die Messungen der weiteren Eigenformen der Schwinge wird auch im Abschnitt 5.5 noch einmal eingegangen. Die tatsächliche erste Eigenfrequenz der eingebauten Schwinge liegt in der untersuchten Stellung zwischen den beiden Werten des FE-Modells und des Balkenmodells. Diese Aussage gilt allerdings zunächst nur für die eine untersuchte Getriebestellung (vgl. Bild 4.2/3).

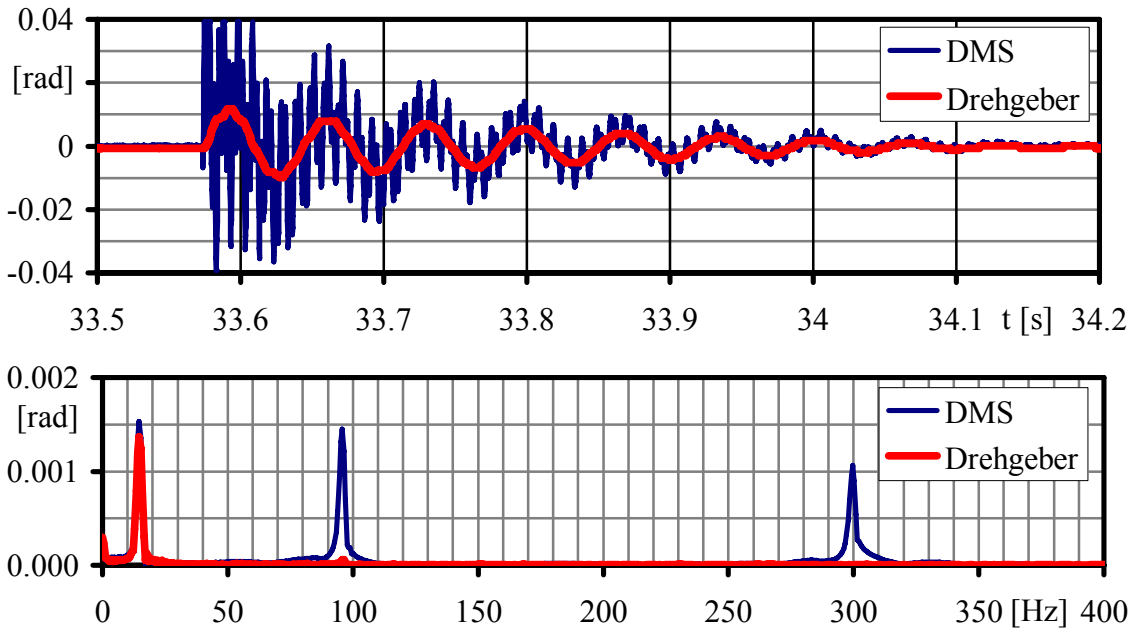


Bild 4.3/2: Zeitverlauf des Biegewinkels und Frequenzanteile beim Ausschwingversuch

In Messergebnissen sind im Allgemeinen immer Anteile zu finden, die in den Simulationsergebnissen nicht vorhanden sind. Sind diese Anteile für die Qualität der Abtriebsbewegung des Systems relevant, so muss das Modell um zusätzliche Effekte erweitert werden. Am Getriebeprüfstand ist beispielsweise eine deutliche Schwankung der Antriebsdrehzahl zu sehen. Daher wird im Modell für alle nachfolgend behandelten Simulationen die Drehzahlregelung des Prüfstands nachgebildet (vgl. Abschnitt 5.1). Bei dem Beispielgetriebe werden außerdem zwei bisher noch nicht modellierte Effekte, die das dynamische Verhalten des Abtriebs möglicherweise beeinflussen, untersucht: das Spiel im Planetengetriebe zwischen Motor und Kurbel (Laut Hersteller maximal 0,2°) und die Reibung in den Lagern.

Um das Spiel im Planetengetriebe zu simulieren, wurde zwischen dem Rotorträgheitsmoment und der Kurbel eine Torsionsfeder c_{Getr} (vgl. Bild 4.2/1) mit progressiver Federkennlinie implementiert. In **Bild 4.3/3** sind die Winkelabweichungen $\gamma 2$ im Planetengetriebe und $\gamma 4$ am Abtrieb für eine Simulation mit dem Balkenmodell dargestellt. Dabei hat das System nach dem Hochlaufvorgang ab dem Zeitpunkt 1 s eine Antriebsfrequenz von 0,9 Hz erreicht. Aufgrund des Spiels wird am Antrieb ein Verdrehwinkel von $\gamma_2 = \pm$ 0,0017 rad berechnet und es finden erwartungsgemäß immer dann Flankenwechsel statt, wenn das hier nicht dargestellte Antriebsmoment (vgl. Bild 3.5/1) Nulldurchgänge hat. Zum Zeitpunkt 1,55 s und 2,7 s liegen Flankenwechsel vor. Diese führen zu einer Schwingungsanregung. Bei dem Balkenmodell ist im Zeitverlauf des Schwingwinkels γ_4 zu den Zeitpunkten 1,95 s bzw. 3,05 s ein plötzliches Verschwinden der Eigenschwingungen zu beobachten. Dies sind genau die Zeitpunkte, zu denen ebenfalls ein Flankenwechsel im spielbehafteten Planetengetriebe stattfindet. Offenbar zeigt sich hier, ähnlich wie es beim Input-Shaping (Abschnitt 7.1.1) beabsichtigt ist, eine Auslöschung des vorhandenen Schwingungsanteils durch den neu angeregten Schwingungsanteil. Der Auslöschungseffekt ist bei einer nicht weiter dargestellten

Rechnung mit dem FE-Modell aufgrund der geringfügig anderen Eigenfrequenzen bei dieser Drehzahl nicht zu beobachten.

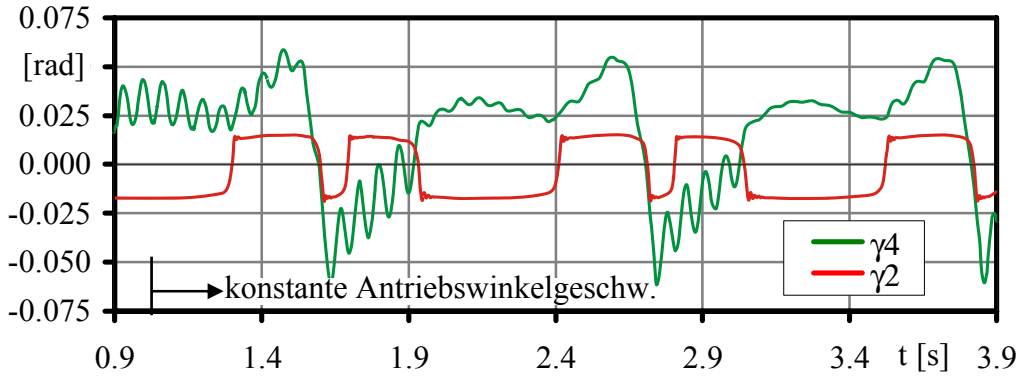


Bild 4.3/3: Auslöschungseffekt beim Abtriebswinkelfehler γ4 aufgrund von Stößen durch Flankenwechsel im Verlauf des Winkels γ2 des spielbehafteten Planetengetriebes

Die Auswirkung des Spiels auf die Winkelabweichung am Abtriebsorgan wird anhand der Ergebnisse für einen stationären Betriebszustand bei 1 Hz Antriebsfrequenz näher untersucht. In **Bild 4.3/4** sind die Winkelabweichungen im Zeit- und im Frequenzbereich dargestellt.

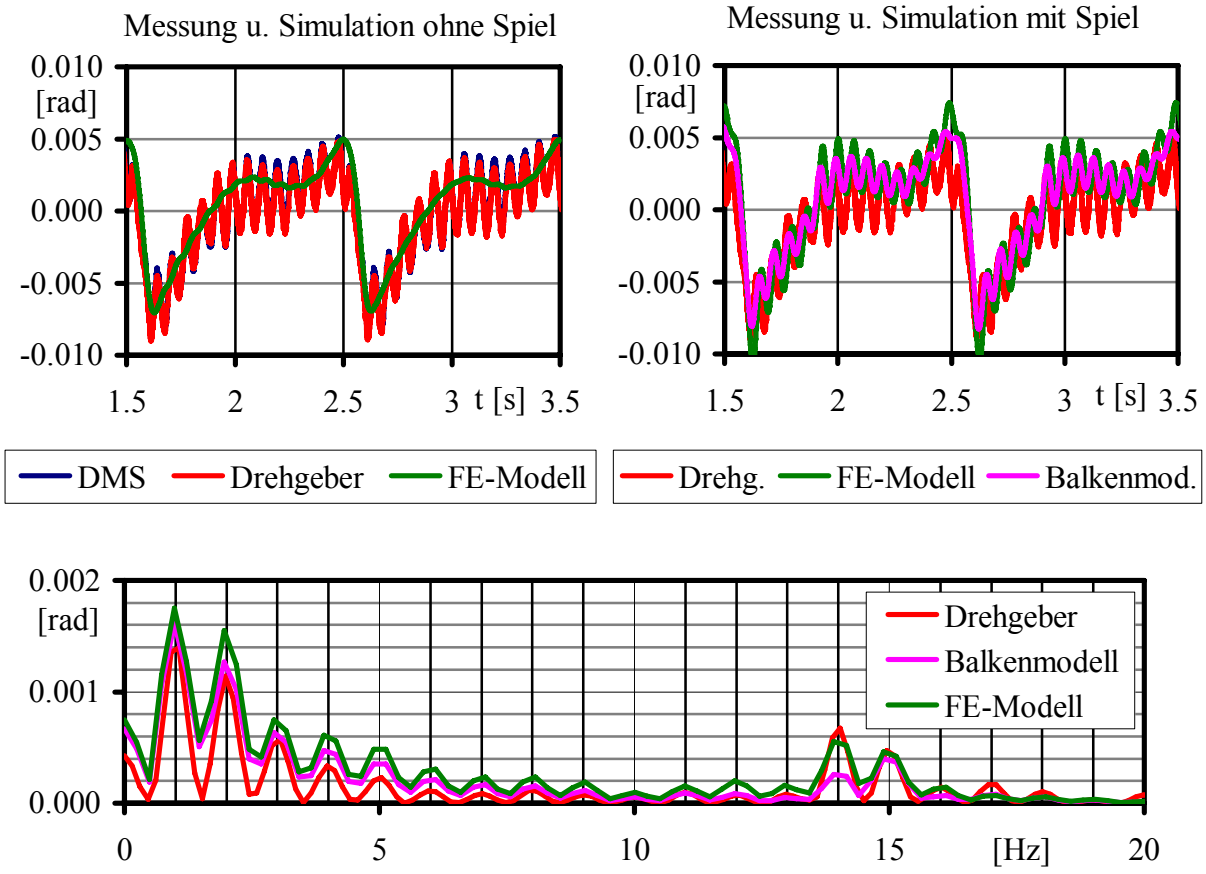


Bild 4.3/4: Winkelabweichung am Abtrieb bei Messung mit DMS und Drehgeber und bei Simulationen mit Modellen ohne Spiel (links) und mit Spiel (rechts und unten)

Im linken oberen Diagramm ist zu erkennen, dass die Messgrößen von Drehgeber und DMS nahezu identisch sind, da die höherfrequenten Eigenformen, die bei der Modalanalyse zu unterschiedlichen Ergebnissen geführt hatten (vgl. Bild 4.3/2), nicht angeregt werden. Beide Kurven zeigen deutlich die Biegeeigenschwingungen der Schwinge, die dem Verlauf der quasistatischen Verformung überlagert sind. In dem Simulationsmodell, bei dem die Schwinge als FE-Modell abgebildet wurde und kein Spiel im Planetengetriebe modelliert ist, sind diese Eigenschwingungen kaum ausgeprägt, nur die quasistatische Verformung ist zu erkennen. Im Gegensatz dazu zeigen Simulationen mit einem FE-Modell und einem Balkenmodell, die das Spiel jeweils berücksichtigen, deutlich die Eigenschwingungen im Abtriebswinkelverlauf. Die entsprechenden Ergebnisse sind oben rechts in Bild 4.3/4 dargestellt. Außerdem ist in dem Diagramm das gemessene Drehgebersignal als Referenzkurve abgebildet.

Die geringfügig unterschiedlichen Eigenfrequenzen des FE-Modells und des Balken-Modells führen zu Unterschieden im Zeitverlauf der Schwingungen (vgl. Bild 4.3/3). Im Frequenzbereich unten in Bild 4.3/4 ist im Bereich der Resonanzfrequenzen von ca. 14,5 Hz zu erkennen, dass die 14. und die 15. Ordnung der Antriebsfrequenz jeweils relativ starke Schwingungen anregen. Die niederfrequenten Anteile der Schwingungsantwort sind erzwungene Schwingungen und werden im Abschnitt 4.4.1 noch näher unersucht. Es ist aber zu erkennen, dass die Amplituden bei der Messung kleiner sind als bei der Simulation. Dieses Phänomen war allgemein bei niedrigen Antriebsfrequenzen zu beobachten. Bei höheren Antriebsfrequenzen liegt eine gute Übereinstimmung der Amplituden der Mess- und Simulationsergebnisse im Bereich der erzwungenen Schwingungen vor. Dies ist in **Bild 4.3/5** für die Antriebsfrequenzen von 1,5 Hz und 1,8 Hz dargestellt. Die zugehörigen Zeitverläufe sind weiter hinten in Bild 4.4/1 dargestellt.

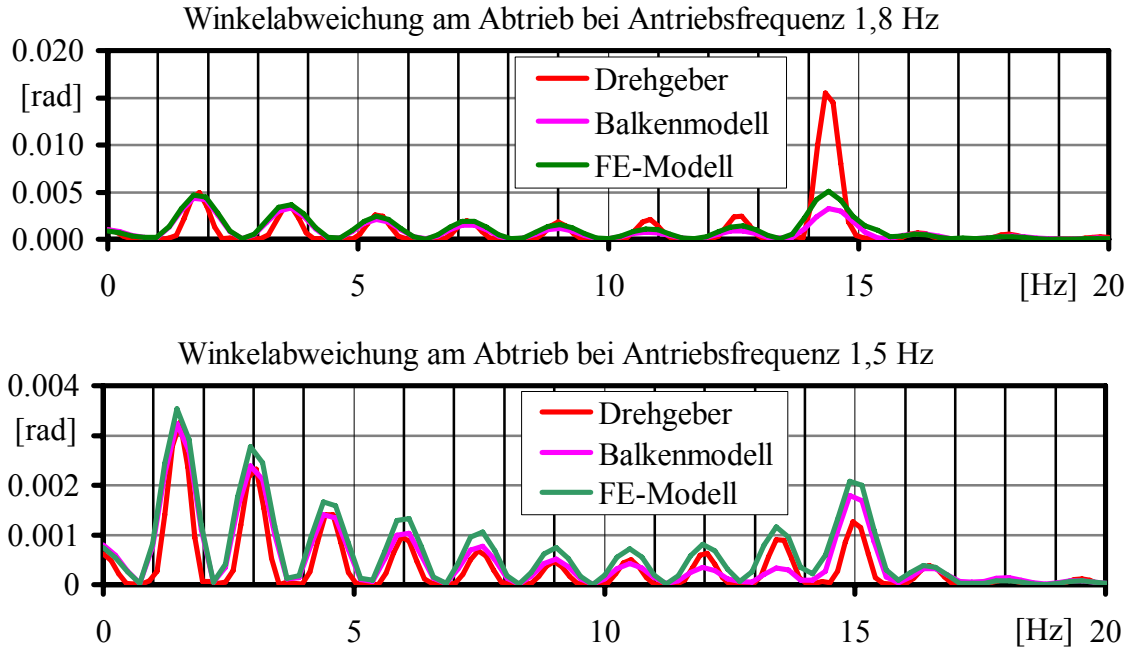


Bild 4.3/5: Gegenüberstellung der Amplituden zwischen Messung mit den Drehgebern und Simulation mit dem FE- und dem Balkenmodell

Die Untersuchung bestimmter Betriebszustände wie sie in Bild 4.3/4 und in Bild 4.3/5 dargestellt sind, ist nur geeignet, um qualitativ zu überprüfen, ob im Modell alle relevanten Effekte vorhanden sind, die auch bei dem Prüfstand auftreten. Eine quantitative Aussage ist aber nur begrenzt möglich, da im Betrieb eine Anregung nur mit diskreten Frequenzen erfolgt. Kleine Unterschiede in der Eigenfrequenz können bereits zu großen Unterschieden in den Amplituden führen. Bei 1,8 Hz Antriebsfrequenz trifft die 8. Ordnung (14,4 HZ) recht genau die Eigenfrequenz des Prüfstands, aber nicht die der Simulationsmodelle. Daher tritt am Prüfstand ein deutlich größerer Peak auf. Bei 1,5 Hz Antriebsfrequenz sind die Verhältnisse umgekehrt. Erst die Bestimmung der vollständigen Amplitudenfrequenzgänge für den gesamten Bereich der Anregungsfrequenzen erlaubt einen quantitativen Vergleich. Bei linearen Systemen kann der Amplitudenfrequenzgang durch eine Modalanalyse experimentell bestimmt werden. Dazu wird das System mit einem Hammer impulsartig oder durch einen Shaker harmonisch angeregt und die Schwingungsantwort wird im Verhältnis zur Anregungsstärke ausgewertet. Der Prüfstand ist aber unter anderem aufgrund des Spiels im Planetengetriebe ein nichtlineares System. Daher wird für den quantitativen Vergleich der Modelle mit dem Prüfstand eine Betriebsschwingungsanalyse für einen kombinierten Hochlauf- und Abbremsvorgang durchgeführt. Da dabei ebenfalls alle Frequenzen angeregt werden, liefert diese ähnliche Information wie die Modalanalyse.

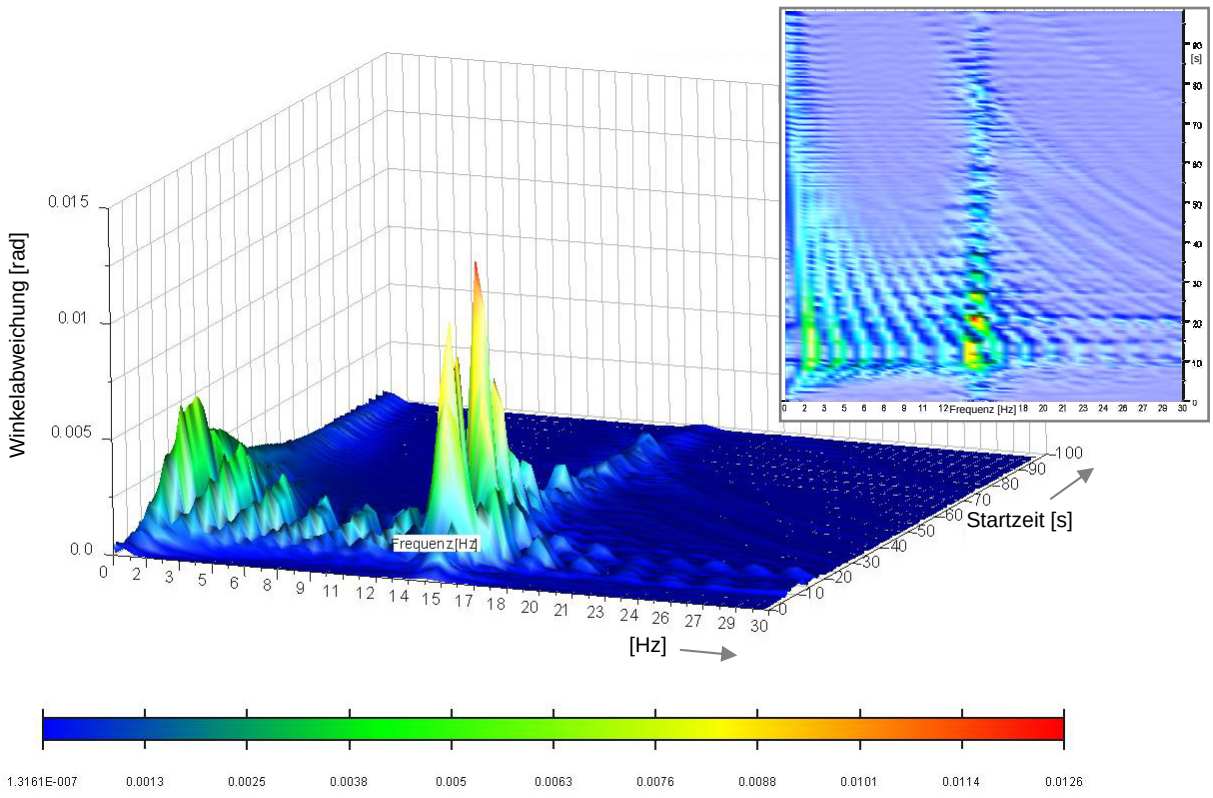


Bild 4.3/6: Wasserfalldiagramm für den gemessenen Winkelfehler am Abtrieb

Der Hochlaufvorgang setzt sich aus drei Phasen zusammen: Ein linearer Anstieg der Antriebswinkelgeschwindigkeit auf ca. 4π rad/s, ein Bereich konstanter Drehzahl und ein exponentieller Abfall der Drehzahl. Der exponentielle Abfall wurde gewählt, um bei niedrigen Antriebs- bzw. Anre-

gungsfrequenzen noch ein Einschwingen der erzwungenen Schwingungen zu ermöglichen. Im Wasserfalldiagramm **Bild 4.3/6** sind Fast-Fourier-Transformationen (FFT's) von 2s-Zeitabschnitten des Messsignals mit fortschreitenden Startzeiten der Zeitabschnitte aufgetragen. Durch das ungleichmäßig übersetzende Verhalten des Getriebes werden erzwungene Schwingungen mit einem Vielfachen der Antriebsfrequenz angeregt. In der Draufsicht oben rechts in Bild 4.3/6 sind die Amplituden aufgrund der erzwungenen Schwingungen mit der Antriebsfrequenz der Kurbel deutlich zu sehen. Sie fallen entlang der Zeitachse gemäß der Exponentialfunktion ab. Immer, wenn eine Vielfache der Antriebsfrequenz mit der Eigenfrequenz zusammen fällt, sind große Amplitudenüberhöhungen zu sehen. Die größte Amplitude von 0,012 rad tritt auf, wenn die 8. Ordnung der Antriebsfrequenz mit der Eigenfrequenz zusammenfällt.

Qualitativ sehr ähnliche Ergebnisse ergeben sich auch für das Balkenmodell. In **Bild 4.3/7** ist das Wasserfalldiagramm in zwei Ansichten dargestellt. Die Amplitude, die auftritt, wenn die 8. Ordnung der Antriebsfrequenz die Eigenschwingung anregt beträgt hier nur 0,008 rad und ist somit deutlich kleiner als am Prüfstand. Dies deckt sich mit den Ergebnissen in Bild 4.3/5 und könnte in einer zu hoch modellierten Dämpfung begründet sein. Die Dämpfung hat im Resonanzbereich eine starke Auswirkung auf die Schwingungsamplitude. Im Messergebnis liegt das Amplitudenmaximum bei 14,2 Hz und im Simulationsergebnis bei 14,5 Hz vor. Abweichungen in gleicher Größenordnung von ca. 3% sind auch in [Scheideler 1995] zu finden.

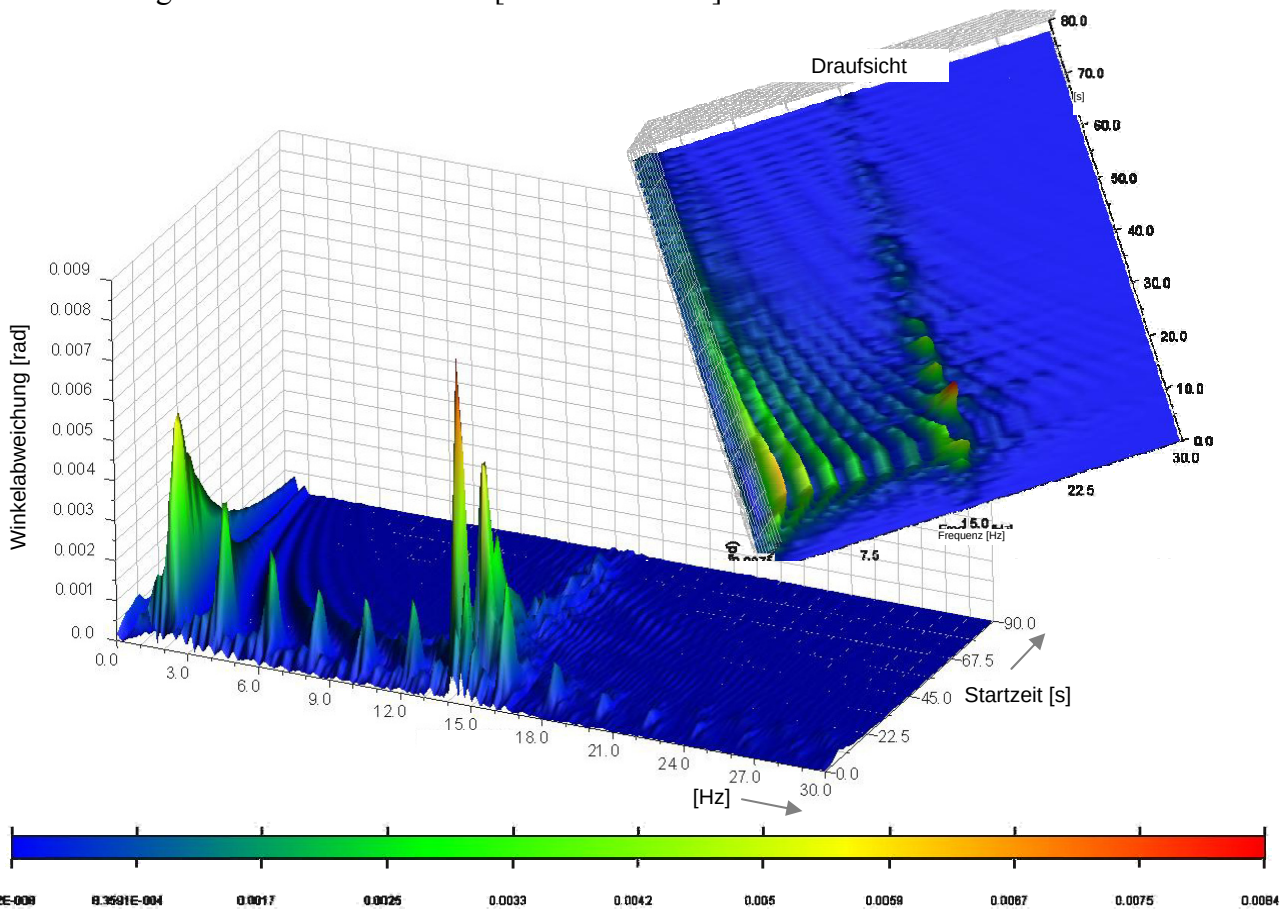


Bild 4.3/7: Wasserfalldiagramm: berechneter Winkelfehler am Abtrieb beim Balkenmodell

Die zuvor schon angesprochenen Unterschiede zwischen Messung und Berechnung in den Amplituden der niedrigen Ordnungen bei Antriebsfrequenzen unter 1,5 Hz (vgl. Bild 4.3/4) ist ebenfalls vorhanden, allerdings in den gewählten Darstellungen kaum zu erkennen. Insgesamt bestätigen sich die quantitativen Unterschiede zwischen Mess- und Simulationsergebnissen aus den zuvor dargestellten Untersuchungen einzelner Betriebspunkte. Es zeigen sich aber keine qualitativen Unterschiede. Offenbar macht sich bei niedrigen Antriebsdrehzahlen und entsprechend niedrigen kinetostatischen und vibrodynamischen Kräften ein Effekt bemerkbar, der bei hohen Drehzahlen in den Hintergrund tritt. Insgesamt kann davon ausgegangen werden dass das Modell in der Lage ist, im oberen Drehzahlbereich alle wesentlichen Schwingungsphänomene, die sich auf die Abtriebsgröße auswirken, abzubilden.

Abschließend wird noch unersucht, ob ein bislang nicht modellierter Effekt, nämlich die Lagerreibung, bei niedrigen Drehzahlen unter 45 U/min zu einer besseren Übereinstimmung von Simulation und Messung führt. Um einen Anhaltswert für die Lagerreibung zu erhalten wurden Berechnungsvorschriften des Lagerherstellers angewendet. Diese gelten zwar nur für den stationären Betrieb mit konstanter Drehzahl, liefern aber dennoch erste Anhaltswerte, die als Ausgangspunkt für eine experimentelle Modellverifikation dienen können. Der Vergleich von Messungen („Drehgeber“) mit Simulationsrechnungen („Balkenmodell“ und „FE-Modell“) mit Reibung in **Bild 4.3/8** und ohne Reibung (z. B. Bild 4.3/4) zeigt jedoch, dass die vorherigen Simulationen ohne Reibung bessere Ergebnisse lieferten. Dies ist insbesondere in dem markierten Bereich an den großen qualitativen Unterschieden zwischen Messung und Simulation zu erkennen. Außerdem laufen Rechnungen ohne Reibung erheblich schneller als Rechnungen mit Reibung. Daher wird im Folgenden keine Reibung berücksichtigt.

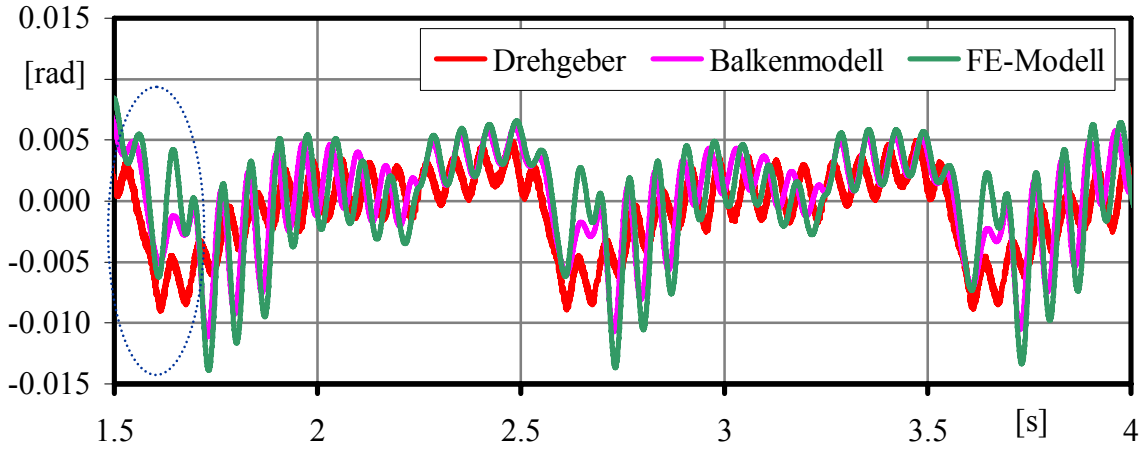


Bild 4.3/8: Winkelabweichung am Abtrieb bei Simulation von Gelenkreibung

Insgesamt zeigt das Modell, das ohne a-priori-Kenntnisse des realen Systems erstellt wurde, im Rahmen der Modellverifikation eine ausreichende Qualität für die nachfolgenden Untersuchungen. Auf eine Adaption der Modellparameter für die Dämpfung und das Spiel wird in dieser Arbeit verzichtet. Allgemein stehen aber für die Adaption der Parameter der algebraischen Systemmodelle

formale Methoden zur Parameteridentifikation zur Verfügung und sind in der entsprechenden Fachliteratur (z. B. [Abel 1993], [Isermann 1992] und [Lenzen 1994]) erläutert. Besonders für zeitinvariante lineare Systeme existieren zahlreiche Verfahren. In [Petsounis und Fassois 2001] werden beispielsweise vier stochastische und drei deterministische Methoden zur Parameteridentifikation im Zeitbereich am Beispiel eines Fahrzeugmodells miteinander verglichen. Hinsichtlich des Konvergenzverhaltens erweisen sich dabei Methoden bei denen nur lineare Optimierungen vorgenommen werden müssen als vorteilhaft, [Fassois und Hemez 2001] und [Fassois 2001]. Die Verwendung der zuvor genannten Methoden für zeitinvariante Systeme ist bei den betrachteten Bewegungssystemen nur möglich, wenn die Messdaten im Stillstand ermittelt werden, da die Systeme nur im Stillstand durch zeitinvariante lineare Differentialgleichungen beschrieben werden können. Sich bewegende Systeme werden durch zeitvariante lineare Differentialgleichungen oder durch nichtlineare Differentialgleichungen beschrieben (s. Abschnitt 4.2). Eine nichtlineare Least-Squares-Methode (Levenberg–Marquardt) wird in [Serban und Freeman 2001] zur Optimierung der Parameter nichtlinearer Modelle genutzt. Die benötigten Jacobimatrizen werden dabei aus den algebraischen Modellgleichungen gewonnen.

Im Hinblick auf Maßnahmen zur Schwingungsminderung ist die Beseitigung des Spiels eine Maßnahme zur passiven Schwingungsminderung, die sich durch konstruktive Änderungen des Prüfstandsaufbaus realisieren lässt. Die Reibungseffekte spielen bei Antriebsdrehzahlen größer als 60 U/min eine unergeordnete Rolle. Daher werden die modellbasierten Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung auf Basis eines einfachen Systemmodells, das ausschließlich den Effekt der Bauteilelastizität berücksichtigt, umgesetzt. Alle weiteren Effekte einschließlich der Reibung und des Spiels werden bei den nachfolgenden Untersuchungen zur Wirksamkeit der Maßnahmen als Störeffekte betrachtet.

4.4 Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung

In diesem Abschnitt wird eine Übersicht über die vielfältigen Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung gegeben. Die passive Schwingungsminderung ist insbesondere aufgrund der geringen Kosten interessant, da keine zusätzlichen Aktuatoren eingesetzt werden. Passive Schwingungsminderung bedeutet eine schwingungsgerechte Gestaltung der Systemeigenschaften durch die Ermittlung günstiger Werte für die Systemparameter. Dabei kann auch eine Erweiterung der Systemstruktur vorgenommen werden. Die Applikation von Schwingungstilgern ist ein Beispiel für eine Strukturerweiterung. Abhängig von den Problemen, die im Einzelfall durch Schwingungen hervorgerufen werden, ergeben sich für die Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung unterschiedlichste Zielsetzungen, deren Bandbreite in diesem Abschnitt nur angedeutet werden kann. Die Vielzahl der Zielsetzungen kann letztendlich auf die Gestaltung einer geringeren Anzahl von Systemeigenschaften zurückgeführt werden. Zu den bedeutendsten Eigenschaften zählen kinetostatische und dynamische Systemeigenschaften. Hier sind unter anderem

- die Größe und der Zeitverlauf der kinetostatischen Bauteil- und Gestellanregungen,

- die Größe und der Zeitverlauf der Belastung der Antriebe und
- das stationäre Schwingungsverhalten aufgrund periodischer Anregung

zu nennen. Die Gestaltung dieser Eigenschaften kann wiederum auf die Ermittlung bestimmter Systemparameter zurückgeführt werden. Die Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung können daher nach der Art der Bauteilparameter, die dabei festgelegt werden, unterschieden werden. Sie umfassen unter anderem die Dimensionierung der Bauteilmassen und der Massenträgheitsmomente. Diese Maßnahmen wurden im Abschnitt 3.5 bereits beschrieben. Weitere Maßnahmen, die auch die Bestimmung der Feder- und Dämpfereigenschaften der Bauteile einbeziehen, können aus der im Abschnitt 4.2 beschriebenen Analyse der linearisierten Bewegungsgleichung (4.2/8) abgeleitet werden. Diese Maßnahmen werden im Abschnitt 4.4.1 beschrieben. Im Anschluss daran wird erläutert, wie auch die kinematischen Abmessungen angepasst werden können, um die Auswirkung der elastischen Bauteildeformationen zu minimieren (Abschnitt 4.4.2) und um die Anregung durch das ungleichmäßig übersetzende Verhalten des Getriebes zu minimieren (Abschnitt 4.4.3). Ergänzend wird später im Abschnitt 5 noch kurz auf den Einsatz elektrischer Komponenten zur passiven Schwingungsminderung eingegangen.

4.4.1 Prozessbaustein Gestaltung der Systemeigenschaften durch Elastizitätsparameter

Durch die Bestimmung günstiger Werte nicht nur für die Bauteilmassen, sondern auch für die Bauteilparameter Federsteifigkeit und Dämpfung können die kinetostatischen und die vibrodynamischen Eigenschaften der Bauteile gestaltet werden. Die Belastungen und Eigenschaften sind letztlich abhängig von denjenigen Systemparametern, die in den Erregervektor $\mathbf{h}(t)$ oder in die Koeffizientenmatrizen $\mathbf{M}(t)$, $\mathbf{P}(t)$, und $\mathbf{Q}(t)$ der linearisierten Bewegungsgleichung (4.2/8) eingehen. Die Koeffizientenmatrizen und der Erregervektor hängen aber zusätzlich auch von der gewählten Linearisierungstrajektorie ab. Daher ist ergänzend zur Anregung von Eigenschwingungen durch höhere Harmonische in den kinetostatischen Kräften auch eine Anregung der Eigenschwingungen durch Sprünge in der Linearisierungstrajektorie bzw. Sollwertvorgabe zu beachten. Sprünge sollten möglichst vermieden oder durch geeignete Methoden (z. B. das Input-Shaping) gestaltet werden. Darauf wird im Abschnitt 7.1 näher eingegangen.

Die dynamischen Eigenschaften des Systems können abhängig von den Koeffizienten in den Matrizen **M**, **P** und **Q** der linearisierten Bewegungsgleichung bzw. von den Koeffizienten in der Systemmatrix **A** der linearen Zustandsgleichung (4.2/13) numerisch oder algebraisch ermittelt werden (vgl. Bild 4.2/3). Häufig ist eine Analyse des Systemverhaltens im Frequenzbereich hilfreich, um das dynamische Verhalten zu gestalten. Amplitudenfrequenzgänge können herangezogen werden, um das Systemverhalten zu charakterisieren und Zielsetzungen für die Minderungsmaßnahmen zu formulieren. Eine solche Zielsetzung könnte beispielsweise sein, die Existenz von Eigenfrequenzen in einem gewissen Anregungsfrequenzbereich zu vermeiden. Die gleichzeitige Verwendung algebraischer Gleichungen hat den Vorteil, dass der Zusammenhang zwischen den Bauteilparametern und den Eigenschaften in den Bestimmungsgleichungen erhalten bleibt. Dadurch wird beispielswei-

se eine gezielte Gestaltung der Eigenfrequenzen durch eine Anpassung der Bauteilparameter möglich. Häufig ist es praktikabel, nur die veränderbaren Bauteilparameter in algebraischer Form beizubehalten und alle anderen numerisch anzugeben, da die Gleichungen dann kompakter werden. Die Realisierung mehrerer Ziele sollte nicht getrennt voneinander betrachtet werden, da diese Ziele von den gleichen Systemparametern abhängen können. Es existieren gegebenenfalls konkurrierende Zielsetzungen, so dass der Einsatz von numerischen Optimierungsmethoden (s. Abschnitt 2) erforderlich sein kann.

Bei dem Beispielsystem kann durch die Gestaltung der Systemparameter das Ziel der Verringerung des quasistatischen Deformationsanteils, der in der Simulationsrechnung oben links in Bild 4.3/4 gut zu erkennen ist, mit Hilfe der Gleichung (4.2/17) für die statische Gleichgewichtslage $\mathbf{x}_\infty(t)$ erreicht werden. Die zeitvariante statische Gleichgewichtslage beschreibt in guter Näherung die stationäre Systemantwort auf die quasistatischen kinetostatischen Belastungen. Die Gl. (4.2/17) liefert damit den algebraischen Zusammenhang zwischen $\mathbf{x}_\infty(t)$ und den Steifigkeitsparametern in $\mathbf{Q}(t)$ sowie den Masseparametern in $\mathbf{h}(t)$. Es können beispielsweise Grenzwerte für die Verformung in den Umkehrlagen der Schwinge in die Gleichung eingesetzt werden und anschließend kann die Gleichung nach der gesuchten Steifigkeitsvariable aufgelöst werden.

Existieren in einem System elastische Bauteile, die aufgrund der gewünschten Sollbewegung des Systems eine starke Deformation erfahren, so kann die Gestaltung dieser Elastizität im Hinblick auf die Minimierung der Antriebsbelastung sinnvoll sein. Hier sind zum Beispiel Systeme mit Feststoffgelenken zu nennen. In [Khatait u. a. 2006] wird das Antriebsmoment für eine Kurbelschwinge mit Feststoffgelenken in B und B_0 (s. Bild 3.2/1) durch die Bestimmung optimaler Steifigkeiten und Vorspannungen dieser beiden Gelenke minimiert. Die Optimierung erfolgt durch kinetostatische Betrachtungen.

Wenn die Übertragung von Belastungen ab einer gewissen Frequenz auf den Antrieb verhindert werden soll, kann analog zur Schwingungsisolierung von Maschinen eine Elastizität in den Kraftfluss zwischen Motor und Bewegungssystem eingebracht werden. Ein elastischer Zahnriemen zwischen Motor und Getriebe wirkt sich beispielsweise wie ein mechanisches Tiefpassfilter aus, das hochfrequente Kraftanteile nur schwach auf den Antrieb überträgt. Das Vorgehen zur Auslegung ist dadurch gekennzeichnet, dass zunächst die algebraische Bestimmung der stationären Schwingungsantwort aufgrund der Anregungskräfte erfolgt und dass diese Ergebnisse anschließend in die Bewegungsgleichung eingesetzt werden, um die damit verbundenen Antriebsmomente zu berechnen. Die gesuchten Steifigkeitsparameter sind dabei als Variablen in den Gleichungen enthalten und können abhängig von den Vorgegebenen Grenzwerten für gewisse Frequenzanteile im Antriebsmoment bestimmt werden. Der Einsatz von elastischen Elementen zur Schwingungsisolierung des Antriebs ist praktisch aber nur in Ausnahmefällen sinnvoll, da durch die Entkopplung für hohe Frequenzen auch umgekehrt nur eine geringe Beeinflussung des Systems durch den Antrieb möglich ist. Ein denkbares Anwendungsbeispiel ist ein Bewegungssystem in das durch einen schlagartigen Prozess

kurzzeitig hochfrequente Kraftanteile eingeleitet werden, die nicht bis zu dem Antrieb weiter geleitet werden sollen.

In den meisten Fällen soll der geregelte Antrieb jedoch nicht vor auftretenden Schwingungen geschützt werden, sondern er soll diesen Schwingungen entgegenwirken. Dazu ist es notwendig, die Eigenfrequenzen der Systemteile aufeinander abzustimmen, um nicht zu hohe dynamische Anforderungen an den Antrieb zu stellen. Es ist empfehlenswert, die Bauteile so zu dimensionieren, dass die Eigenwerte des Systems deutlich oberhalb der maximalen Antriebsfrequenz liegen, um Resonanzen zu vermeiden, und zugleich deutlich unterhalb der Reglereigenfrequenz liegen, um unerwünschte Wechselwirkungen, die im Abschnitt 6.2.3 noch näher erläutert werden, zu vermeiden. Auch sollte die Periodendauer der auftretenden Schwingung oberhalb der Zeitkonstanten der Stellglieder liegen, damit diese den Schwingungen effektiv entgegen wirken können (s. Abschnitt 5.2 und 5.4). Die Lage bzw. Platzierung der Systemeigenwerte ist außerdem von Bedeutung im Zusammenhang mit Parametererregung aufgrund zeitvarianter Koeffizienten und äußerer Erregung mit bestimmten Frequenzen, da Resonanzen auftreten können. Im linearisierten System sind vor allem die periodisch veränderlichen kinetostatischen Kräfte und periodisch veränderliche Antriebsmomente zu beachten, [Dresig und Rockhausen 2002]. Beide sind im Erregervektor **h**(t) enthalten. Bei einfachen Systemen wie dem Beispielsystem können die gewünschten Eigenfrequenzen bzw. die Steifigkeitswerte und die Bauteilabmessungen durch Abschätzungen leicht bestimmt werden. In anderen Fällen ist es aber auch möglich, die Methode der Polplatzierung aus der Regelungstechnik (Abschnitt 6.2.3) für die Berechnungen der gewünschten Systemparameter anzuwenden. In [Wang und Cheng 2005] wird beispielsweise ein Vorgehen angewendet, das an die Methodik der Polvorgabe angelehnt ist, um die Steifigkeit einer Blattfeder zu gestalten.

Ergänzend zur Platzierung der Eigenwerte können auch Tilgungsfrequenzen durch die Bestimmung entsprechender Systemparameter platziert werden. Eigenfrequenzen und Tilgungsfrequenzen kennzeichnen die Polstellen und die Nullstellen im Amplitudenfrequenzgang eines ungedämpften Systems. Durch die Platzierung der Pol- und Nullstellen wird das Übertragungsverhalten des Systems in einem engen Bereich um diskrete Frequenzen herum gestaltet. Im Gegensatz dazu wird bei der Schwingungsisolierung von Maschinen das Übertragungsverhalten in einem größeren Frequenzbereich gestaltet. Auslegungsrichtlinien hierfür finden sich beispielsweise in [Corves 2004b], [VDI 1976] und [Weck 1996]. In den Bereich der Gestaltung des Übertragungsverhaltens fällt auch die Auslegung von Dämpfungselementen zur Dissipation von Schwingungsenergie. Allgemein wird zwecks Gestaltung des Übertragungsverhalten die stationäre Schwingungsantworten des Systems in Abhängigkeit der Bauteilparameter bestimmt (vgl. Abschnitt 4.2), um daraus letztendlich Bestimmungsgleichungen für die Bauteilparameter zu generieren. Die Auslegung von einfachen Tilgern wird in vielen Lehrbüchern, unter anderem in [Corves 2004b], erläutert. In [Ozer und Royston 2005] wird ein Überblick über weitere Literaturstellen zur Auslegung von Tilgern für Systeme mit einem und mit mehreren Freiheitsgraden gegeben. [Ozer und Royston 2005] übertragen eine Methodik, die in [Den Hartog 1934] für die Auslegung von gedämpften Tilgern für ungedämpfte Systeme mit einem Freiheitsgrad entwickelt wurde, auf ungedämpfte Systeme mit mehreren Freiheits-

graden. Ziel ist es dabei die Schwingungsantwort in einem der Freiheitsgrade des Systems für ein breites Spektrum von Anregungsfrequenzen zu minimieren. Bei dem Verfahren wird ausgenutzt, dass in der dynamischen Übertragungsfunktion (Amplitudenfrequenzgang) zwei Punkte existieren, bei denen die Amplituden jeweils unabhängig von der Dämpfung des Tilgers sind. Die beiden Frequenzen, bei denen diese Invarianz der Amplituden zu beobachten ist, hängen von der Steifigkeit des Tilgers ab. Im ersten Schritt wird die optimale Steifigkeit des Tilgers so bestimmt, dass die Amplituden bei eben diesen beiden Frequenzen gleich groß sind. Im zweiten Schritt werden optimale Dämpfungsparameter berechnet, indem die partielle Ableitung der dynamischen Übertragungsfunktion für diese beiden Frequenzen nach der Anregungsfrequenz zu Null gesetzt wird. In [Filipović u. a. 1996] wird ein adaptiver Tilger für ein Mehrfreiheitsgradsystem ausgelegt. Das Adaptionsgesetz wird aus Tilgungsbedingungen, die mit Hilfe der Frequenzgangmatrix berechnet werden, abgeleitet. In [Ambarish und Parker 2006] wird der Effekt der Schwingungstilgung in einem Planetengetriebe ebenfalls durch eine gezielte Gestaltung der Schwingungsformen erreicht. Gestaltungsparameter ist dabei der Kraftangriffswinkel, der sich durch die Verzahnungsgeometrie ergibt. Auch bei der Gestaltung des Übertragungsverhaltens finden wiederum Methoden aus der Regelungstechnik Anwendung. In [Asami u. a. 2002] und [Starek und Inman 2004] werden Methoden zur Auslegung einer optimalen Regelung (H_∞ and H_2 - Optimierung) für die Bestimmung der Dämpfungskonstanten bei einem Zweimassenschwinger verwendet. Mit der gleichen Methodik wird in [Zuo und Nayfeh 2005] und [Zuo und Nayfeh 2006] ein Mehrmassensystem ausgelegt. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass durch die Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung für den jeweiligen Anwendungsfall spezifische Frequenzbereiche des Systemverhaltens gestaltet werden können.

Die umfangreichen Zusammenhänge zwischen den Systemparametern und dem dynamischen Systemverhalten werden im Folgenden am Beispiel des Kurbelgetriebeprüfstands erläutert. Die Analyse der algebraischen Gleichungen des Erregervektors des Beispielsystems in Gl. (4.2/11) zeigt, welche Bauteilparameter Einfluss auf die Erregung haben. Dies sind die Massenträgheitsmomente J_3, J_4, J_5 und J_6 (vgl. Bild 4.2/1), die kinematischen Übertragungsfunktionen und der Verlauf der Linearisierungstrajektorien $\gamma_{20}(t)$ und $\gamma_{40}(t) = 0$.

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} M_{an} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -J_6(U'_{20}U''_{20}\dot{\gamma}_{20}^2) - (J_3 + 4J_5)(U'_{10}U''_{10}\dot{\gamma}_{20}^2) \\ 2J_5(U''_{10}\dot{\gamma}_{20}^2) \end{pmatrix} \tag{4.4/1}$$

Die Schwinge erfährt eine Erregung durch die kinetostatische Biegebelastung $2J_5(U''_{10}\dot{\gamma}_{20}^2)$. Bei einer konstanten Antriebswinkelgeschwindigkeit $\dot{\gamma}_{20}$ als Linearisierungstrajektorie ist die kinematische Übertragungsfunktion zweier Ordnung $U_{10}''(\gamma_{20})$ maßgebend für die Frequenzanteile der Schwingungsanregung, während das Massenträgheitsmoment J_5 und die konstante Winkelgeschwindigkeit $\dot{\gamma}_{20}$ nur die Stärke der Anregung beeinflussen. Die Ausnutzung dieser Zusammenhänge zwecks einer gezielten Gestaltung der Anregung wird im Abschnitt 4.4.3 erläutert. Hier soll hingegen auf die Abstimmung der dynamischen Bauteileigenschaften auf diese Anregung eingegangen werden. Die kinetostatischen Kräfte, also die dynamischen Kräfte und Momente, die beim

Starrkörpermechanismus auftreten (Gl. (3.2/7)), wirken auch beim elastizitätsbehaftetem Mechanismus. Ihren zeitlichen Verläufen werden vibrodynamische Kräfte, die aus den Schwingungen des realen Mechanismus resultieren, überlagern, [Dresig 2001]. Entsprechend ist in der Schwingungsantwort die Überlagerung einer kinetostatischen und einer vibrodynamischen Verformung zu erwarten. Dieser Sachverhalt spiegelt sich auch in der Messung („Drehgeber“) und Simulation („FE-Modell“ und „Balkenmodell“) der stationären Schwingungsantwort in **Bild 4.4/1** wieder. Durch die Referenzkurve ist der kinetostatische Verformungsanteil gekennzeichnet. Die Simulationsmodelle haben, wie im Abschnitt 4.3 bereits erwähnt, geringfügig unterschiedliche Eigenfrequenzen und zeigen daher bei der Antriebsfrequenz von ca. 1,8 Hz eine kleinere Amplitude als der Prüfstand, bei dem die 8. Ordnung der Antriebsfrequenz sehr nahe an „der“ Eigenfrequenz von 14,5 Hz, die im Hochlaufvorgang in Bild 4.3/6 bestimmt wurde, liegt.

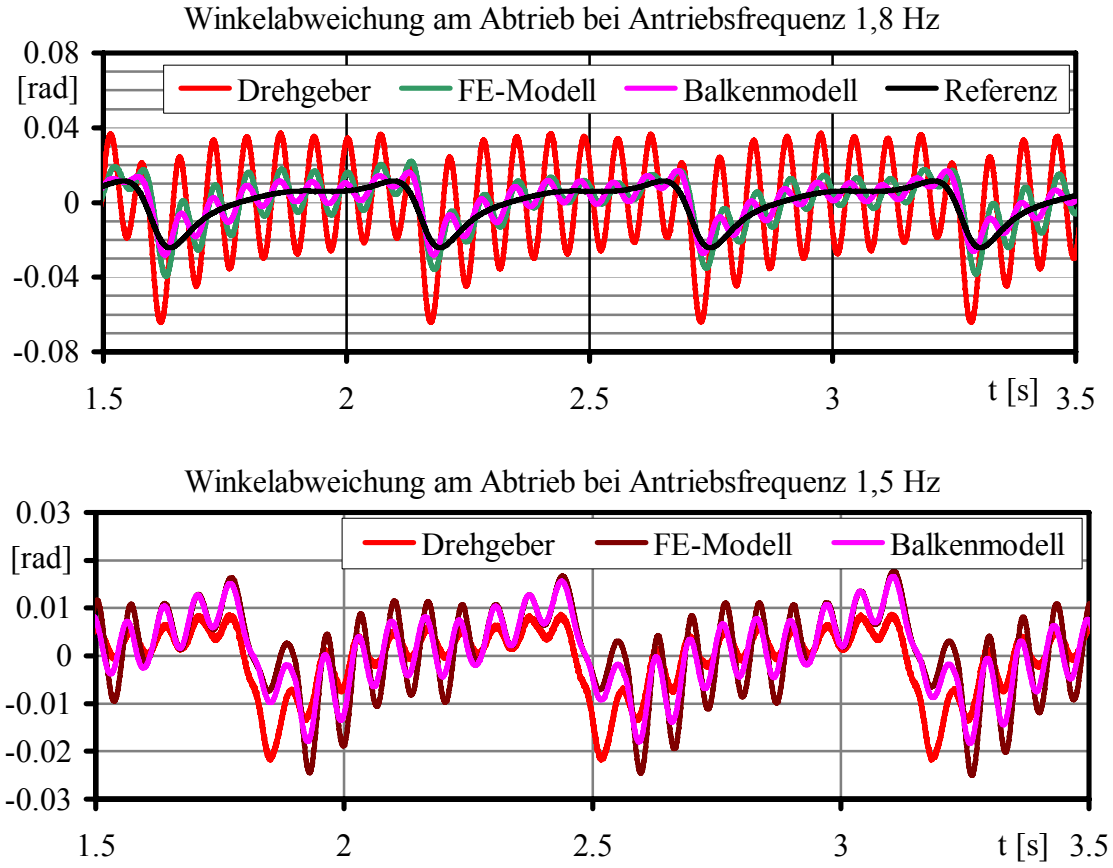


Bild 4.4/1: Gemessene und berechnete Winkelabweichung für verschiedene Drehzahlen

In einer Ordnungsanalyse können der kinetostatische und der vibrodynamische Anteil der Schwingungsantwort besser verdeutlicht werden. Der kinetostatische Anteil entspricht in guter Näherung der kinetostatischen Durchbiegung $\gamma_{4,\infty}$ nach Gl. (4.2/17)

$$\bar{\gamma}_{4,\infty} = \frac{2J_5(U''_{10}\dot{\gamma}^2_{20})}{c_2} \qquad (4.4/2)$$

Eben diese kinetostatische Durchbiegung wurde in Bild 4.4/1 als Referenzkurve eingezeichnet. Bei der Ordnungsanalyse in **Bild 4.4/2** wurden die kinetostatische Durchbiegung sowie die gemessenen Winkelabweichungen durch eine Fast-Fourier-Transformation in den Frequenzbereich übertragen und als Ordnungen der Antriebsfrequenz aufgetragen. Um die Ergebnisse für verschiedene Antriebsfrequenzen miteinander vergleichen zu können, wurden alle Kurven auf das Quadrat der Antriebswinkelgeschwindigkeit $\dot{\gamma}_{20}^2$ normiert. Die normierte kinetostatische Durchbiegung $\gamma_{4,\infty}^*$ ist demnach unabhängig von der Antriebswinkelgeschwindigkeit.

$$\gamma_{4,\infty}^* = \frac{\bar{\gamma}_{4,\infty}}{\dot{\gamma}_{20}^2} = \frac{2J_5(U_{10}'')}{c_2} \qquad (4.4/3)$$

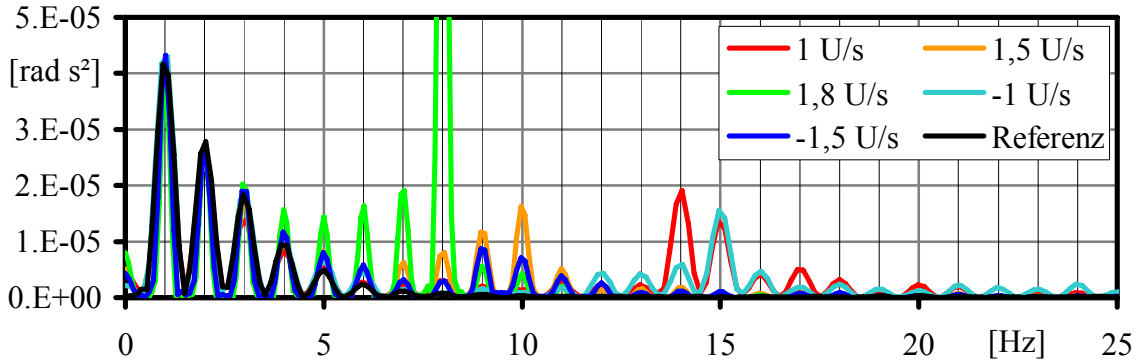


Bild 4.4/2: FFT der normierten Messergebnisse für die Abweichung am Abtrieb

Erwartungsgemäß zeigt die Ordnungsanalyse der Referenzfunktion γ^*_{40} bei den niedrigen Ordnungen eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Bei höheren Ordnungen ist in den Messergebnissen eine Resonanz aufgrund der Anregung der Eigenfrequenz der Schwinge überlagert. Bei einer Antriebsfrequenz von +/-1 Hz liegt die 14. bzw. 15 Ordnung nahe der Eigenfrequenz. Bei der Messung mit 1,8 Hz Antriebsfrequenz fällt die 8.te Ordnung der Erregung exakt mit der Eigenfrequenz der Schwinge zusammen. Es entsteht eine sehr große Schwingungsamplitude, die in der normierten Darstellung einen Wert von 0,00012 rad s² erreicht.

Bei dem Beispielgetriebe kann eine Verringerung des Eigenschwingungsanteils durch eine Erhöhung der Bauteileigenfrequenz der Schwinge erreicht werden. Dazu können bei dem einfachen Beispielsystem wiederum algebraische Zusammenhänge zwischen den Systemparametern, der Anregung und der stationären Schwingungsantwort, die mit Hilfe der Frequenzgangmatrix berechnet wird, benutzt werden, um die Systemparameter zu bestimmen. Für komplizierte Geometrien sind FEM-Programme, die eine Topologieoptimierung unterstützen, ein geeignetes Werkzeug. Bei der numerischen Optimierung des FE-Modells können Eigenfrequenzen, Eigenformen, Gewicht und andere Kenngrößen durch Verwendung geeigneter Zielfunktionen optimiert werden. Erläuterungen zu den Grundlagen und ein Beispiel aus dem Bereich des Fahrzeugbaus finden sich in [Schordered und Gmür 2004].

Bei der Auslegung von Steifigkeiten und Dämpfungen im Rahmen der passiven Schwingungsminderung ist zu beachten, in welcher Form Federn und Dämpfer technisch realisierbar sind. Ist bei dem Beispielsystem eine Erhöhung der Dämpfung beabsichtigt ohne die Schwinge selbst zu verändern, so können zu diesem Zweck Momente M_B und M_{B0} durch Reibelemente in den Gelenken B und B_0 erzeugt werden, Bild 4.1/1. Die Untersuchung einer geführten Bewegung, bei der dem System die Bewegung $\varphi = \gamma_{20}(t)$ aufgeprägt wird, so dass am Antrieb kein Winkelfehler vorliegt ($\gamma_2 = 0$), erfordert die Bewegungsgleichung eines Systems mit nur einem Freiheitsgrad. Diese kann auch direkt aus der zweiten Zeile von Gl. (4.2/9) abgelesen werden, wenn dort $\gamma_2 = 0$ eingesetzt wird und zudem die Ausdrücke für die Momente M_B und M_{B0} linearisiert werden.

$$\begin{aligned} &J_{45}\ddot{\gamma}_4 + \left(k_{red} - \frac{\partial M_{B0}}{\partial \dot{\gamma}_4} + \frac{\partial M_B}{\partial \dot{\gamma}_4} \right)\dot{\gamma}_4 + \left(c_{red} - \frac{\partial M_{B0}}{\partial \gamma_4} + \frac{\partial M_B}{\partial \gamma_4} \right)\gamma_4 \\ &= -\left(U_1''\dot{\gamma}_{20}^2 + U_1'\ddot{\gamma}_{20} \right) J_{4-5} + M_{B0}(\gamma_{40}, t) - M_B(\gamma_{40}, t) \end{aligned} \qquad (4.4/4)$$

Der Relativwinkel γ_4 ist identisch mit dem absoluten Fehler am Abtrieb. Die partiellen Ableitungen auf der linken Seite sind auf die Linearisierung des Reibungsgesetzes zurückzuführen. Diese Gleichung zeigt, dass Torsionsdämpfer in den Gelenken B und B_0 zu einer Verschlechterung des Schwingungsverhaltens führen können, da in der Differentialgleichung prinzipbedingt neben der erwünschten Dämpfung der Biegeschwingungen auf der linken Seite der Differentialgleichung gleichzeitig zusätzliche Erregerterme im Vektor **h** auf der rechten Seite der Differentialgleichung existieren, [Harmeling und Corves 2004]. Im Hinblick auf die periodisch schwingende Abtriebsbewegung ist bei der realen Ausführung von Dämpfern die Existenz von Haft- und Gleitreibungsphasen von Bedeutung. In [Hartung u. a. 2001] wird gezeigt, dass die Form des Reibgesetztes, also die Form des Übergangs von Haft- in Gleitreibung eine untergeordnete Rolle spielt. Hingegen hat die Existenz ausgeprägter Haftphasen eine wichtige Bedeutung. Sie führen in Verbindung mit entsprechend großen Gleitwegen zu einer großen Energiedissipation und Schwingungsminderung. Da aufgrund des Wechsels von Haft- und Gleitphasen ein Strukturwechsel im System stattfindet, wird der optimale Reibwert in [Hartung u. a. 2001] mit den Methoden der statistischen Versuchsplanung durch Experimente und Simulationen bestimmt.

4.4.2 Prozessbaustein Kompensation von elastischen Deformationen

Im vorherigen Abschnitt stand die Größe der Schwingungsantwort in unterschiedlichen Bereichen des Amplitudenfrequenzgangs im Mittelpunkt. In diesem Abschnitt wird ein Ansatz zur Verringerung der Auswirkung von elastischen Deformationen ohne dabei die Deformationen selbst zu verringern vorgestellt. Dazu wird die kinematische Maßsynthese (Abschnitt 3.4) erneut durchlaufen, um die kinematischen Abmessungen unter Berücksichtigung der elastischen Deformation gezielt zu verändern. Die Vorteile dieses Vorgehens liegen darin, dass es nicht zu einer Vergrößerung des Bauteilgewichts führt, dass es zu keiner Erhöhung der Herstellungskosten führt und dass es auch in den singulären Stellungen wirksam ist, wo später (Abschnitt 6.2) noch behandelte Verfahren zu aktiven Schwingungsminderung prinzipbedingt ihre Wirksamkeit verlieren. In der Literatur finden

sich einige Anwendungsbeispiele, die vornehmlich die Methode der Optimierung zur Bestimmung der kinematischen Abmessungen einsetzen. [Zhang und Grandin 1982], [Zhang und Grandin 1985], [Laribi u. a. 2004] sowie [Kakatsios und Tricamo 1987] und [Kakatsios und Tricamo 1988] verändern beispielsweise nicht nur die elastischen Eigenschaften der Getriebebauteile, sondern auch die kinematische Übertragungsfunktion. Sie optimieren dazu neben den Bauteilparametern „Querschnittsgeometrie“ und „Material“ auch die kinematischen Abmessungen mit dem Ziel, die Abweichung am Abtriebsorgan zu minimieren. In [Corves u. a. 2006] wird für das Kurbelgetriebe-Beispielsystem ein Vorgehen vorgestellt, das auf eine numerische Optimierung verzichtet und stattdessen analytische Gleichungen verwendet, um die veränderten kinematischen Abmessungen zu bestimmen. Dieses Beispiel wird hier aufgegriffen.

Die Analyse des linearisierten Erregervektors in Gl. (4.4/1) zeigt, dass die Schwinge eine kinetostatische Biegebelastung erfährt. Die stationäre Schwingungsantwort setzt sich folglich aus einer quasistatischen Deformation aufgrund der kinetostatischen Belastung und einer überlagerten Schwingung zusammen (Bild 4.4/2). In diesem Abschnitt soll nur die quasistatische Deformation berücksichtigt werden, da der vibrodynamische Anteil gut durch Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung beeinflusst werden kann. Die quasistatische Abweichung des Abtriebswinkels $\gamma_{4,\infty}(t)$ kann während der Bewegung im mittleren Abtriebswinkelbereich zwischen den beiden Endlagen durch eine Anpassung der Solltrajektorie des Antriebswinkels $\gamma_{20}(t)$ kompensiert werden. Die entsprechende Trajektorienplanung wird im Abschnitt 7.1 beschrieben. In den Totlagen (Deck- und Strecklage) liegt jedoch eine singuläre Stellung des Mechanismus vor. Daher kann das in **Bild 4.4/3** skizzierte Überschwingen des Abtriebsträgheitsmoments durch antriebsseitige Maßnahmen nicht verhindert werden.

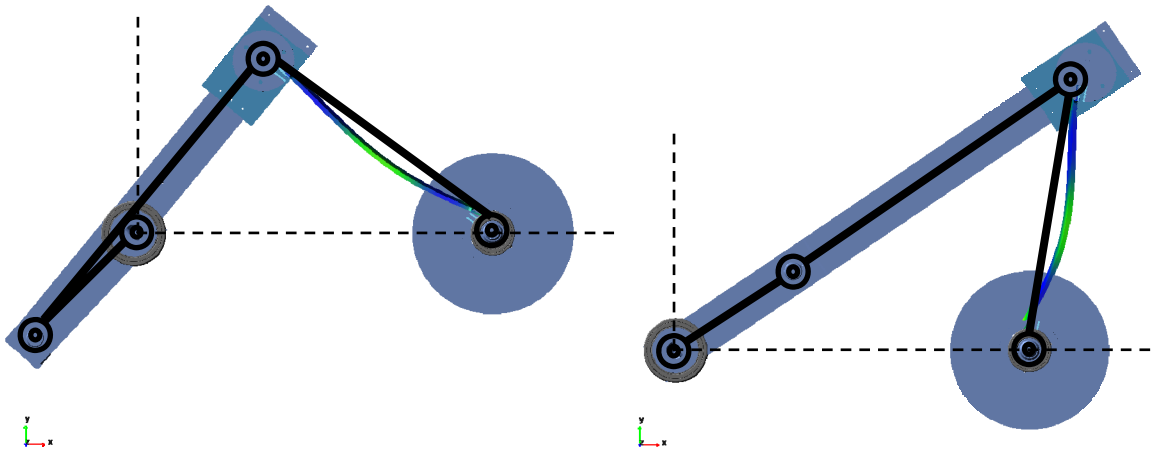


Bild 4.4/3: Überschwingen des Abtriebsorgans in der Decklage und der Strecklage

Das Überschwingen im Bereich der Totlagen kann aber durch eine Veränderung der kinematischen Abmessungen vermieden werden. Zu diesem Zweck wurde ein Algorithmus zur Totlagensynthese in MAPLE umgesetzt. Mit dem bekannten funktionalen Zusammenhang zwischen den Linearisie-

rungstrajektorien (γ_{20} und γ_{40}) und der Zeit kann der Verlauf der quasistatischen Abweichung $\gamma_{4,\infty}(t)$ aus Gl. (4.2/17)

$$\mathbf{x}_\infty(t) = -\mathbf{Q}(t)^{-1}\mathbf{h}_S(t)$$

zunächst in Abhängigkeit vom Antriebswinkel φ umparametriert werden, so dass man $\gamma_{4,\infty}(\varphi)$ erhält. Im Gegensatz zu Gl. (4.4/2), die ausschließlich die kinetostatische Belastung berücksichtigt, wird bei den hier zugrundeliegenden Berechnungen zusätzlich noch das Antriebsmoment $M_{An}(t)$ gemäß der PI-Drehzahlregelung im Erregervektor $\mathbf{h}_S(t)$ berücksichtigt. Die so gewonnene Gleichung für $\gamma_{4,\infty}(\varphi)$ kann für die beiden Werte der Antriebswinkel φ_a und φ_i in der äußeren und der inneren Totlage ausgewertet werden, wodurch sich die beiden quasistatischen Durchbiegung $\Delta\psi_a = \gamma_{4,\infty}(\varphi_a)$ bzw. $\Delta\psi_i = \gamma_{4,\infty}(\varphi_i)$ ergeben. Dabei sind $\varphi_a(\lambda, \mu, \nu)$ und $\varphi_i(\lambda, \mu, \nu)$ wiederum Funktionen der Gliedlängenverhältnisse $\lambda = L_1 / L_4$, $\mu = L_2 / L_4$ und $\nu = L_3 / L_4$.

Anschließend wird eine Totlagensynthese nach [VDI 1984] für einen Starrkörpermechanismus vorgenommen. Die Gliedlängen werden so neu berechnet, dass der Schwingwinkel des Starrkörpergetriebes ψ_a^* in der äußeren bzw. ψ_i^* in der inneren Totlage um den Wert der jeweiligen kinetostatischen Durchbiegung $\Delta\psi_a$ bzw. $\Delta\psi_i$ kleiner ist als der entsprechende Winkel ψ_a bzw. ψ_i des Ausgangsgetriebes, **Bild 4.4/4**.

$$\psi_a^* = \psi_a - \Delta\psi_a(\lambda, \mu, \nu, t) \tag{4.4/5}$$

$$\psi_i^* = \psi_i - \Delta\psi_i(\lambda, \mu, \nu, t) \tag{4.4/6}$$

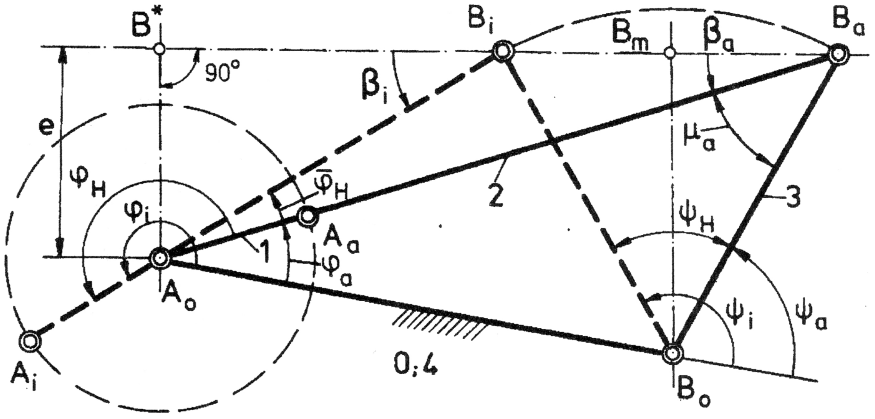


Bild 4.4/4: Deck- und Strecklagen der Kurbelschwinge (Quelle: [Corves 2005])

Die Synthesegleichungen für die Totlagensynthese ergeben sich aus einer Betrachtung der Streck- und der Decklage des Kurbelgetriebes, [Corves 2005].

$$(\lambda+\mu)^2 - 2\,\nu\cos(\psi_a) - \nu^2 - 1 = 0\,) \tag{4.4/7}$$

$$(\mu-\lambda)^2 - 2\,\nu\cos(\psi_i) - \nu^2 - 1 = 0 \tag{4.4/8}$$

$$\nu^2 + 2(\lambda+\mu)\cos(\varphi_a) - (\lambda+\mu)^2 - 1 = 0 \qquad (4.4/9)$$

$$\nu^2 - 2(\mu-\lambda)\cos(\varphi_i) - (\mu-\lambda)^2 - 1 = 0 \qquad (4.4/10)$$

Mit diesen Gleichungen können vier der insgesamt sieben verwendeten Größen in Abhängigkeit der anderen drei bestimmt werden. Die beiden neu berechneten Schwingwinkel ψ_a* und ψ_i* nach den Gln. (4.4/5) und (4.4/6) werden in die Gln. (4.4/7) und (4.4/8) eingesetzt. Man erhält damit zwei Gleichungen mit denen zwei neue Gliedlängenverhältnisse (z. B. μ^* und ν^*) berechnet werden können, während das dritte Gliedlängenverhältnis (z. B. λ) beibehalten wird. Dabei sind die Gliedlängenverhältnisse des Ausgangsgetriebes sehr gute Startwerte für den Algorithmus zur numerischen Lösung des Gleichungssystems. Die Lösung beschreibt gemäß der Zielvorgaben Gl. (4.4/5) und Gl. (4.4/6) ein Getriebe, bei dem die Abtriebswinkel des Starrkörpersystems mit veränderten kinematischen Abmessungen (ψ_a*, ψ_i*) zusammen mit der überlagerten kinetostatischen Deformation des Ausgangsgetriebes ($\Delta\psi_a$, $\Delta\psi_i$) in den Totlagen genau den geforderten Winkeln entsprechen.

$$\psi_{a/i}(t) = \psi_{a/i}^{*}(t) + \Delta\psi_{a/i}(\lambda,\mu,\nu,t) \qquad (4.4/11)$$

Daher ist später noch zu prüfen, ob auch für die quasistatische Deformation des veränderten Getriebes $\Delta\psi_a$* und $\Delta\psi_i$* mit ausreichend gute Näherung gilt:

$$\psi_{a/i}(t) \approx \psi_{a/i}^{*}(t) + \Delta\psi_{a/i}^{*}(\lambda,\mu,\nu,t) \qquad (4.4/12)$$

Mit der Veränderung der Gliedlängenverhältnisse hat sich die kinematische Übertragungsfunktion verändert. Insbesondere weichen die neuen Antriebswinkel $\varphi_a^* = \varphi_a + \Delta\varphi_a$ und $\varphi_i^* = \varphi_i + \Delta\varphi_i$ für die äußere und die innere Totlage von den ursprünglichen Werten φ_a bzw. φ_i ab. Im Allgemeinen muss daher durch eine kinematische Rückwärtsrechnung ein korrigierter Antriebswinkelverlauf $\gamma_{20}^*(t)$ berechnet werden, um den gewünschten Zeitverlauf des Abtriebswinkels zu erhalten. Das Vorgehen wird im Zusammenhang mit der Trajektorienplanung im Abschnitt 7.1.2 näher beschrieben. Um dabei einen möglichst gleichförmigen Antriebswinkelverlauf $\gamma_{20}^*(t)$ zu erhalten, ist es günstig, die beiden Abweichungen $\Delta\varphi_a$ und $\Delta\varphi_i$, die im Allgemeinen unterschiedlich sind, aneinander anzugleichen. Dazu werden $\varphi_a^* = \varphi_a + \Delta\varphi$ und $\varphi_i^* = \varphi_i + \Delta\varphi$ in die Gln. (4.4/9) und (4.4/10) eingesetzt. Die Lösung des Gleichungssystems (4.4/7) bis (4.4/10) liefert dann die drei gesuchten Gliedlängenverhältnisse (λ^*, μ^*, ν^*) und den Wert für $\Delta\varphi$. Im Einzelnen ergeben sich für das Beispielgetriebe die in **Tabelle 4.4/1** dargestellten Werte.

$\Delta\Psi_i$ [rad]	$\Delta\Psi_a$ [rad]	$\Delta\varphi_i$ [rad]	$\Delta\varphi_a$ [rad]	λ^*	μ^*	ν^*	Δl_1 [mm]	Δl_2 [mm]	Δl_3 [mm]
0.0036	-0.0119	-0.004	0.004	0.394	0.997	0.798	-2,789	-1,334	-1,096

Tabelle 4.4/1: Vorgabewerte und neu berechnete kinematische Abmessungen

Um die Güte der Näherung Gl. (4.4/12) ist die quasistatische Deformation $\gamma_{4,\infty}(\varphi)$ ist für das Beispielssystem in **Bild 4.4/5** dargestellt. Dort sind zwei Kurven für das Originalsystem mit den Ausgangsgliedlängenverhältnissen (λ, μ, ν) und für das optimierte System mit den veränderten Gliedlängenverhältnissen (λ^*, μ^*, ν^*) zu sehen. Das zu erwartende „Überschwingen“ in den Totlagen, die am Nulldurchgang der Übertragungsfunktion erster Ordnung U_1' zu erkennen sind, ist bei dem optimierten Getriebe und dem ursprünglichen Getriebe nahezu identisch, während bei den Extremwerten kleine Unterschiede zu erkennen sind. Die Näherung Gl. (4.4/12) ist also ausreichend gut erfüllt.

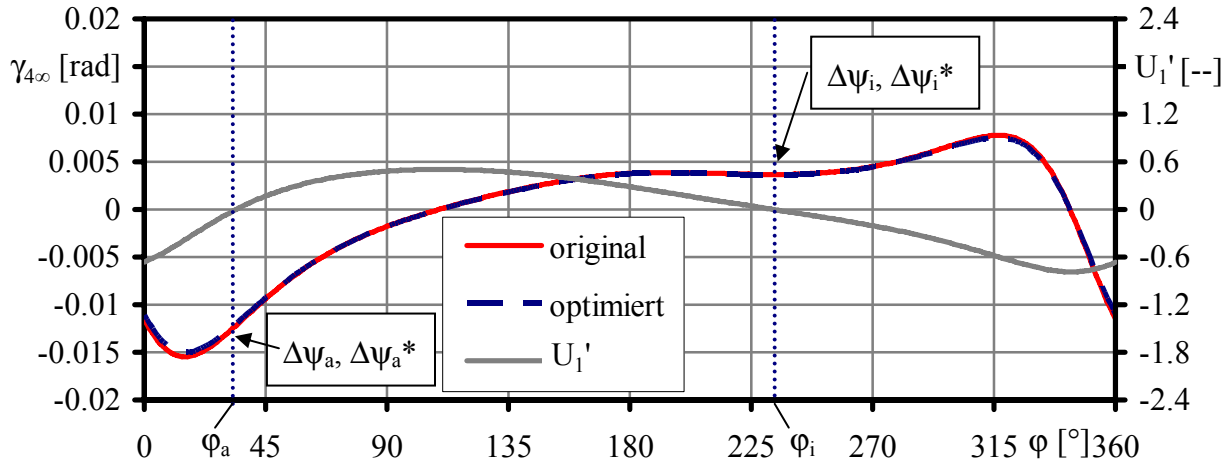


Bild 4.4/5: Vergleich der quasistatischen Abweichungen bei dem Ausgangsgetriebe und dem Getriebe mit den optimierten kinematischen Abmessungen

Die Grundlage für die Neuberechnung der kinematischen Abmessungen ist eine quasistatische Betrachtung. Der vibrodynamische Schwingungsanteil kann durch eine ergänzende Antriebsregelung zur aktiven Schwingungsminderung reduziert werden. Bereits allein aufgrund der veränderten kinematischen Abmessungen zur Verbesserung des Verhaltens in den Totlagen, also ohne Umplanung der Sollantriebstrajektorie $\gamma_{20}^*(t)$ und ohne eine zusätzliche Regelung zur aktiven Schwingungsminderung, zeigt sich eine deutliche Verbesserung in der Regelabweichung des Abtriebswinkels, **Bild 4.4/6**. Der Verlauf U_1' ist wiederum die Übertragungsfunktion erster Ordnung, deren Nulldruchgänge die Totlagen kennzeichnet.

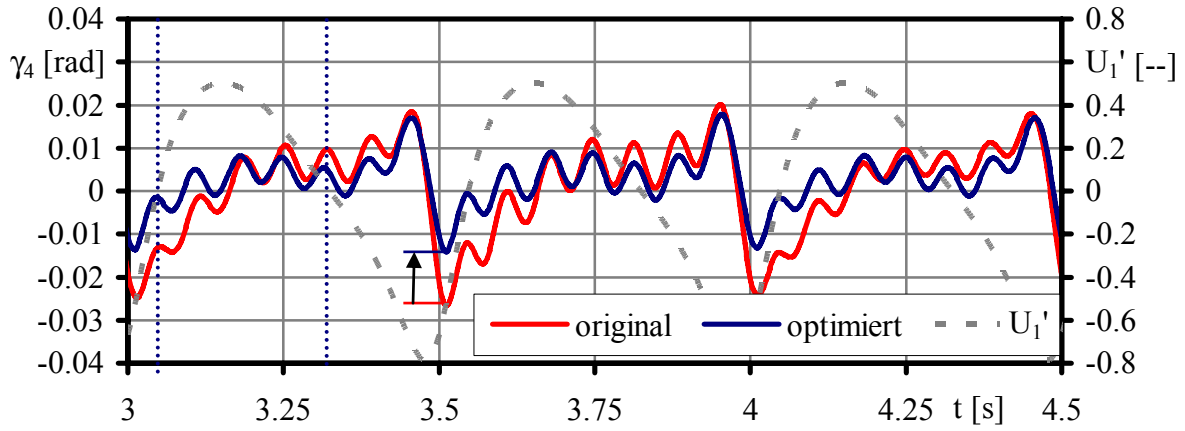


Bild 4.4/6: Verringerung des Winkelfehlers am Abtrieb durch Anpassung der kinematischen Abmessungen für eine geführte Bewegung

Der Nachteil der Veränderung der kinematischen Abmessungen ist darin zu sehen, dass die Optimierung nur für einen zugrunde gelegten Betriebszustand erfolgt. Wird das Getriebe, dessen kinematische Abmessungen für eine Antriebsdrehzahl von 120 U/min angepasst wurden, mit nur 60 U/min betrieben, so zeigen sich bei diesem Getriebe größere Abweichungen als bei dem ursprünglichen Getriebe, **Bild 4.4/7**.

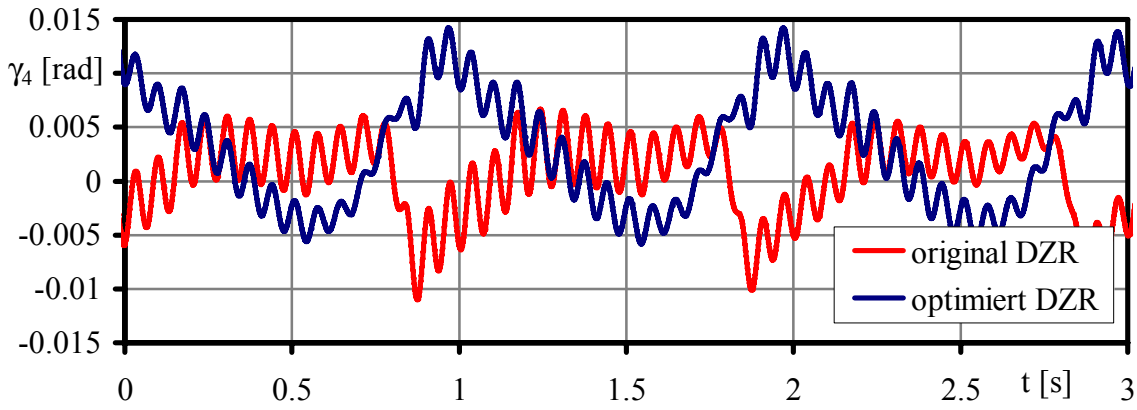


Bild 4.4/7: Abtriebswinkelfehler bei halbierter Antriebsdrehzahl

Bei dem Beispielsystem, einem Übertragungsgetriebe, konnte die Totlagensynthese erfolgreich angewendet werden, um die elastizitätsbedingte quasistatische Abweichung am Abtrieb zu kompensieren. Welches Verfahren zur Lagensynthese bei der Optimierung der kinematischen Abmessungen Anwendung findet, hängt vom Einzelfall ab.

Zum Abschluss dieses Abschnitts wird noch ein Beispiel für ein viergliedriges Kurbelgetriebe, das als Führungsgetriebe eingesetzt wird, betrachtet. Dabei wird ein Verfahren zur Genaulagensynthese zur Optimierung eingesetzt. Die kinematischen Abmessungen des Kurbelgetriebes mit elastischer Koppel in **Bild 4.4/8** wurden gemäß des Expertenwissens aus der getriebetechnischen Fachliteratur

(s. Abschnitt 3.3) so gewählt, dass die Koppelkurve des Starrkörpermechanismus eine genäherten Geradführung realisiert, **Bild 4.4/9**.

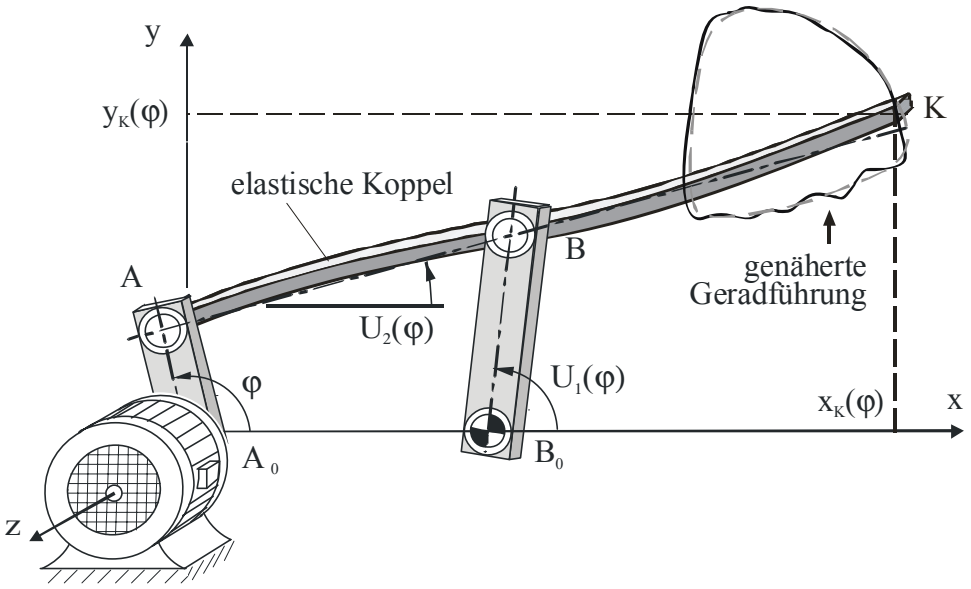


Bild 4.4/8: Beispiel für ein Kurbelgetriebe mit elastischer Koppel

Die Koppelkurve des elastizitätsbehafteten Mechanismus ist in Bild 4.4/9 ebenfalls eingezeichnet und zeigt eine Abweichung von der gewünschten Kurve des entsprechenden Starrkörpermechanismus. In der Ausschnittsvergrößerung in **Bild 4.4/10** sind die Abweichungen im Geradführungsbereich besser zu erkennen.

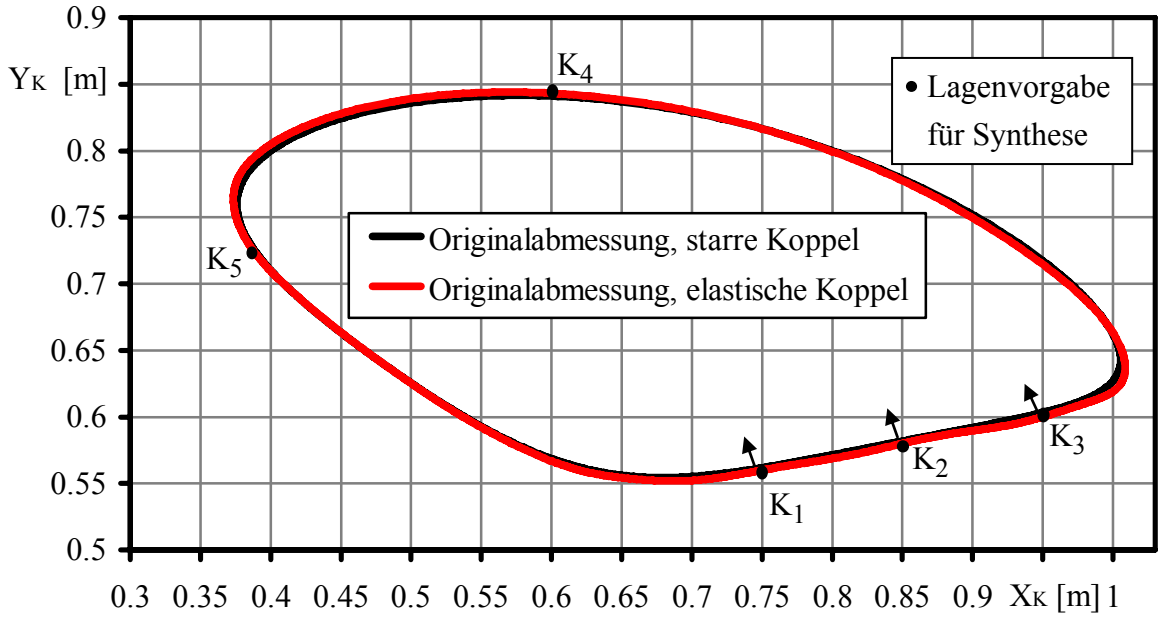


Bild 4.4/9: Koppelkurven eines Starrköpermechanismus und eines elastizitätsbehafteten Mechanismus

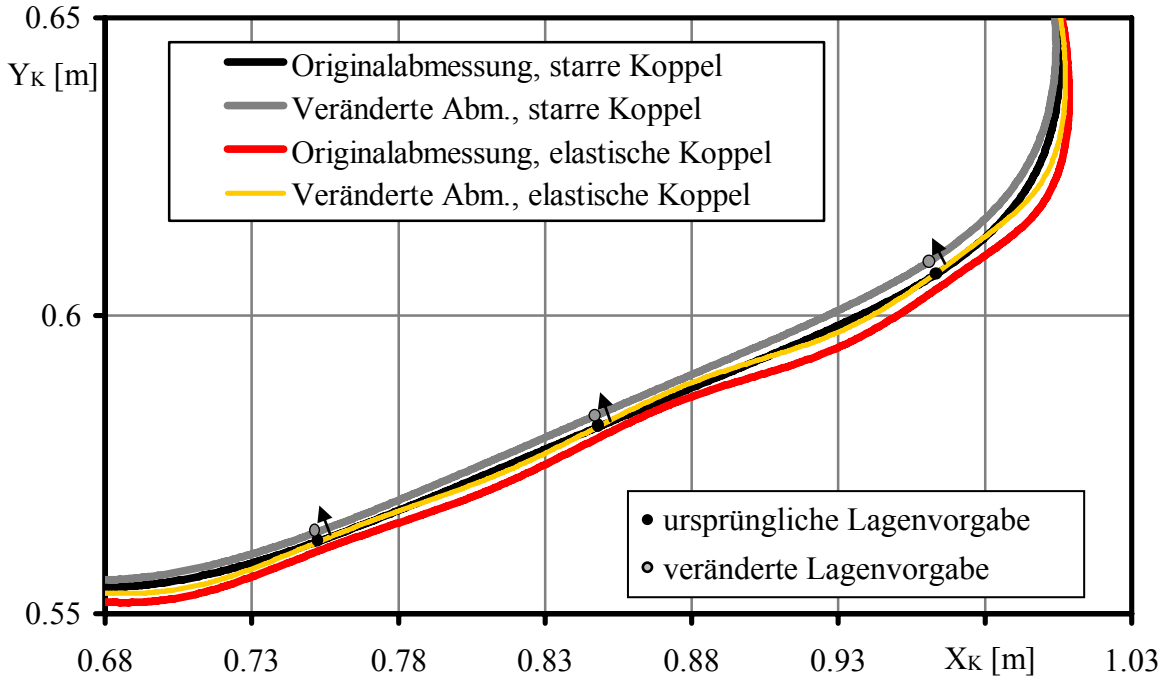


Bild 4.4/10: Abweichungen der Koppelkurven im Geradführungsbereich

Um die kinematischen Abmessungen des Getriebes so zu verändern, dass die elastizitätsbedingte Abweichung kompensiert wird, kann ein klassisches Verfahren zur Genaulagensynthese verwendet werden. Bei der Genaulagensynthese, die auf der Burmesterschen Kreis- und Mittelpunktsuche basiert, werden fünf Lagen K_1 bis K_5 (Position und Orientierung) des Koppelpunkts K des Starrkörpergetriebes als Eingangsgröße verwendet. In Bild 4.4/9 sind fünf solcher Lagen durch schwarze Punkte angedeutet. Das Verfahren wird in MAPLE umgesetzt. Dabei wird ein polynomiales Gleichungssystem aus fünf Gleichungen mit einem nichtlinearen Optimierungsverfahren gelöst, um die Positionen der Gelenke zu bestimmen, [Corves 2005]. Die Berechnung muss mit unterschiedlichen Startwerten durchgeführt werden, um die Lösung für alle Gelenke zu erhalten.

In Bild 4.4/10 ist zu erkennen, wie die rote Kurve des elastischen Mechanismus in drei der fünf Vorgaben von der gewünschten Position abweicht. Die Abweichung kann numerisch ermittelt werden und ist in **Bild 4.4/11** für zwei Bauteildicken als Abweichung in Normalenrichtung dargestellt. Die Abweichungswerte können verwendet werden, um drei veränderte Lagenvorgaben K_1^*, K_2^* und K_3^* zu bestimmen. Die verschobenen Vorgabepositionen K_1^*, bis K_3^* sind in Bild 4.4/10 durch graue Punkte gekennzeichnet. Die Pfeile in Bild 4.4/10 und in Bild 4.4/11 deuten die Verschiebung der drei Vorgaben an. Die anderen beiden Lagenvorgaben werden unverändert gelassen, da sie den Geradführungsbereich nicht beeinflussen. Die Lagevorgaben K_1^*, bis K_3^* werden zusammen mit zwei unveränderten Lagevorgaben K_4 und K_5 für eine neue Genaulagensynthese verwendet.

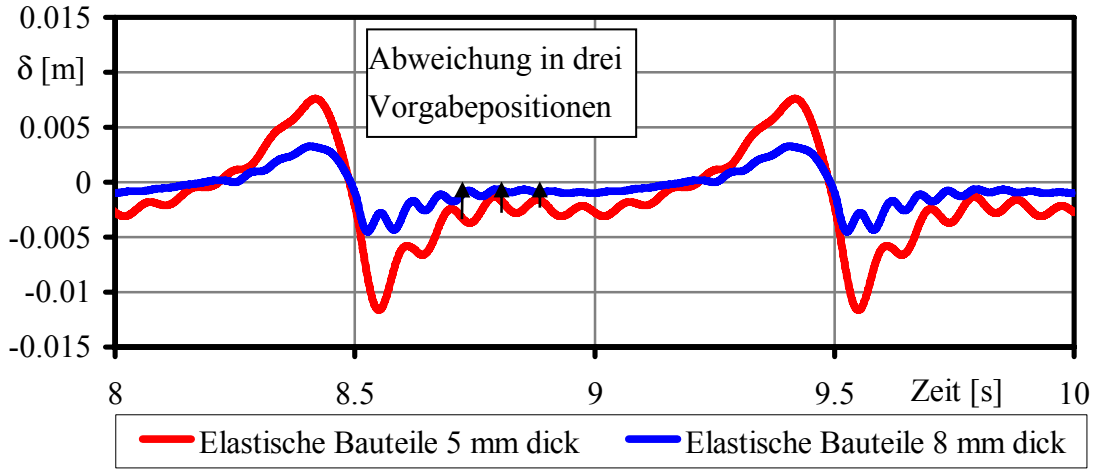


Bild 4.4/11: Abweichung des Koppelpunkts in tangentialer Richtung

Die Durchführung einer Genaulagensynthese mit den veränderten Lagevorgaben liefert geringfügig geänderte kinematische Abmessungen, die beim Starrkörpermechanismus zu der grauen Koppelkurve und beim elastizitätsbehafteten Mechanismus zu der orangefarbenen Koppelkurve in Bild 4.4/10 führen. Deutlich ist zu erkennen, dass die orange Kurve näher an der geforderten schwarzen Koppelkurve liegt und dass sie die schwarze Kurve in den drei vorgegebenen Positionen genau trifft. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Veränderungen der kinematischen Abmessungen in dem Beispiel klein sind, so dass die Abweichung der elastischen Kurve von der jeweiligen Starrkörperkurve für das Ausgangsgetriebe und das optimierte Getriebe nahezu identisch ist. Bei anderen Anwendungsfällen, wo dies nicht der Fall ist, kann das Vorgehen iterativ wiederholt werden, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist. Um die Abweichung (gelbe Kurve) im Geradführungsbereich noch weiter zu verringern, kann die Schwingungsanregung aufgrund des nichtlinearen Übertragungsverhaltens des Getriebes gestaltet werden. Dies wird für das Beispiel im nachfolgenden Abschnitt beschrieben.

4.4.3 Prozessbaustein Gestaltung der Anregung durch die nichtlineare Übertragungsfunktion

Ergänzend zum Massenausgleich (Abschnitt 3.5), der einen Ansatz zur Reduktion der Schwingungsanregung durch die Veränderung der Masseeigenschaften bietet, wird in diesem Abschnitt ein Ansatz vorgestellt, der eine Reduktion der Anregung durch eine Veränderung der kinematischen Abmessungen erlaubt. Ähnlich wie bei den Methoden im vorherigen Abschnitt erfolgt ein erneutes Durchlaufen der kinematischen Maßsynthese (Abschnitt 3.4), um dort ergänzend zu den prozessseitigen Lagevorgaben auch Vorgaben für die kinematische Übertragungsfunktion zweiter Ordnung zu berücksichtigen. Die Erkenntnisse aus der Analyse des Erregervektors in Gl. (4.2/12) bzw. (4.4/1) und der Analyse der stationären Schwingungsantwort in Gl. (4.2/17) bzw. (4.4/2) zeigen bei dem Beispielsystem eine maßgebliche Abhängigkeit der Schwingungsanregung und -antwort von der kinematischen Übertragungsfunktion zweiter Ordnung U_1''. Analoge Zusammenhänge ergeben sich

für das Kurbelgetriebe mit elastischer Koppel in Bild 4.4/8. Anhand des Beispielsystems in Bild 4.4/8 wird skizziert, wie die klassischen Maßsyntheseverfahren, die lediglich Synthesegleichungen für die Erfüllung der kinematischen Übertragungsfunktion nullter Ordnung (vgl. Gl. (3.2/2)) berücksichtigen, zwecks Gestaltung der Anregung modifiziert und erweitert werden können.

Die Schwingungsanregung durch kinetostatische Kräfte hängt auch bei diesem Getriebe gemäß Gl. (3.2/6) von einer rein kinematischen Lagefunktion ab, die hier als U''(φ) bezeichnet wird. Die Lagefunktion wird im Computer-Algebra-Programm in algebraischer Form bestimmt. Sie ist eine Funktion des Antriebswinkels φ und der kinematischen Abmessungen. Es wird derjenige Antriebswinkel φ_{max} im Bereich vor Eintritt in die Geradführung bestimmt, bei dem ein Maximum von U'' auftritt. Zwei Werte φ_L und φ_R für Antriebswinkel, die in der Nachbarschaft von φ_{max} liegen, werden in die algebraische Gleichung für U''(φ) eingesetzt, so dass zwei Ausdrücke für U''(φ_L) und U''(φ_R) entstehen, die nur noch von den kinematischen Abmessungen abhängen. Für U''(φ_L) und U''(φ_R) werden Werten vorgegeben, die um einige Prozent kleiner sind als die Werte für U''(φ_L) und U''(φ_R) des Ursprunggetriebes mit den originalen kinematischen Abmessungen. Damit sind zwei neue Synthesegleichungen gewonnen. Allgemein kann abhängig von den Ergebnissen der Analyse der stationären Schwingungsantwort selbstverständlich auch die Anregung für einen anderen Antriebswinkel als φ_{max} verringert werden.

Jede dieser beiden Gleichungen wird zusammen mit jeweils vier polynomialen Gleichungen zur Genaulagensynthese für vier Lagevorgaben K_1 bis K_4 durch eine nichtlineare Optimierung gelöst. Abhängig von den vorzugebenden Startwerten für die beiden Gleichungssysteme werden wieder Lösungen für die Lagen der Gelenke gefunden (vgl. Abschnitt 4.4.2). In **Bild 4.4/12** ist zu erkennen, dass die Koppelkurve durch die Veränderung der kinematischen Abmessungen im rechten Bereich eine geringere Krümmung aufweist als die Ausgangskurve. Im linken Bereich ist eine große Abweichung von der Ausgangskurve zu sehen da die fünfte Lagenvorgabe K_5 (vgl. Bild 4.4/9) zu Gunsten der beiden neuen Synthesegleichungen aufgegeben wurde. Bei der Anwendung dieses Verfahrens ist also zu prüfen, ob die Ergebnisse mit der Spezifikation der Bewegungsaufgabe (Abschnitt 3.1) verträglich sind.

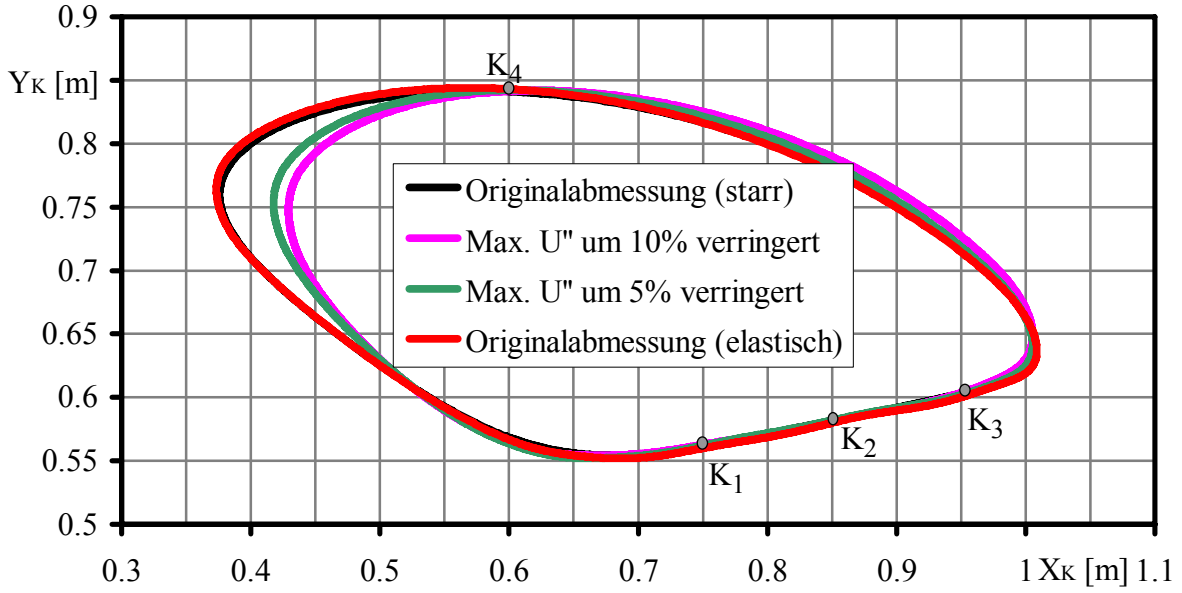


Bild 4.4/12: Koppelkurven vor und nach der Verringerung der kinematischen Übertragungsfunktion zweiter Ordnung U''(φ)

Für zwei Getriebevarianten mit elastischen Bauteilen ist die Abweichung δ der Koppelkurve in Normalenrichtung von der Koppelkurve eines jeweils kinematisch identischen Getriebes mit starren Körpern in **Bild 4.4/13** dargestellt. Bei den beiden Getriebevarianten, die durch die Vorgabe von um 5% bzw. 10% verringerten Werten für U''(γ_L) und U''(γ_R) entstanden, betrug die Bauteildicke der elastischen Koppel jeweils 5 mm. Es wird eine signifikante Verringerung der Extremwerte der Schwingungsamplituden erreicht. Auch die Amplitude des Schwingungsanteils mit der Eigenfrequenz der Schwinge ist geringer. Zum Vergleich ist noch die Abweichung für ein Getriebe mit steiferen Bauteilen (8 mm Dicke) und originalen kinematischen Abmessungen eingezeichnet. Die Maßnahmen zur passiven Schwingungsminderung erlauben bei diesem Beispiel also eine Bauteilgestaltung in Leichbauweise und führen so zu einer Verringerung der Antriebsmomente (vgl. Bild 3.5/1).

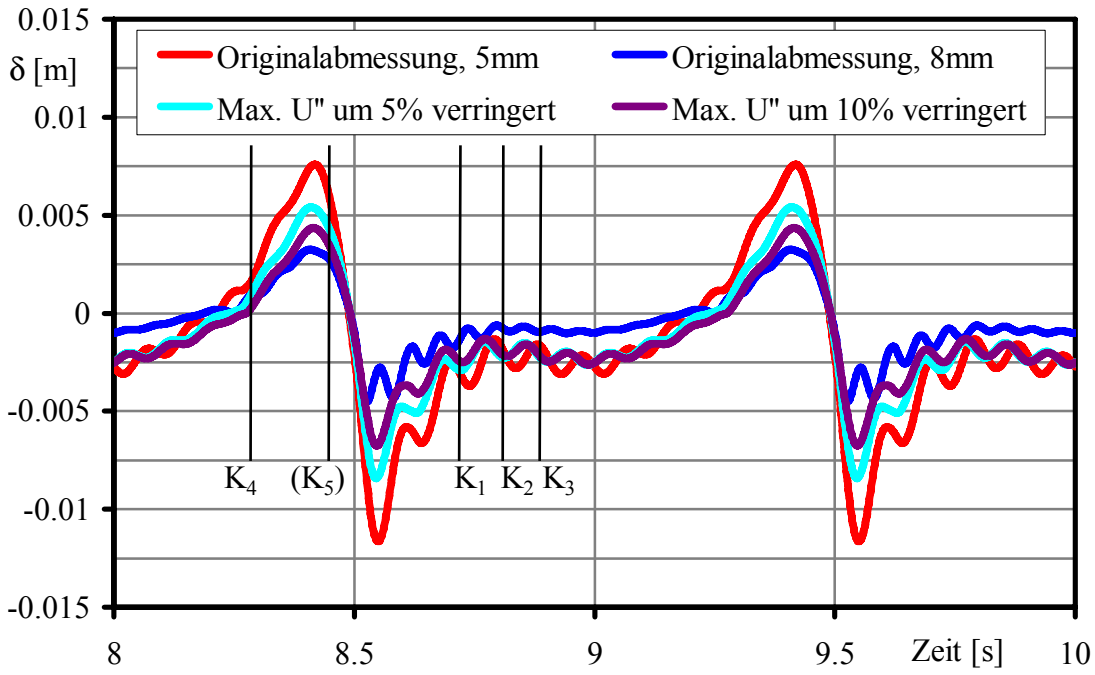


Bild 4.4/13: Abweichung des Koppelpunkts elastizitätsbehafteter Getriebe in Normalenrichtung von der Koppelkurve eines kinematisch äquivalenten Starrkörpermechanismus

Das Vorgehen lässt sich auf vielfältige Anwendungsfälle übertragen, bei denen die Anregung oder Belastungen durch algebraische Funktionen, die von den kinematischen Abmessungen abhängen, geprägt wird. Insbesondere ist hier die Verringerung des Antriebsmoments (s. Abschnitt 3.5) zu nennen. Ein weiterer wichtiger Ansatz zur Minimierung der Anregung durch eine Veränderung der kinematischen Abmessungen wird in [VDI 1999c] erwähnt. Häufig sind gewisse Frequenzanteile in den kinetostatischen Erregerkräften bzw. in den entsprechenden kinematischen Lagefunktionen störend. Die störende Wirkung kann beispielsweise auf der Anregung von Eigenfrequenzen beruhen. Diese Frequenzanteile können bei konstanter Antriebsdrehzahl den Ordnungen der Antriebsdrehzahl zugeordnet werden. Durch eine iterative Veränderung der kinematischen Abmessungen kann erreicht werden, dass diese Ordnungen in den Lagefunktionen im Rahmen der gegebenen Freiräume in der Bewegungsspezifikation minimiert werden können.

5 Auslegung der Stellglieder, der Messglieder und der Messkette

Neben den bisher behandelten mechanischen Komponenten sind Antriebe und Steuerungen integraler Bestandteil mechatronischer Bewegungssysteme. Die elektrischen, hydraulischen oder pneumatischen Antriebskomponenten können jeweils durch Zustandsgleichungen beschrieben werden. Die Grundlagen dazu sind in der Literatur zu mechatronischen Systemen, wie z. B. [De Silva 2005], [Isermann 2002] und [Isermann 2008] oder auch in der domänenspezifischen Fachliteratur zu finden. Die Zustandsgleichungen der elektrischen, mechanischen und weiteren Teilsysteme können zu Systemgleichungen, die die Dynamik des Gesamtsystems beschreiben, zusammengefasst werden, [Hadwich 1998].

Die Modellierungstiefe für die einzelnen Teilsysteme ist für jeden Anwendungsfall spezifisch zu wählen. Die dynamischen Effekte, die im mechanischen Systemteil der Bewegungssysteme auftreten, haben eine starke Auswirkung auf die erzeugte Prozesstrajektorie, so dass für das mechanische Teilsystem oft eine detaillierte Modellierung sinnvoll ist. Gleiches gilt für die Modellierung der dynamischen Effekte in denjenigen Antrieben, die unmittelbar auf die Prozesstrajektorie wirken. Wirkt der Antrieb nur mittelbar, durch ein dynamisches Teilsystem hindurch, auf den Abtrieb, so beeinflusst das vibrodynamische Übertragungsverhalten des Teilsystems die Auswirkung der Antriebseffekte auf die Prozesstrajektorie. Das Übertragungsverhalten des zwischengeschalteten dynamischen Teilsystems, z. B. eines elastizitätsbehafteten Getriebes, zeigt oft eine Verstärkung bei den Eigenfrequenzen des Teilsystems und eine Abschwächung bzw. Filterung für hohe Frequenzanteile. Hier kann die Modellierungstiefe für den Antrieb so gewählt werden, dass hochfrequente Effekte unberücksichtigt bleiben. Dieses Vorgehen wird auch für den gesteuerten elektrischen Antrieb in dieser Arbeit umgesetzt. Elektrische Antriebe umfassen neben den eigentlichen Motoren auch die Leistungselektronik und die Steuerungselektronik. Auf die Modellierung der relevanten dynamischen Eigenschaften elektrischer Antriebe wird im Abschnitt 5.1 eingegangen. Eine ergänzende Betrachtung der Eigenschaften semiaktiver Aktuatoren erfolgt im Abschnitt 5.4. Zwischen dem elektrischen Antrieb und dem mechanischen Teilsystem treten Wechselwirkungen auf. Diese werden im Abschnitt 5.2 behandelt. Im Abschnitt 5.3 wird eine Methodik beschrieben, nach der die Auswahl geeigneter Antriebe erfolgen kann. Abschließend wird in diesem Kapitel noch auf die Eigenschaften von Sensoren und Messgliedern eingegangen (Abschnitt 5.5).

Nur am Rande erwähnt seien die piezoelektrischen Aktuatoren. In älteren Arbeiten, z. B. in [Bailey und Hubbard Jr. 1985], [Choi u. a. 1999], [Edberg u. a. 1991], [Straßberger 1997] und [Vadran u. a. 1990], finden sich grundlegende Untersuchungen zum Einsatz dieser Art von Aktuatoren zur aktiven Schwingungsminderung. Weitere Literaturstellung zur Anwendung in Bewegungssystemen werden im Abschnitt 6 angegeben. Arbeiten, die sich mit der Modellierung unter anderem von mehrschichtigen Piezoaktuatoren beschäftigen, sind [Abd-Elwahab und Sherif 2006], [Fung u. a.

2004], [Georgiu und Mrad 2006] und [Hagood u. a. 1990]. Elektrische Netzwerke mit piezoelektrischen Elementen lassen sich aber auch zur passiven Schwingungsminderung (s. Abschnitt 4.4) einsetzen. Dabei wird die elektrische Spannung, die in den Piezoelementen durch Verformung erzeugt wird, an ein elektrisches Netz mit Kondensatoren, Spulen und Widerständen angelegt. Die Dynamik des elektrischen Teilsystems kann durch die Wahl der Kapazitäten, Induktivitäten und Widerstände gestaltet werden. Hierfür können genau wie bei der Dimensionierung der mechanischen Bauteile (Abschnitt 4.4.1) Methoden aus der Regelungstechnik (z. B. die Polvorgabe, Abschnitt 6.2.3) angewendet werden. Beispiele für dieses Vorgehen finden sich in [Gosavi und Kelkar 2004] und [Tang und Wang 2004].

5.1 Eigenschaften und Modellierung von Elektromotoren

In der Praxis werden Motoren mit unterschiedlichen Wirkprinzipien eingesetzt. Häufig finden Synchronmaschinen und Asynchronmaschinen Verwendung. Aber auch der Einphasen-Reihenschlussmotor und Gleichstrommaschinen unterschiedlicher Bauart (z. B. fremderregt, selbsterregt, permanenterregt, Reihenschluss) werden eingesetzt. Die Funktionsweise und die Differentialgleichungen dieser Motoren werden in der Fachliteratur behandelt. Hier sind unter anderem [Justus 1993], [Milde 1993], [Fischer 1995], [Henneberger 1990], [Seinsch 1993], [Skudelny 1989] und [Vogel 1985] zu nennen. Die elektrodynamischen Vorgänge werden in der Regel durch diskretisierte Differentialgleichungen oder durch die Finite-Elemente-Modelle beschrieben, [Schlensok 2005].

Bei Bewegungssystemen können die Motormodelle häufig stark vereinfacht werden und der Einfluss der Leistungselektronik (Zwischenkreis, Stromumrichter, etc) muss nur in Ausnahmefällen betrachtet werden. Das dynamische Verhalten von Motoren, die in einem stationären Betriebspunkt arbeiten, kann insbesondere für Überschlagsrechnungen durch eine Linearisierung der stationären Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie ausreichend genau beschrieben werden. Bei instationären Vorgängen entspricht die Motordynamik in guter Näherung einem Verzögerungselement erster Ordnung (PT-1), so dass der Motor unabhängig von seiner tatsächlichen Bauart durch einen dynamisch äquivalenten Gleichstrommotor mit Permanenterregung beschrieben werden kann. Daher werden von den Motorherstellern häufig nur die Kenngrößen des dynamisch äquivalenten Gleichstrommotors angegeben. Erst wenn Motoren im Grenzbereich betrieben werden oder im mechanischen System hochfrequente Effekte auftreten, ist die Berücksichtigung der exakten, nichtlinearen Differentialgleichung einschließlich thermischer Vorgänge und des Effekts der Stromverdrängung erforderlich.

Durch das Zusammenwirken der elektromagnetischen Felder in Rotor und Stator des Gleichstrommotors wird der Rotor in Drehung versetzt. Der Gleichstrommotor ist ein dynamisches System, das durch zwei Zustandsgrößen, nämlich durch die Winkelgeschwindigkeit des Rotors $\dot{\varphi}_{Rot}$ und durch den Strom i_A in der Ankerwicklung, beschrieben wird. Dem Ersatzschaubild **Bild 5.1/1** des perma-

nenterregten Gleichstrommotors ist zu entnehmen, dass der Widerstand der Ankerwicklung R_A und die Induktivität L_A das dynamische Verhalten beeinflussen.

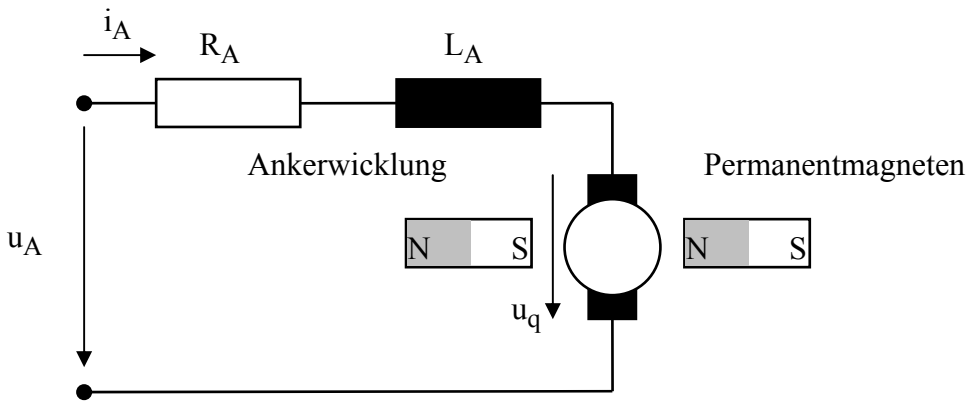


Bild 5.1/1: Ersatzschaubild des permanenterregten Gleichstrommotors

Die angelegte Ankerkreisspannung u_A wirkt als Erregung auf das System Motor. Durch den Effekt der Selbstinduktion wird im Motor eine Spannung aufgebaut, die der Ankerkreisspannung entgegen wirkt. Die selbstinduzierte Spannung ist proportional zur Rotorwinkelgeschwindigkeit und wird mit Hilfe der Konstante k_{selb} berechnet. Damit ergibt sich die Differentialgleichung für den Ankerstrom wie folgt:

$$\frac{d\,i_A}{d\,t} = \frac{1}{L_A}(u_A - k_{selb} \cdot \dot{\varphi}_{Rot} - R_A \cdot i_A) \qquad (5.1/1)$$

Betrachtet man nur den Strom i_A als dynamisch veränderliche Größe und geht man von einer konstanten Ankerkreisspannung u_A und einer konstanten Rotorwinkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{Rot}$ aus, so ist der Faktor vor dem Ankerstrom i_A zugleich der rein reelle Eigenwert des Systems. Er beschreibt wie schnell ein Anfangsstrom I_0, der nicht dem stationären Endwert I_∞ entspricht, dem stationären Endwert entgegenstrebt. Nach der Zeit

$$T_R = \frac{L_A}{R_A}, \qquad (5.1/2)$$

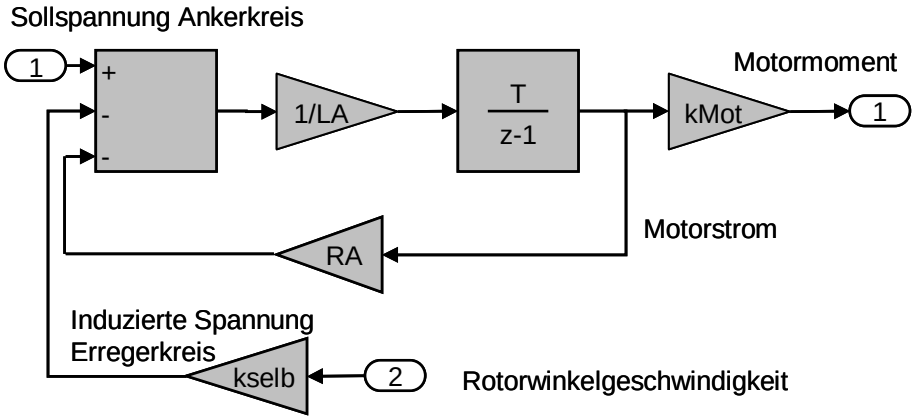
hat sich die Differenz $(I_0 - I_\infty)$ um den Faktor $e^{-1} = 0{,}37$ verringert. Daher ist T_R eine charakteristische Zeitkonstante, die einen Anhaltswert für die maximale Schrittweite bei der Simulation des Motors herangezogen liefern kann. Zwischen dem Ankerstrom i_A und dem Motormoment M_{Mot} besteht in erster Näherung ein proportionaler Zusammenhang, der durch die Motorkonstante k_{Mot} ausgedrückt wird

$$M_{Mot} = k_{Mot}\, i_A \qquad (5.1/3)$$

Falls die Motorkonstante nicht angegeben ist, kann sie aus dem Nennmoment M_N und dem Nennstrom I_N berechnet werden:

$$k_{Mot} = \frac{M_N}{I_N} \tag{5.1.4}$$

Die Simulation der diskretisierten elektrischen Systeme ist mit zahlreichen Softwarewerkzeugen möglich. In dieser Arbeit wurden größere Systeme wegen der komfortableren Eingabemöglichkeiten in Matlab/Simulink umgesetzt, während kleinere Systeme im Mehrkörpersimulationsprogramm ADAMS implementiert wurden. Ein Vorteil der diskretisierten elektrischen Systeme ist, dass sie mit verhältnismäßig geringem Aufwand durch Quelltexte beschreibbar sind und so leicht mit Freeware-Gleichungslösern simuliert werden können, [Harmeling 1998].



Motordaten

$R_A = 6.3\ \Omega$

$L_A = 35\ \text{mH}$

$k_{Mot} = 1{,}65\ \text{Nm / A}$

$$T_R = \frac{0{,}035\,\text{H}}{6{,}3\,\Omega} = 5{,}6 \cdot 10^{-6}\ \text{ms}$$

Bild 5.1/2: Dynamisch äquivalentes Motormodell des Servomotors

Im **Bild 5.1/2** ist ein Simulink-Modell des Asynchron-Servomotors vom Prüfstand abgebildet. Auch die Kaskadenregelung des Servoverstärkers wurde in Simulink modelliert. Die Regelung besteht aus einer PID-Drehzahlregelung und einer unterlagerten PI-Stromregelung. Die Einstellung der Reglerparameter wurde nach dem Einstellverfahren, des Hersteller vorgenommen. Die Konstanten, die für die Berechnung der s-Übertragungsfunktion G_{PID} eines kontinuierlichen PID-Reglers

$$G_{PID} = K_P + \frac{K_P}{T_N s} + K_P T_V s\,. \tag{5.1/5}$$

benötigt werden, können aus den Einstellparametern des verwendeten Servoverstärkers (G_V, I_{peak}, V_{lim}, G_{VTN} und G_{VT2}) berechnet werden. Für die Drehzahlregelung ergibt sich

$$K_P = \frac{G_V I_{peak}}{V_{lim}} = \frac{8 \cdot 6\text{A}}{3000 \frac{2\pi\text{rad}}{60\text{s}}} = 0{,}1529 \frac{\text{A}}{\frac{\text{rad}}{\text{s}}} \tag{5.1/6}$$

$$T_V = G_{VTN} = 0{,}002\ \text{s} \tag{5.1/7}$$

$$T_N = G_{VT2} = 0{,}010\ \text{s}. \tag{5.1/8}$$

Bei der Stromregelung entfällt der letzte Term in Gl. (5.1/5) und für die anderen beiden Konstanten gilt

$$K_P = \frac{M_{LGQ} \cdot U_N}{I_{peak}} = \frac{3{,}5 \cdot 400\text{V}}{6\text{A}} = 233{,}33\frac{\text{V}}{\text{A}} \tag{5.1/9}$$

$$T_N = KTN = 0{,}0006\ \text{s} \tag{5.1/10}$$

Die Einstellparameter des Servoverstärkers können als ASCII-Datei aus dem Servoverstärker ausgelesen bzw. umgekehrt aus einer ASCII-Datei in den Verstärker eingelesen werden. Es sind nur geringfügige Änderungen an der Syntax dieser ASCII-Datei notwendig, um diese Daten nach MAPLE oder MATLAB zu importieren, so dass für den Datenaustausch mit dem Servoverstärker leicht eine automatisierte Werkzeugkette aufgebaut werden kann. Die Zeitkonstanten sind charakteristisch für die Dynamik der Regelung (s. [Rake 1993]) und können wiederum für die Bestimmung einer geeigneten Simulationsschrittweite verwendet werden. Außerdem sind ähnliche Zeitkonstanten verschiedener Teilsysteme ein Indikator für das mögliche Auftreten von Wechselwirkungen zwischen den Teilsystemen.

5.2 Prozessbaustein Analyse der Wechselwirkungen zwischen elektrischem Antrieb und Getriebe

Wechselwirkungen führen dazu, dass das Schwingungsverhalten eines an das Gesamtsystem gekoppelten Teilsystems sich von dem Schwingungsverhalten eines identischen aber isolierten Teilsystems unterscheidet. Die Unterschiede sind in den Amplitudenfrequenzgängen einzelner Freiheitsgrade für das isolierte und das gekoppelte Teilsystem sichtbar. Durch die Kopplung ändert sich die Eigenschwingungsform bzw. die Schwingungsform der stationären Schwingungsantwort des Teilsystems. Die Stärke der Wechselwirkungen kann daher anhand der Analyse der Veränderung in den Amplitudenfrequenzgängen beurteilt werden. Bei dem Beispielsystem ist der Amplitudenfrequenzgang des Abtriebswinkelfehlers relevant. Er kann zum einen für das isolierte System mit einer geführten Antriebsbewegung aus Gl. (4.4/4) und zum anderen für das gekoppelte System berechnet werden. Die Kopplung der Gleichungen erfolgt am besten auf Zustandsebene, [Hadwich 1998]. Die Systemmatrizen linearer Teilsysteme werden zur Systemmatrix $\mathbf{A}_G$ des Gesamtsystems zusammengeführt. Dabei wird der Stellgrößenanteil $\mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)$ im Erregervektor $\mathbf{b}$ der linearen Zustandsgleichung (4.2/14) des mechanischen Systems durch einen entsprechenden Kopplungsterm $\mathbf{K}_{m/e}$, der die Abhängigkeit der Motormomente von den elektrischen Zustandsgrößen beschreibt, ersetzt. Es bleibt nur der Störgrößenanteil $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{h}_S$ im Erregervektor $\mathbf{b}_G$ des Gesamtsystems erhalten. Bei dem Beispielmotor aus dem vorherigen Abschnitt wird die Kopplung durch die Motorkonstante in Gl. (5.1.4) beschrieben. Auch in der Zustandsgleichung des linearen elektrischen Teilsystems (z. B. Gl. (5.1/1)) existieren Kopplungsterme $\mathbf{K}_{e/mI}$, $\mathbf{K}_{e/mII}$ so dass die Zustandsgleichung des Gesamtsystems letztendlich die Form

$$\dot{\mathbf{w}}_G(t) = \mathbf{A}_G(t)\mathbf{w}_G(t) + \mathbf{b}_G(t)$$
$$= \left(\begin{array}{c|c|c} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{Q}(t) & -\mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{P}(t) & \mathbf{K}_{m/e} \\ \hline \mathbf{K}_{m/eI} & \mathbf{K}_{m/eII} & \mathbf{A}_{el} \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \mathbf{x}(t) \\ \hline \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \hline \mathbf{x}_{el}(t) \end{array}\right) + \left(\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{M}(t)^{-1}\mathbf{h}_S(t) \\ \hline \mathbf{h}_{el} \end{array}\right) \qquad (5.2/1)$$

hat. Die Stellgrößen im elektrischen Anteil $\mathbf{h}_{el}$ des Erregervektors sind die Schnittstelle zum Regelungssystem. Die Zustandsgleichung des elektromechanischen Systems kann analog durch die Zustandsgleichung des Regelungssystems erweitert werden. Bei nichtlinearen Systemgleichungen kann sinngemäß vorgegangen werden, um die unterschiedlichen Teilsysteme zu koppeln.

Oft ist vor der Modellierung einzelner Teilsysteme eine Abschätzung, ob relevante Wechselwirkungen auftreten können, als Entscheidungsgrundlage für die notwendige Modellierungstiefe erforderlich. Die Abschätzung ist anhand der Zeitkonstanten, die für das dynamische Verhalten der Teilsysteme charakteristisch sind, möglich. Liegen bei zwei Teilsystemen Zeitkonstanten von gleicher Größenordnung vor, so sind Wechselwirkungen zwischen diesen beiden Teilsystemen wahrscheinlich. Die Zeitkonstanten (T_V = 2 ms und T_N = 10 ms) der Drehzahlregelung in den Gln. (5.1/7) und (5.1/8) sind von ähnlicher Größenordnung wie die Periodendauer (ca. 70 ms) der Eigenschwingung der elastischen Schwinge. Eine Wechselwirkung zwischen der Drehzahlregelung und der elastischen Schwinge ist nicht auszuschließen. Die Zeitkonstanten der Stromregelung in Gl. (5.1/10) und des Motors in Bild 5.1/2 sind hingegen um 2 bzw. 4 Größenordnungen kleiner. Entsprechend des Amplitudenfrequenzgangs des elastomechanischen Teilsystems werden dynamische Effekte aufgrund der Stromregelung und des Motors nur in sehr abgeschwächter Form auf die Prozesstrajektorie übertragen. Sie sind bei der Betriebsschwingungsanalyse am Prüfstand in der gemessenen Abtriebsbewegung in Bild 4.3/6 nicht sichtbar. Bei dem Beispielsystem muss daher nur die Drehzahlregelung in der Simulation berücksichtigt werden. Ein Beispiel bei dem es notwendig ist neben der Regelung auch das Stellglied aufgrund seiner Zeitkonstanten zu berücksichtigen, wird im Abschnitt 5.4 behandelt.

Über die Drehmomentkonstante k_{Mot} in der Gleichung des Antriebsmoments (5.1.4) ist das mechanische Teilsystem an die elektrische Zustandsgröße Ankerstrom gekoppelt. Die Winkelgeschwindigkeit des Rotors ist nur im Gesamtsystem eine Zustandsgröße, währen sie in den isolierten Teilsystemen Gl. (4.4/4) und Gl. (5.1/1) eine gegebene Zeitfunktion ist. Beim Gesamtsystem sind in ihrem Verlauf Einflüsse beider Teilsysteme wiederzufinden. Aufgrund der schwankenden kinetostatischen Momentenbelastung durch das Getriebe stellt sich selbst bei Vorgabe einer konstanten Solldrehzahl eine ungleichförmige Antriebsdrehzahl ein. Zusätzlich sind vibrodynamische Anteile im Antriebswinkelgeschwindigkeitsverlauf enthalten. Diese werden im Folgenden für den Prüfstand und für ein Simulationsmodell, in dem vom elektrischen Systemteil nur die Drehzahlregelung implementiert ist, untersucht. In **Bild 5.2/1** ist der Antriebswinkelgeschwindigkeitsverlauf bei Simulationen eines Hochlaufvorgangs mit anschließender stationärer Phase den Messergebnissen von stationären Betriebszuständen gegenüber gestellt. Der Ungleichförmigkeitsgrad der Antriebswinkelgeschwindigkeit liegt in der Größenordnung von 10%.

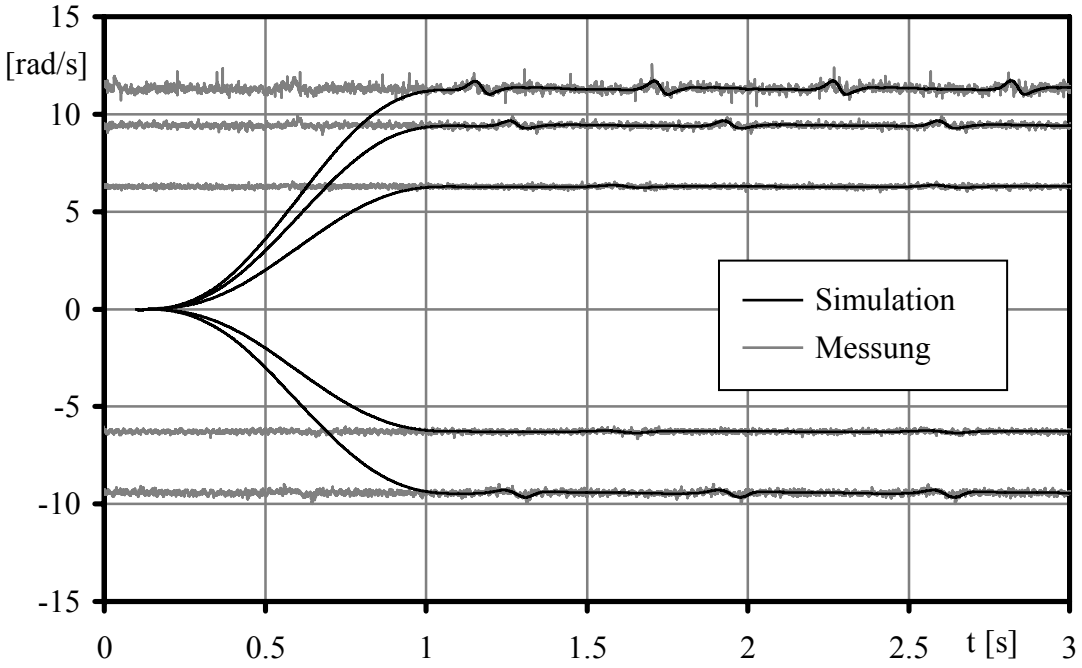


Bild 5.2/1: Simulation und Messung der Antriebswinkelgeschwindigkeit für stationäre Betriebszustände

Die Simulationsergebnisse zeigen gegenüber den gemessenen Winkelgeschwindigkeitsverläufen keine überlagerten hochfrequenten Schwingungsanteile, **Bild 5.2/2**. Die Ursachen für diese überlagerten hochfrequenten Anteile sind in nicht modellierten Systemteilen zu suchen und können anhand einer Ordnungsanalyse näher untersucht werden.

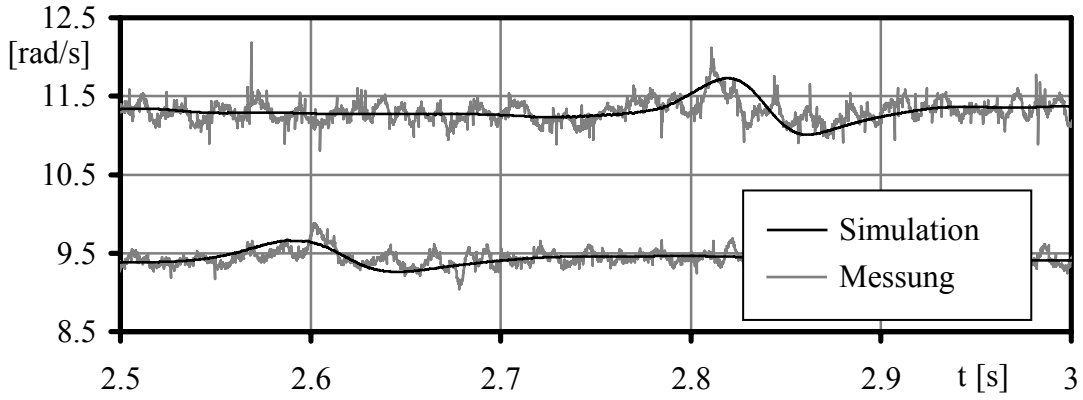


Bild 5.2/2: Unterschiede des gemessenen und simulierten Winkelgeschwindigkeitsverlaufs

In **Bild 5.2/3** sind die Frequenzanteile des Antriebswinkelgeschwindigkeitsverlaufs als Ordnungen der Kurbelumdrehungen aufgetragen. Analog zu demjenigen Anteil des Winkelfehlers am Abtrieb, der auf die kinetostatische Belastung zurückzuführen ist und sich hauptsächlich aus den Frequenzanteilen der niedrigen Kurbelordnungen zusammensetzt (s. Bild 4.4/2), ist auch im Antriebswinkelgeschwindigkeitsverlauf ein Anteil enthalten, der als Schwingungsantwort auf das kinetostatische Lastmoment anzusehen ist und einen Beitrag zu den den Amplituden der ersten Zehn Kurbelord-

nungen leistet. Rückwirkung der Eigenschwingungen der elastischen Schwinge (vgl. Abschnitt 4.3) auf das Drehzahlverhalten treten mit der Frequenz von 14,5 Hz auf. Bei n = 1 U/s entspricht die Schwingeneigenfrequenz der 14,5. Kurbelordnung, bei n = 1,5 U/s der 9,6. Kurbelordnung und bei n = 1,8 U/s der 8,1. Kurbelordnung. In Bild 5.2/3 sind aber darüber hinaus auch bei höheren Kurbelordnungen Amplituden von gleicher Größenordnung zu sehen. Insbesondere bei der 25. und bei der 50. Kurbelordnung treten große Amplituden auf. Das Übersetzungsverhältnis des Vorgeleges ist 25:1, so dass die 25. Kurbelordnung der 1. Motorordnung entspricht und die 50. Kurbelordnung der 2. Motorordnung. entspricht. Die Amplituden bei den höheren Ordnungen sind erzwungene Schwingungen, die beispielsweise auf Rundlauffehler von Wellen, auf Zahneingriffe im Planetengetriebe und auf elektromagnetische Vorgänge im Zusammenhang mit den Ankerwicklungen auf den Polschuhen des Motors zurückzuführen sein könnten. Die technische Ursache kann bei Bedarf durch weiterführende Untersuchungen geklärt werden. Bei dem Beispielsystem sind diese Frequenzanteile für die Bewegungsaufgabe jedoch von untergeordneter Bedeutung da sie, wie Eingangs bereits erläutert, nicht auf den Abtrieb des Kurbelgetriebes übertragen werden.

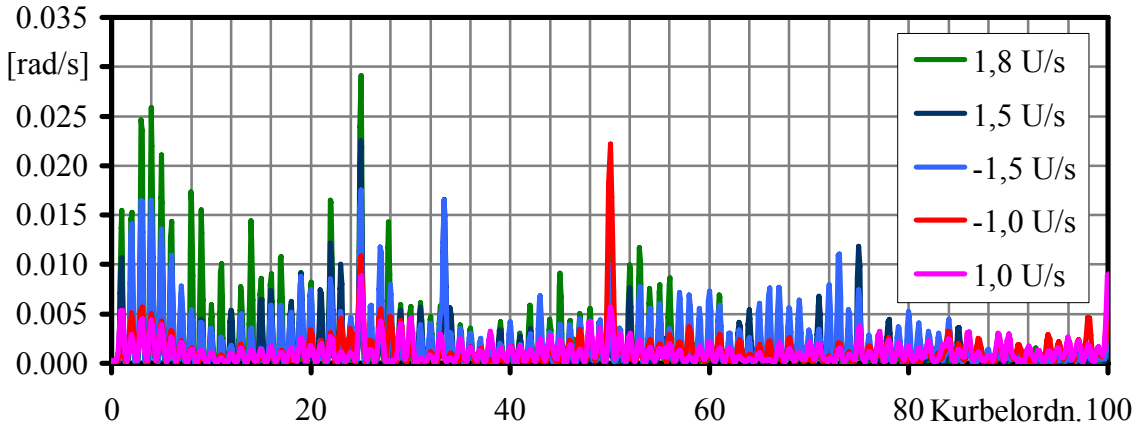


Bild 5.2/3: Ordnungsanalyse der Antriebswinkelgeschwindigkeit

Es sei noch angemerkt, dass im Antriebswinkelgeschwindigkeitsverlauf bei Frequenzen oberhalb von 500 Hz Eigenfrequenzen enthalten sind, die möglicherweise dem nicht modellierten elektrischen Systemteil (Leistungselektronik, etc.) zuzuordnen sind. Aber die Amplituden dieser Frequenzanteile waren von unbedeutender Größe, so dass diese Eigenschwingungen nicht näher untersucht werden mussten. Zusammenfassend kann an dieser Stelle festgehalten werden, dass bei dem Beispielgetriebe im stationären Betrieb nur im Zeitverlauf des Antriebsfreiheitsgrad, nicht aber am Abtrieb Einflüsse des Motors bzw. der Leistungselektronik zu erkennen sind.

Wenn Unsicherheit über die Stärke von Wechselwirkungen und die notwendige Modellierungstiefe besteht, ist die Durchführung von Testrechnungen hilfreich. Beispielsweise kann die Annahme, dass im Hinblick auf die Abtriebsbewegung die Einflüsse des Motors und des Stromreglers vernachlässigt werden dürfen, durch eine Co-Simulation überprüft werden. Die Kaskadenregelung Gl. (5.1/5) bis (5.1/10) und der Motor Gl. (5.1/1) werden dabei in MATLAB/Simulink implementiert und der mechanische Systemteil wird in ADAMS implementiert. Bei der Simulation zeigen sich nur gering-

fügige Unterschiede in den Momenten, die von der übergeordneten Drehzahlregelung (M_{Reg}) gefordert und durch den Antrieb mit Stromregelung (M_{Mot}) realisiert werden, **Bild 5.2/4**. Die Spitzenwerte des realisierten Moments sind aufgrund der Strombegrenzung im Motor etwas kleiner als das geforderte Moment. Die Tatsache dass die Strombegrenzung erreicht wird, zeigt dass die Reglereinstellungen nicht optimal sind und dass der Regler nahe am Stabilitätsrand arbeitet.

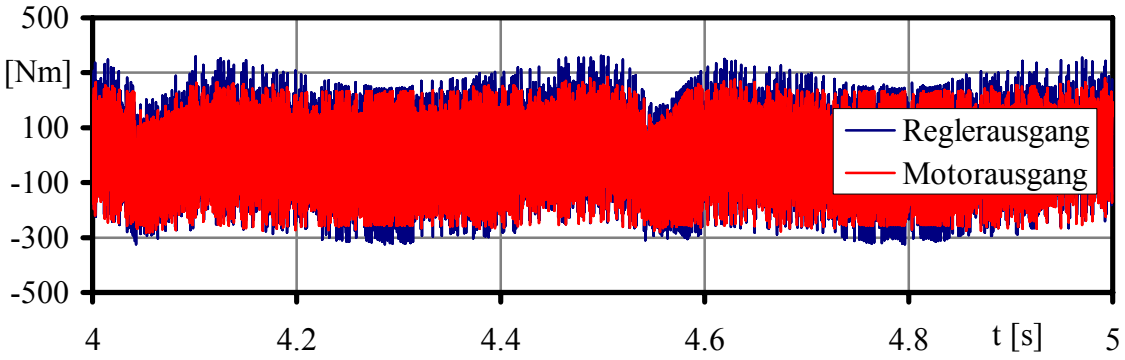


Bild 5.2/4: Soll- und Istmoment am Motor bei Verwendung einer Drehzahlregelung

Bei einer besser eingestellten Zustandsregelung (vgl. Abschn. 6.2.2) ergeben sich nahezu identische Soll- und Istmomentenverläufe, **Bild 5.2/5**. Hier arbeiten der Stromregler und der Motor wie ein ideales Übertragungsglied und haben keine Auswirkung auf das dynamische Verhalten des Getriebes.

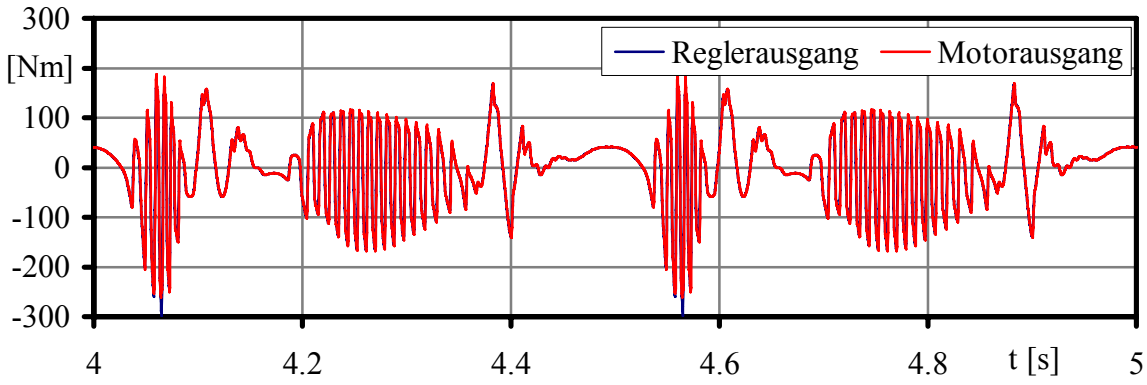


Bild 5.2/5: Soll- und Istmoment am Motor bei Verwendung einer Zustandsregelung

Bei ungeregelten Motoren, die direkt am Netz oder am Frequenzumrichter betrieben werden, kann auf eine Modellierung des Motors zumeist nicht verzichtet werden. [Merten 1999] behandelt einfache Beispiele mit elastischen Tragsystemen auf denen elektrisch betriebene Unwuchtmotoren montiert sind. Die Drehbewegung der Motoren ruft Unwuchtkräfte hervor, die das mechanische System zu Schwingbewegungen anregen. Die Schwingbewegung hat aber zugleich eine Rückwirkung auf die Drehbewegung der Motoren. Es liegt eine starke Kopplung zwischen den elektrischen Freiheitsgraden des Motors und dem mechanischen Teilsystems vor. Dies kann bei der Modellierung wie zuvor beschrieben entsprechend berücksichtigt werden.

5.3 Prozessbaustein Dimensionierung der Elektromotoren

Die Ausführungen im vorherigen Abschnitt machen deutlich, dass eine gute Dimensionierung der Elektromotoren notwendig ist, um unerwünschte Einflüsse des elektrischen Teilsystems zu vermeiden. Das Dimensionieren eines Elektromotors bedeutet beim Entwurf von Bewegungssystemen in der Regel allein aus wirtschaftlichen Gründen die Auswahl eines auf dem Markt erhältlichen Motors anhand geeigneter Kriterien. Für einzelne Anwendungen kann es aber auch sinnvoll sein, spezifische Motoren, die gewünschte elektrodynamische Eigenschaften haben, zu entwerfen und bauen zu lassen. Darauf soll hier aber nicht weiter eingegangen werden.

Der Motor und das Vorgelege (Übersetzungsgetriebe) haben aufgrund ihres Massenträgheitsmoments Einfluss auf die Masseeigenschaften des Gesamtsystems und folglich auch auf die Antriebsbelastung. Dieser Zusammenhang muss bei der Auswahl des Motors berücksichtigt werden. Ein systematisches und zugleich sehr pragmatisches Vorgehen zur Auswahl geeigneter Motoren und Übersetzungsgetriebe für die dynamischen Antriebsaufgaben von Bewegungssystemen wird in [Cusimano 2003], [Cusimano 2005] und [Cusimano 2007] vorgestellt. Mit einem Starrkörpermodell des Bewegungssystems wird für eine geführte Bewegung das kinetostatische Lastmoment für den Antrieb ermittelt (vgl. Abschnitt 3.2; 2. Wittenbauersche Grundaufgabe). Dieses Lastmoment greift an dem auf die Abtriebswelle des Vorgeleges reduzierten Massenträgheitsmoment des Antriebs an. Der Drallsatz für das reduzierte Massenträgheitsmoment des Antriebs, dessen Wert von dem gewählten Motor und Übersetzungsgetriebe abhängt, liefert die Beziehung zwischen dem Lastmoment und demjenigen Moment, das letztendlich vom elektrischen Feld im Motor erzeugt werden muss. Durch diese Gleichgewichtsbeziehung können verschiedene Kennwerte, wie z. B.

- das maximal erforderliche Motormoment,
- das Nennmoment oder
- das Beschleunigungsvermögen

als Funktion des reduzierten Massenträgheitsmoments der zur Auswahl stehenden Motoren angegeben werden. Eine geeignete Normierung und Auswertung der Funktionswerte für die zur Auswahl stehenden Motor-Vorgelege-Kombinationen erlaubt die Bestimmung eines geeigneten Antriebs für das Bewegungssystem. Durch eine Veränderung der Bauteilmassen (s. Abschnitt 3.5) kann in einem iterativen Prozess eine Abstimmung des Getriebes auf den am Markt verfügbaren Antrieb erfolgen. Sofern die Bewegungsspezifikation dies zulässt können auch die kinematischen Abmessungen verändert werden, um das Getriebe antriebsgerecht zu gestalten (vgl. Abschnitt 3.5). In [Meng u. a. 2004] werden die kinematischen Abmessungen eines siebengliedrigen Getriebes und die Leistungs- bzw. Geschwindigkeitskennwerte der zwei benötigten Antriebe durch eine Optimierung so aufeinander abgestimmt, dass ein träger Hauptmotor die großen Prozesskräfte und ein dynamischer Hilfsmotor die schnellen Bewegungen realisiert. In [VDI 1999c] wird außerdem zur Betrachtung von alternativen Getriebestrukturen (vgl. Abschnitt 3.3) mit geeigneten kinematischen Abmessungen geraten.

Es sind aber auch schwingungstechnische Kriterien, die über die Starrkörperdynamik hinausgehen von Bedeutung. Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, findet aufgrund der elektromagnetischen Vorgänge im Motor eine Anregung mit der Umlauffrequenz des Motors und entsprechend der Polpaarzahl auch mit der Vielfachen dieser Frequenz statt. Diese Effekte haben für das akustische Verhalten eine große Relevanz, [Schlensok 2005], sind jedoch für die Erfüllung der Bewegungsaufgabe zumeist von untergeordneter Bedeutung. Zur Bestimmung eines optimalen Antriebs können außerdem weitere, z. B. wirtschaftliche, Kriterien herangezogen werden und mit den Methoden der allgemeinen Konstruktionssystematik (s. Abschnitt 2) bewertet werden.

5.4 Prozessbaustein Auslegung semiaktiver Stellglieder

Neben den zuvor behandelten Elektromotoren und anderen aktiven Stellgliedern findet die Klasse der semiaktiven Stellglieder bei Maßnahmen zur Schwingungsminderung Anwendung. Im Vergleich zu aktiven Stellgliedern müssen einige Besonderheiten beachtet werden. Ein typisches Beispiel für semiaktive Aktuatoren sind steuerbare Reibelemente, die durch die Bewegung des Systems Haft- und/oder Gleitreibungsphasen erfahren. In [Gaul u. a. 2000] wird ein Simulationsmodell für derartige Reibelemente hergeleitet und durch Experimente überprüft. Über Stellglieder kann mit geringem Energieaufwand die Normalkraft eingestellt werden, so dass diese Aktuatoren geregelt betrieben werden können. Bei dem Prüfstand (Bild 3.5/2) wird eine andere Art von Aktuatoren, nämlich magnetorheologische Bremsen, verwendet, um die Momente M_B und M_{B0} in den Gelenken B und B_0 aufzubringen (vgl. Bild 4.2/1). Dadurch, dass die Bremsen ansteuerbar sind, kann durch entsprechende Stellgesetzte eine PD-Regelung für den Abtriebswinkelfehler γ_4 und außerdem eine Störgrößenaufschaltung umgesetzt werden [Harmeling und Corves 2004]. Die Modellierung erfolgt genau wie bei der Analyse des Einflusses von Reibelementen im Abschnitt 4.4.1 für eine geführte Bewegung $\varphi = \gamma_{20}(t)$, so dass der Abtriebswinkelfehler γ_4 mit dem Biegewinkel der Schwinge identisch ist. In dem Stellgesetz

$$M_B(t) = +P_{P,B}\,\gamma_4 + P_{D,B}\,\dot{\gamma}_4 + M_{St,B}(t) \tag{5.4/1}$$

$$M_{B0}(t) = -P_{P,B0}\,\gamma_4 - P_{D,B0}\,\dot{\gamma}_4 + M_{St,B0}(t) \tag{5.4/2}$$

sind $P_{P,B}$, $P_{D,B}$, $P_{P,B0}$ und $P_{D,B0}$ die Reglerfaktoren der beiden PD-Regelungen für die Aktuatoren in den Gelenken B und B_0. Durch $M_{St,B}$ und $M_{ST,B0}$ wird die Störgrößenkompensation umgesetzt. Die linearisierte Bewegungsgleichung (4.4/4) wird damit zu

$$\begin{aligned} &J_{45}\ddot{\gamma}_4 + \left(k_{red} + P_{D,B0} + P_{D,B}\right)\dot{\gamma}_4 + \left(c_{red} + P_{P,B0} + P_{P,B}\right)\gamma_4 \\ &= -\left(U_1''\dot{\gamma}_{20}^2 + U_1'\ddot{\gamma}_{20}\right)J_{4-5} + M_{St,B0}(t) - M_{St,B}(t) \end{aligned} \tag{5.4/3}$$

Ziel der Störgrößenkompensation ist es, wie im Abschnitt 6.2.1 noch näher erläutert wird, den Erregervektor zu minimieren. Es muss daher gelten

$$M_{St,B0}(t) - M_{St,B}(t) = \left(U_1''\dot{\gamma}_{20}^2 + U_1'\ddot{\gamma}_{20}\right)J_{4-5} \tag{5.4/4}$$

Semiaktive Aktuatoren haben allgemein die Eigenschaft, dass nur der Betrag, nicht aber die Wirkrichtung der Stellgröße eingestellt werden kann. So wirkt auch das Moment der magnetorheologischen Bremsen immer entgegen der Relativgeschwindigkeit im Gelenk B_0 bzw. im Gelenk B. Daher kann das erwünschte Moment nach Gl. (5.4/1) bzw. (5.4/2) nur zeitweise realisiert werden. Für semiaktive Stellglieder muss daher immer eine Schaltlogik realisiert werden, die dies berücksichtigt. In [Hohenbichler und Six 2006] werden vor diesem Hintergrund ein semiaktives und ein aktives Skyhook-Regelgesetz für Fahrwerke von Schienenfahrzeuge miteinander verglichen. In [Moosheimer und Waller 1996] wird eine echtzeitfähige Regelung für elektrorheologische Dämpfer nach dem Prinzip der dynamischen Programmierung nach Bellmann entworfen. Dabei werden die möglichen Übergangstrajektorien vom Ausgangszustand zum Wunschzustand mit den zugehörigen Stellentscheidungen durch Gütefunktionale bewertet und der optimale Übergang wird ausgewählt. In [Zhao u. a. 2006] wird die Möglichkeit zur Schwingungsminderung für einen elektrorheologischen Aktuator im Bypass-Betrieb zu einem gewöhnlichen Dämpfer im Fahrwerk eines Kraftfahrzeugs untersucht. Für die Berechnung der gewünschten Stellgröße wird dort eine Regelung für ein aktives Stellglieder entworfen. Der semiaktive Aktuator wird schaltend betrieben und immer dann aktiviert, wenn er die Stellgröße in die gewünschte Richtung realisieren kann. Die Stabilität und die Wirksamkeit wird für einen Zweimassenschwinger durch Simulation nachgewiesen. Ein ähnliches Vorgehen wurde für den Prüfstand untersucht. Im Gegensatz zu dem Zweimassenschwinger in [Zhao u. a. 2006] werden bei dem Prüfstand die Schaltzeitpunkte nicht allein durch die Schwingbewegung, sondern durch die Summe aus der Schwingbewegung und der überlagerten Starrkörperbewegung bestimmt. Simulationsrechnungen haben gezeigt, dass bei der Bestimmung der Relativwinkelgeschwindigkeit in den Gelenken der Winkelgeschwindigkeitsanteil aufgrund des Biegewinkels $\dot{\gamma}_4$ der Schwinge γ_4 für die Schaltlogik vernachlässigt werden kann, [Hannig 2003]. Die Wirkrichtung bzw. das Vorzeichen der realisierbaren Bremsmomente ist in diesem Fall den kinematischen Übertragungsfunktionen erster Ordnung $U_1'(\varphi)$ und $U_3'(\varphi)$ entgegengerichtet. Die beiden Übertragungsfunktionen erster Ordnung sind in **Bild 5.4/1** dargestellt. Das gewünschte Moment zur Störgrößenkompensation nach Gl. (5.4/4) ist für eine konstante Antriebsdrehzahl proportional zur kinematischen Übertragungsfunktion zweiter Ordnung $U_1''(\varphi)$ ist. Diese ist ebenfalls im Diagramm in Bild 5.4/1 eingetragen.

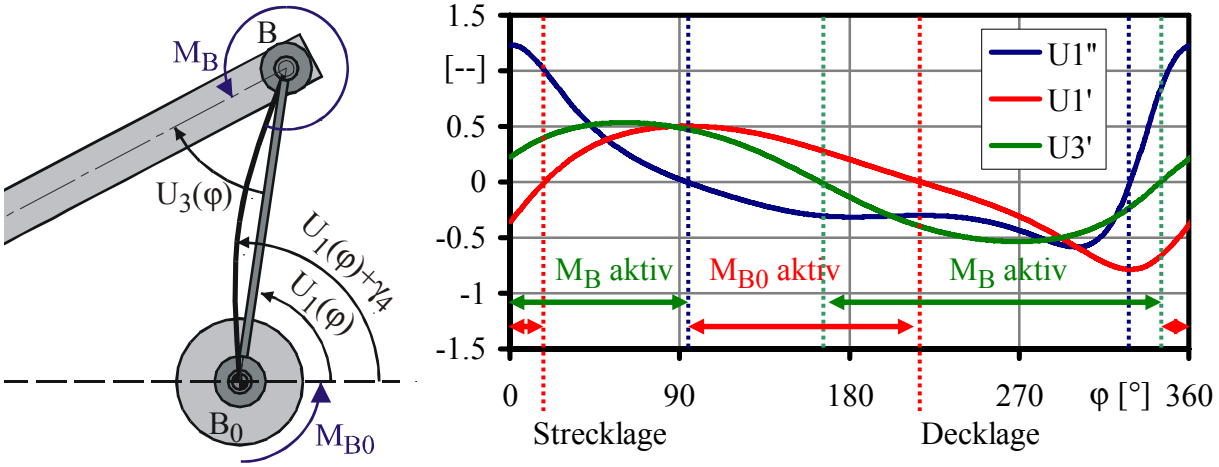


Bild 5.4/1: Kinematische Übertragungsfunktionen als Grundlage für die Schaltlogik semiaktiver Aktuatoren

Der Gl. (5.4/4) ist zu entnehmen, dass die Bremse in B_0 immer dann aktiviert werden kann, wenn $U_1'(\varphi)$ und $U_1''(\varphi)$ entgegengesetzte Vorzeichen haben, während die Bremse in B immer aktiviert werden kann, wenn $U_3'(\varphi)$ und $U_1''(\varphi)$ gleiche Vorzeichen haben. Die erlaubten Einschaltzeiten sind im Bild 5.4/1 durch farbige Pfeile gekennzeichnet. Für jeden Aktuator existieren bei der Störgrößenkompensation nur vier Schaltzeitpunkte pro Kurbelumdrehung. Die Schaltfunktion zum Aktivieren oder Deaktivieren der Bremsen kann bezüglich der entsprechenden Übertragungsfunktion erster Ordnung $U_1'(\varphi)$ oder $U_3'(\varphi)$ parametriert werden. Um dabei eine Sprungerregung der Biegeschwingung zu vermeiden, werden die Bremsmomente beim Aktivieren oder Deaktivieren mit stetigen Übergangsfunktionen (Polynom 5. Ordnung) auf den gewünschten Wert gebracht.

Die Regelabweichungen γ_4 bzw. $\dot{\gamma}_4$ wechseln ihr Vorzeichen mit der Eigenfrequenz des Systems, also sehr viel häufiger als das gewünschte Vorsteuermoment. Dies erfordert eine entsprechende Schaltdynamik der Aktuatoren. Zugleich kann den Verläufen von $U_1'(\varphi)$ und $U_3'(\varphi)$ in Bild 5.4/1 entnommen werden, dass immer kurz nach den Totlagen des Getriebes, die an den Nulldurchgängen der Funktion $U_1'(\varphi)$ zu erkennen sind, beide Aktuatoren nur in die gleiche Richtung wirken können, so dass je nach Vorzeichen der Regelabweichung (γ_4 bzw. $\dot{\gamma}_4$) entweder kein Aktuator oder beide Aktuatoren eingeschaltet werden können. In diesen Bereichen ist die Stabilität der Regelung nicht gesichert. Außerdem tritt in den Umkehrlagen durch die Haftreibung in den Aktuatoren eine Schwingungsanregung auf. Diese Bereiche sind in **Bild 5.4/2** durch Pfeile gekennzeichnet. In dem Bild sind Messergebnisse, die an dem Prüfstand für ein ungeregeltes System, ein System mit P-Regelung und ein weiteres System mit zusätzlicher Störgrößenkompensation aufgezeichnet wurden, dargestellt. In den gekennzeichneten Bereichen um die Totlagen herum zeigen die Messergebnisse hohe verbleibende Schwingungsamplituden.

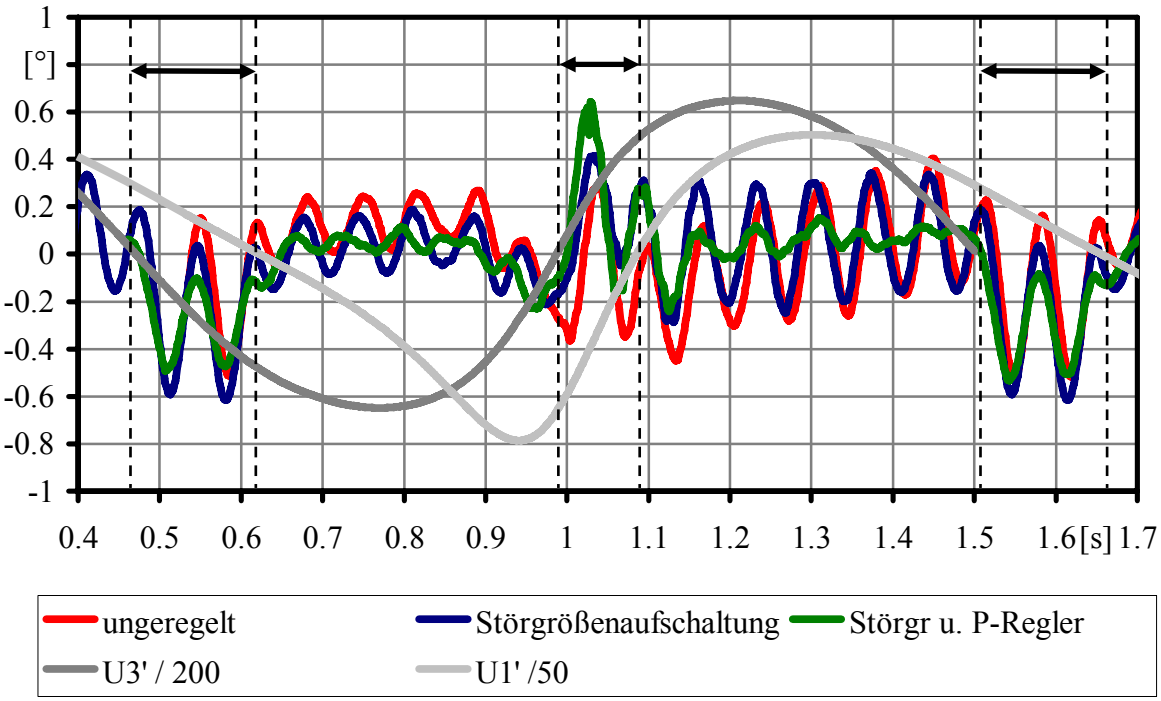


Bild 5.4/2: Semiaktive P-Regelung

Der rot dargestellte Verlauf des Biegewinkels für das ungeregelte System entspricht nicht den Messergebnissen in Bild 4.3/4, die beim Prüfstand ohne Bremsen aufgezeichnet wurden. Die Unterschiede sind auf die zusätzliche Reibung der Bremsen zurückzuführen. Hier ist insbesondere die Haftreibung in den Umkehrlagen zu erwähnen, da diese unabhängig von der Sollwertvorgabe durch die Regelung ein Moment von bis zu 50% des Maximalmoments der Bremsen hervorrufen kann, [Aselmann 2004]. Der Zeitverlauf mit den sprungartigen Veränderungen des Schwingungsanteils mit Eigenfrequenz ähnelt daher den Simulationsrechnungen mit Gelenkreibung in Bild 4.3/8. Die erhebliche Haftreibung ist eine Nichtlinearität die in den Entwurf der Regelung einbezogen werden muss, um die Aktuatoren zuverlässig einzusetzen. Dies kann, analog zu dem Vorgehen, wie es in [Song u. a. 2005] für das Phänomen der Hysterese von magnetorheologischen Aktuatoren demonstriert wird, durch den Entwurf einer optimalen Regelung (s. Abschnitt 6.2.3) geschehen. Auch in [Oh u. a. 2004] werden elektrorheologische Aktuatoren mit Hysterese erfolgreich zur Schwingungsminderung eingesetzt.

Eine weitere Unzulänglichkeit der magnetorheologischen Bremsen liegt in ihrer Totzeit. Die Ansprechzeit der magnetorheologischen Bremse beträgt ca. 16 ms, was 22,5% der Periodendauer der Eigenschwingung (71 ms) entspricht. Hier liegt die Zeitkonstante des Stellglieds also in der Größenordnung der Schwingungsperiodendauer (vgl. Abschnitt 5.2), so dass starke Wechselwirkungen zwischen dem Stellglied und dem mechanischen Systemteil vorliegen. Mit dieser Zeitverzögerung ist eine Minderung des Schwingungsanteils mit Eigenkreisfrequenz nicht möglich. Erst die Einführung einer zusätzlichen Totzeit von 55 ms für die Regler-Stellgrößen führte zu den brauchbaren Ergebnissen in Bild 5.4/2. Mit der zusätzlichen Totzeit wirken die Reglermomente um eine Periode

der Eigenschwingungen zeitverzögert. Bei der Störgrößenkompensation kann das Kompensationsmoment einfach auf der Zeitachse um 16 ms nach vorne verschoben werden, so dass die blaue Kurve in Bild 5.4/2 nahezu nur noch Schwingungen mit der Eigenfrequenz zeigt. Um die Ergebnisse für dieses periodische System zu verbessern könnte die Regelung nach dem „Repetetive Control“-Ansatz (Abschnitt 6.2.3) ausgelegt werden.

5.5 Prozessbaustein Auslegung der Sensoren und der Messkette

Die Sensoren dienen zur Erfassung des Systemausgangs und sind daher ein wichtiges Bindeglied zwischen der Regelung und der Strecke. Es werden vielfältige physikalische Effekte genutzt, um unterschiedlichste Messgrößen in analoge oder digitale Messsignale umzuwandeln, [Bernstein 1998]. Zunächst muss jeder Sensor genauso wie der Aktuator als eigenständige Komponente eines mechatronischen Systems angesehen werden. Nur wenn die Anforderungen im Hinblick auf Linearität, Störunempfindlichkeit, Temperaturverhalten, Totzeit, Auflösung, Übertragungsrate usw. ausreichend gut erfüllt werden, können die Sensoren als idealisierte Komponente angesehen werden, [Tränkler 1992]. In den Fällen, wo dies nicht gegeben ist, muss der Sensor als eigenständige dynamische Komponente des mechatronischen Systems berücksichtigt werden, [Mühl 2008] und [Niebuhr und Lindner 2002]. Bei dem Prüfstand bereitet beispielsweise der wert- und zeitdiskrete Charakter der Drehgebersignale Schwierigkeiten, wenn anspruchsvolle Regelungskonzepte, wie die Zustandsregelung in Abschn. 6.2.2 umgesetzt werden. Die mit 8192 Inkrementen pro Umdrehung zwar hohe, aber dennoch zu geringe Auflösung der Drehgeber führt dazu, dass selbst bei Maximaldrehzahl mehrere Abtastintervalle vergehen, bevor die Drehgeberinkremente sich um Eins erhöhen. Dadurch ist ein diskretes Differenzieren dieser Signale nicht möglich. Daher wurde in Simulink eine spezifische Interpolation zur Aufbereitung des Drehgebersignals umgesetzt, **Bild 5.5/1**. Aus der Zeit, die zwischen zwei Inkrementensprüngen vergeht, wird die mittlere Winkelgeschwindigkeit für dieses Intervall berechnet und bis zum nächsten Inkrementensprung extrapoliert.

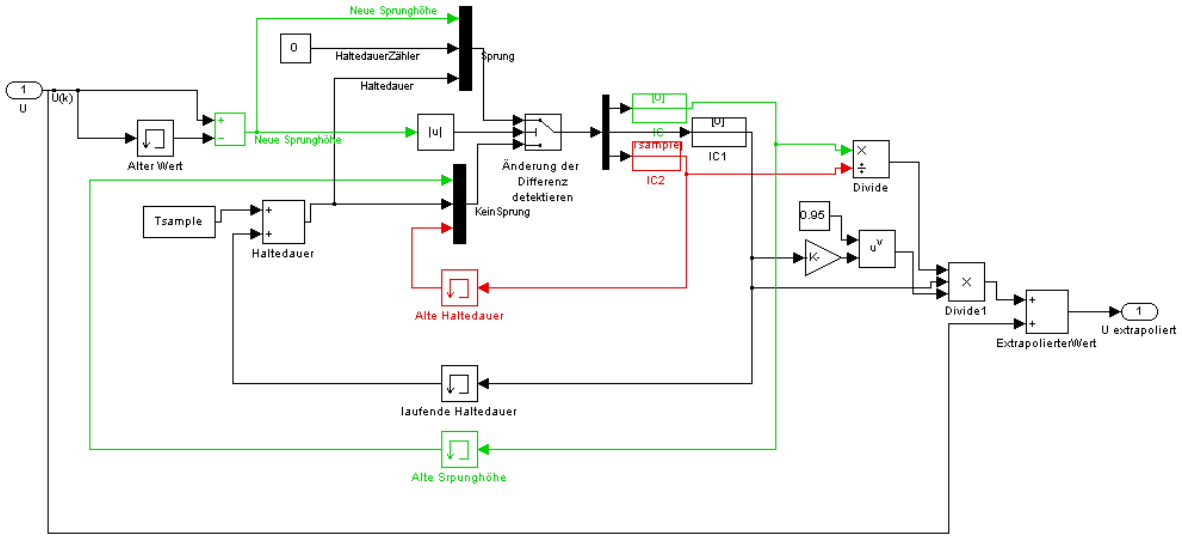


Bild 5.5/1: Interpolation des Drehgebersignals

Neben den Eigenschaften der einzelnen Sensoren müssen auch die Eigenschaften der gesamten Messkette beachtet werden. Dies betrifft unter anderem das Übertragungsverhalten der Messkette. Bei dem Beispielsystem zeigen sich an den Schnittstellen des Leitrechners, auf dem die Regelung läuft, sowohl zu den analogen Eingängen (zu den Sensoren) als auch zu den analogen Ausgängen (zu den Aktoren) Nichtlinearitäten. Die Kalibrierung erfordert für jede Drehzahl unterschiedliche Offsets und Kalibrierungswerte, die in Simulink in einer Look-up-Table hinterlegt werden können. Mit diesen Maßnahmen arbeitet die Messkette des Prüfstands mit ausreichender Qualität. Für eine ausführliche Betrachtung der Aspekte der Messtechnik und der Signalaufbereitung sei an dieser Stelle auf die Fachliteratur verwiesen (z. B. [Antoniou 2006] [Becker und Älijev 2000], [Hoffmann und Adunka 2002], [Lerch 2007] und [Weichert und Wülker 2000]).

Auch topologische Eigenschaften der Messkette sind von Bedeutung. Aufgrund der Platzierung der Messaufnehmer kann das Messsignal nicht nur die zu messende Größe sondern auch noch weitere Anteile enthalten, die durch eine Messdatenaufbereitung voneinander getrennt werden müssen. In [Bucher und Rosenstein 2006] wird beispielsweise ein Verfahren vorgestellt, um den Anteil der Massenkräfte und den Anteil der externen Kräfte auf das Bewegungssystem in einem Messsignal zu trennen. Umgekehrt kann aber durch die Platzierung der Sensoren auch verhindert werden, dass bestimmte Schwingungsanteile mit gemessen werden. Bei dem Ausschwingversuch (vgl. Bild 4.3/2) werden bei der Messung der Durchbiegung der Schwinge vom Dehnmessstreifen zwei Schwingungsanteile gemessen, die eine Frequenz von 95,8 Hz und 300 Hz haben. Der Anteil mit 95,8 Hz ist in dem Signal, das aus den Messgrößen der Drehgeber generiert wird, nur sehr gering und der Anteil mit 300 Hz ist dort gar nicht vorhanden. Kontrollmessungen mit einem Beschleunigungsaufnehmer, der in tangentialer Richtung auf dem Abtriebsträgheitsmoment montiert wurde, haben ergeben, dass dieses tatsächlich nur vernachlässigbare Schwingungen mit 95,8 Hz ausführt. Es ist also davon auszugehen, dass die Messungen mit den Drehgebern gewisse Schwingungsanteile nicht erfassen. Eine Aussage darüber, welche zusätzlichen hochfrequenten Anteile mit den DMS gemessen werden können, wird anhand einer Simulationsrechnung mit dem FE-Modell möglich. Es handelt sich um zwei Eigenschwingungsformen, die mit großen Krümmungen in der Schwingenmitte und nur sehr kleinen Verdrehungen der Schwingenenden verbunden sind, **Bild 5.5/2 a, b**. Die beiden zugehörigen berechneten Eigenkreisfrequenzen sind 94,9 Hz und 288,5 Hz.

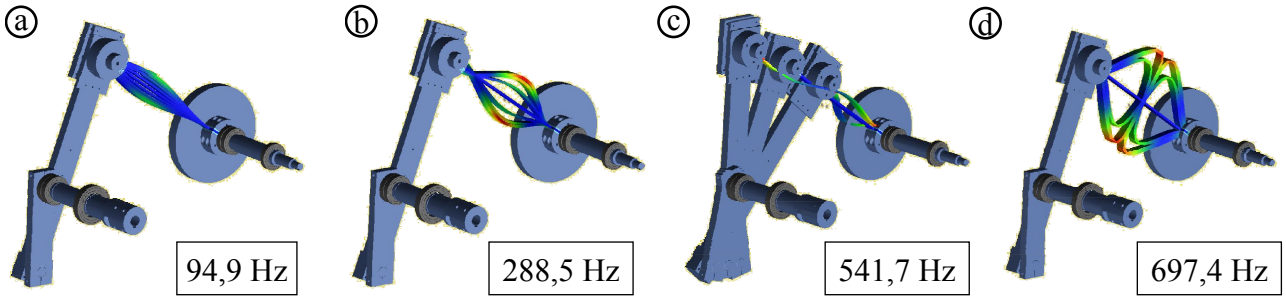


Bild 5.5/2: Eigenschwingungsformen mit geringen Verdrehungen der Abtriebswelle

Es bleibt also festzuhalten, dass die Form der Eigenschwingungen im Messkonzept berücksichtigt werden muss. Es sind die spezifischen Gegebenheiten des jeweiligen Anwendungsfalls zu beachten. Durch die Platzierung der Sensoren können die beiden Eigenschwingungsformen Bild 5.5/2 a, b gezielt gemessen oder auch „herausgefiltert“ werden. Dieser Filtereffekt kann vorteilhaft ausgenutzt werden, um ein Spillover (vgl. Abschnitt 6.2.3) zu vermeiden. Er kann aber auch nachteilig sein, da diese Eigenschwingungsform nicht geregelt werden kann. Anzumerken ist noch, dass die beiden Eigenschwingungsformen Bild 5.5/2 a, b im normalen Betrieb offenbar nicht angeregt werden. Daher sind sie während des Abbrems- und Hochlaufvorgangs (s. Abschnitt 4.3) weder im Drehgeber- noch im DMS-Signal enthalten.

Zwei weitere Eigenschwingungsformen, bei denen der Verdrehwinkel des Abtriebsträgheitsmoments ebenfalls gering ist, wurden beim Ausschwingversuch nicht angeregt und sind daher in der Messung nicht wiederzufinden. Bei den Schwingungen mit 541,7 Hz bzw. 697,4 Hz handelt es sich um eine Zug-Druck-Schwingung und um eine Biegeschwingung, die im Anregungspunkt einen Schwingungsbauch hat, Bild 5.5/2 c, d.

6 Auslegung des Regelungssystems

Das Regelungssystem, der elektrische Antrieb und das mechanische System sind drei Systemteile des Gesamtsystems, die jeweils isoliert betrachtet eine sehr unterschiedliche Eigendynamik aufweisen können. Zwischen diesen Systemteilen treten aber zum Teil auch erhebliche Wechselwirkungen auf. In den vorhergehenden Abschnitten standen die elektromechanischen Komponenten eines mechatronischen Bewegungssystems im Mittelpunkt. In diesem Abschnitt wird mit dem Regelungssystem die informationstechnische Ebene hinzugenommen. Charakteristisch für Regelungssysteme ist, dass ihre Struktur und Dynamik weitgehend frei gestaltet wird. Die Eingliederung der Komponenten des Regelungssystems in das mechatronische Gesamtsystem ist im **Bild 6/1** dargestellt.

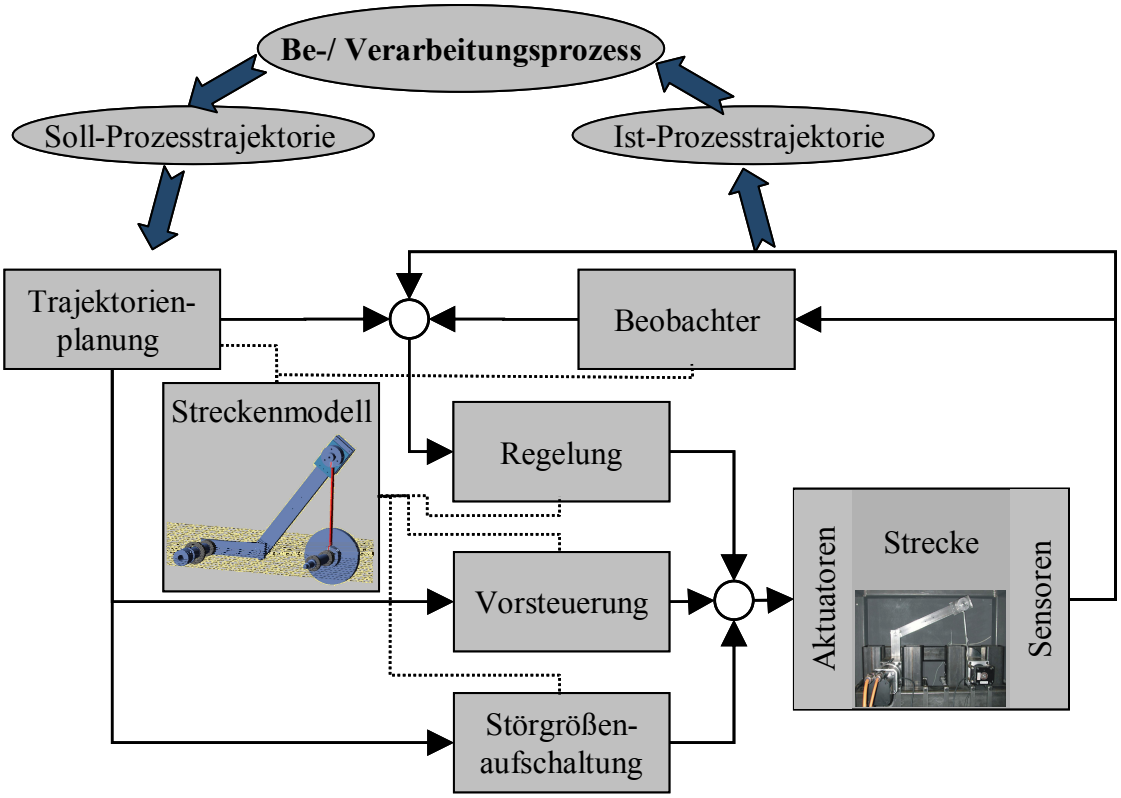


Bild 6/1: Komponenten eines mechatronischen Bewegungssystems

Die Regelung (Abschnitt 6.2.2 und 6.2.3), oder genauer die Erzeugung von Stellgrößen auf Grundlage der Rückführung von Zustandsgrößen, bildet den Kern des Regelungssystems. Die Regelung kann zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens des mechatronischen Gesamtsystems durch eine Störgrößenaufschaltung (Abschnitt 6.2.1) und eine Vorsteuerung (Abschnitt 7.1) ergänzt werden. Ein Beobachter (Abschnitt 6.2.5) ermöglicht die Bestimmung messtechnisch nicht zugänglicher Größen. Die Trajektorienplanung (Abschnitt 7.1) bietet den wesentlichen Zugang zur systemgerechten Gestaltung der Bewegungsaufgabe, also der Soll-Prozesstrajektorie (vgl. Abschnitt 3.1).

Durch modellbasierte Gestaltungsmethoden erfolgt eine optimale Abstimmung der Regelungskomponenten auf die Strecke. Ein zentraler Aspekt bei dem mechatronischen Systementwurf ist daher die Nutzung einer durchgängigen Modellierung der Strecke und einer Werkzeugkette hierfür. Diese werden im Abschnitt 6.1 dargestellt und erlauben es, die in dieser Arbeit vorgestellten Berechnungsmethoden auf eine Vielzahl von Bewegungssystemen zu übertragen und automatisiert durchführen.

Die Grundlagen zu den Regelungsstrukturen und zu den Reglerentwurfsverfahren sind in den einschlägigen Lehrbüchern sehr gut beschrieben. Für den Einstieg sind [Föllinger 1993] und [Föllinger 1994] besonders zu empfehlen. Die Schreibweise im „Ingenieursstil“ erleichtert den Zugang und das Verständnis der theoretischen Materie. [Unbehauen 1992] stellt in seinem Buch viele Auslegungsverfahren sehr übersichtlich zusammen. Leser, die mit der Matrizenalgebra vertraut sind, finden in [Konigorski 2003a], [Konigorski 2003b], und [Konigorski 2003c] eine sehr kompakte Zusammenstellung der Theorie, wobei Konigorski sich oft auf Föllinger und Unbehauen bezieht. [Wendt und Lutz 2002] haben ein Kompendium der Regelungstechnik zusammengestellt, das sehr gut den Stand der Technik repräsentiert. In [Abel u. a. 2008] sind neben den Grundlagen der Regelungstechnik vor allem auch viele moderne und praxisorientierte Regelungserfahren zusammengestellt. Voraussetzung für das Verständnis ist allerdings Grundwissen in der Regelungstechnik. Darüber hinaus existieren zahlreiche weitere gute Veröffentlichungen, die hier nicht alle genannt werden können. Die Grundlagen werden in diesem Kapitel nur soweit aufbereitet, wie es für das Verständnis der umgesetzten Verfahren zur aktiven Schwingungsminderung nötig ist.

Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung bei elastizitätsbehafteten Bewegungssystemen sind in der Literatur vielfach zu finden. In zahlreichen Forschungsarbeiten werden piezoelektrische Sensoren und Aktuatoren auf biegeelastischen Bauteilen angebracht, um die auftretenden Bauteildeformationen zu minimieren. Grundlegende Betrachtungen zur Verwendung von piezoelektrischen Stellgliedern zur Schwingungsminderung finden sich z. B. in [Anderson u. a. 1992]. [Choi u. a. 1994] setzen bei einer Schubkurbel mit elastischer Koppel eine Mehrgrößenregelung ein. Bei einem ähnlichen Mechanismus verwenden [Thompson und Tao 1994] eine einfache Lagerückführung zur Regelung, während [Preiswerk und Venkatesh 1994] eine Reglerstruktur mit dem Biegewinkel und der Biegewinkelgeschwindigkeit als Regelgröße wählen und die Reglerauslegung mittels Polvorgabe vornehmen. Typische Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung werden auch in der Arbeit von [Cho u. a. 1998] für eine Kurbelschwinge mit elastischer Kurbel, Koppel und Schwinge umgesetzt: Eine Vorsteuerung linearisiert das System bezüglich der Starrkörperbewegung, ein Kalman Filter wird zur Schätzung der Zustände verwendet und eine optimale Regelung wird zur Schwingungsreduktion eingesetzt. Zahlreiche weitere Arbeiten zu speziellen Aspekten der aktiven Schwingungsminderung werden an späterer Stelle noch zitiert. In der Mehrzahl der Arbeiten besteht das Ziel darin, auftretende Schwingungen in Bewegungssystemen zu minimieren, nicht jedoch Deformationen zuzulassen und in die Planung des Bewegungsverhaltens einzubeziehen.

6.1 Prozessbaustein Analyse des Gesamtsystems

6.1.1 Aufbau einer durchgängigen Werkzeugkette

[De Silva 2005] gruppiert die Modelle von mechatronischen Systemen in vier Kategorien: physikalische Modelle (Prototypen), analytische Modelle, (numerische) Computermodelle und experimentelle Modelle. Für die Auslegung von mechatronischen Systemen werden analytische Modelle verwendet. Von analytischen Modellen liegt gewöhnlich eine mathematische Beschreibung vor, die auch verwendet wird, um das dynamische Verhalten vorauszusagen und zu gestalten. Mit Hilfe des analytischen Modells werden Ergebnisse erarbeitet, die auf das reale physikalische Modell angewendet werden. Als analytisches Modell eignen sich Zustandsmodelle, Lineare Graphen, Bond Graphen, Übertragungsfunktionsmodelle und Modelle im Frequenzbereich, die ein Sonderfall der Übertragungsfunktionsmodelle sind. Bei Bond Graphen stellen Linien Zustandsgrößen dar, die aus Modellelementen (Knoten) hervorkommen während die Knoten bei linearen Graphen Zustandsgrößen repräsentieren und Pfeile Systemelemente darstellen. Bond Graphen geben dabei die Ordnung des Systems und die kausalen Zusammenhänge besser wieder. Beide Formen der analytischen Modelle sind geeignet, um ein Zustandsmodell daraus zu entwickeln. Zustandsmodelle wurden im Abschnitt 4.2 und Kapitel 5 bereits verwendet, um die mechanischen und elektrischen Systemteile zu modellieren. Aus der Zustandsraumdarstellung können leicht Übertragungsfunktionsmodelle generiert werden. Übertragungsfunktionsmodelle repräsentieren lineare, zeitinvariante Systeme im Laplace-Bereich und analog repräsentieren Frequenzmodelle Systeme im Fourier-Bereich. Die Frequenzgangmatrix [Corves 2007] ist ein Beispiel für ein Frequenzmodell zur Bestimmung von Amplitudenfrequenzgängen. Übertragungsfunktionsmodelle und Frequenzmodelle eigenen sich besonders gut für die Analyse und Substrukturierung komplexer Systeme, [Edelmann 1961], [Rubin 1967]. Bei komplexen Modellen ist häufig auch die Verwendung von experimentell ermittelten Antworten auf eine Impulserregung, eine Sprungerregung oder eine harmonische Erregung anstelle theoretische ermittelter Modelle nützlich. Da auch Reglerstrukturen gut durch Zustandsmodelle dargestellt werden können, werden in dieser Arbeit analytische Zustandsmodelle in Form von algebraischen Differentialgleichungen zur durchgängigen Beschreibung und Auslegung mechatronischer Systeme verwendet. Hierauf wird im nachfolgenden Abschnitt noch näher eingegangen. Zuvor wird die Werkzeugkette zur Modellierung, Umsetzung und Erprobung der Maßnahmen zur Schwingungsminderung erläutert. Die Verwendung durchgängiger Werkzeugketten für das „Rapid Control Prototyping“ ist in der Regelungstechnik, die seit jeher mit mechatronischen Systemen konfrontiert ist, eine gängige praxis. Das methodische Vorgehen beim Rapid Control Prototyping und der Aufbau von rechnerbasierten Entwurfswerkzeugen ist in [Abel und Bollig 2006] ausführlich beschrieben.

Die Werkzeugkette für den Entwurf von Maßnahmen zur Schwingungsminderung wurde mit marktüblicher Software umgesetzt und ist unten in **Bild 6.1/1** dargestellt. Als Grundlage für den modellbasierten Entwurf auf dem Entwurfsrechner wird das am stärksten vereinfachte konzentriert

parametrische Mehrkörpermodell aus Bild 4.1/1 mit dem vereinfachten Gleichstrommotormodell aus Bild 5.1/1 für den Servomotor verwendet. Die Systemgleichung für das mechatronische System kann in einem MAPLE-Arbeitsblatt in algebraischer Form automatisch aufgestellt werden (vgl. Abschnitt 4.2). Daraus können wiederum algebraische Berechnungsvorschriften oder zu lösende Gleichungssysteme für die Maßnahmen zur passiven (Abschnitt 4.4) oder zur aktiven Schwingungsminderung (Abschnitt 6.2) abgeleitet werden. Sofern die Berechnung oder Gleichungslösung nicht in MAPLE erfolgt, können die algebraischen Gleichungen als C-Code oder als m-Code exportiert werden, [Geike und McPhee 2003]. Auf diese Weise kann eine zuverlässige und schnelle Übertragung langer Gleichungen gewährleistet werden. Die kinematischen Übertragungsfunktionen nullter bis vierter Ordnung (Abschnitt 3.2) wurden beispielsweise mit dieser Technik in parametrischer Form, also als Funktion der kinematischen Abmessungen, in eine MATLAB-S-function exportiert und konnten so in den unterschiedlichsten Regelungskonzepten verwendet werden.

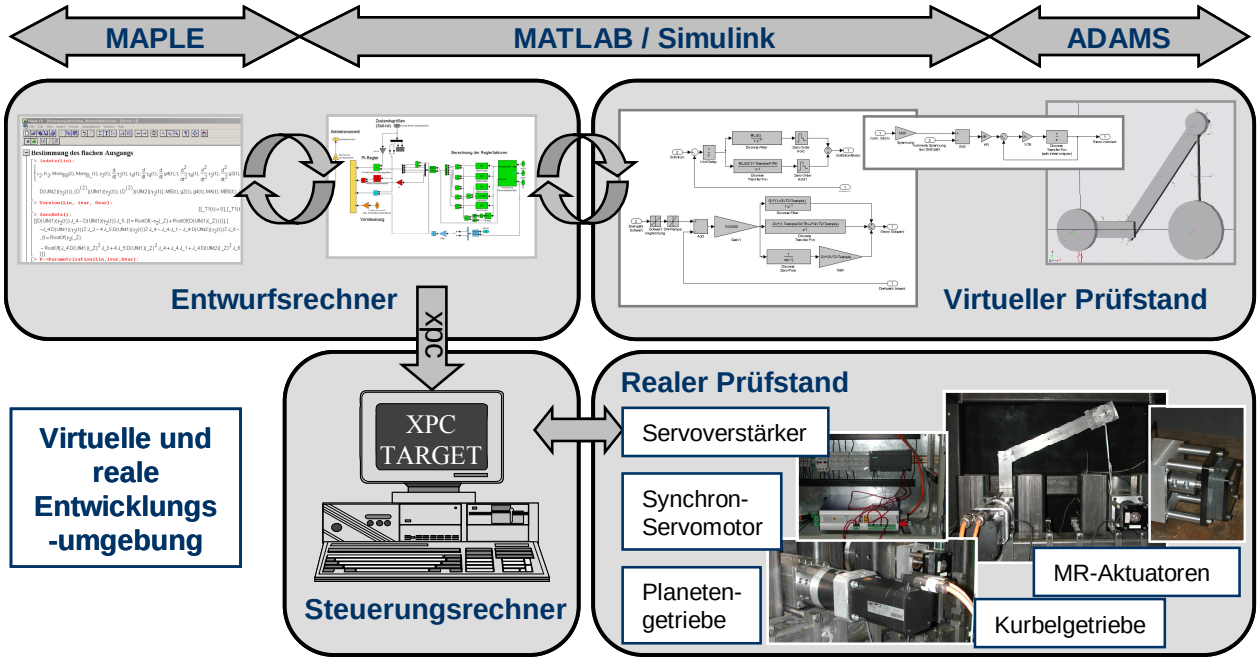


Bild 6.1/1: Werkzeugkette und Prüfstandsarchitektur

Für die Umsetzung der Steuerung und der Regelung und für die Simulation des Motors unten rechts in Bild 6.1/1 wurde Simulink gewählt. Das Programm ermöglicht eine effiziente Modellierung und bietet durch die Integration mit MATLAB umfangreiche Werkzeuge zur Matrizenrechnung. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, gekoppelte Simulationen mit vielen anderen Programmen durchzuführen. Bei der gekoppelten Simulation werden Teilmodelle mit unterschiedlichen Simulationswerkzeugen erzeugt und auf der Modellebene (eingebettete Simulation) oder auf der Programmebene (Co-Simulation) miteinander gekoppelt. Die Regelungskonzepte werden durch Co-Simulation mit ADAMS an einem virtuellen Prüfstand, der in dem MKS-Programm modelliert wird, erprobt. Da die Simulationsschrittweite deutlich unter der kleinsten Periodendauer von auftretenden Schwingungen liegen muss, bedeutet eine Berücksichtigung des PI-Stromreglers, dass die

Schrittweite des Gleichungslösers deutlich unter dem in Gl. (5.1/10) angegebenen Wert der Zeitkonstanten $T_N = 0{,}6$ ms liegen muss. Bei der Co-Simulation ist nicht nur die Schrittweite eines einzelnen Gleichungslösers, sondern auch das Kommunikationsintervall zwischen den beiden Gleichungslösern von den Zeitanforderungen betroffen. Durch den häufigen Datenaustausch läuft die Co-Simulation relativ langsam.

Die modellbasierten, adaptiven Vorsteuerungen und Regelungen können für die praktische Erprobung am realen Prüfstand mit Hilfe der Erweiterungsmodule „Realtime-Workshop“ (RTW) und „XPC-Target“ (XPC) für MATLAB/Simulink direkt auf den Steuerungsrechner (oben links in Bild 6.1/1) exportiert werden. Das XPC-Target-Modul ermöglicht es, das virtuell erprobte Simulink-Modell der Regelung einschließlich der Datenerfassungsfunktion für das Zielsystem zu kompilieren. Das Zielsystem ist der Steuerungsrechner, auf dem das Betriebssystem XPC-Target läuft. Das kompilierte Modell kann über eine TCP/IP-Verbindung vom Entwurfsrechner auf den Steuerungsrechner übertragen werden. Der Steuerungsrechner kann den Prüfstand dann autonom betreiben. Der Entwurfsrechner fungiert als übergeordnete Leitebene. Die aufgezeichneten Messergebnisse werden wiederum per TCP/IP-Verbindung vom Steuerungsrechner auf den Entwurfsrechner übertragen.

Das RTW-Modul stellt eine Bibliothek mit Schnittstellenblöcken für gängige Ein-/Ausgabekarten, die im Steuerungsrechner eingebaut werden, zur Verfügung. Die Schnittstellenblöcke stellen die Verbindung zwischen der entworfenen Regelung und dem realen Prüfstand her, so dass der virtuelle Prüfstand im Simulink-Modell hierdurch ersetzt werden kann. Im Prüfstands-Steuerungsrechner ist die Datenerfassungskarte „PCI-DAS 1200“ von ComputerBoards eingebaut, um über zwei analoge Eingänge das Dehnmessstreifensignal und die Monitorsignale des Servoverstärkers einzulesen und über zwei digitale Ausgänge den Servoverstärker und die magnetorheologischen Bremsen ansteuern zu können. Als Schnittstelle zu den beiden Drehgebern dient die Datenerfassungskarte „APCI-1710“ von ADDI-Data. Diese Karte kann für unterschiedliche Timer- und Counter-Funktionen konfiguriert werden. Der vorhandene RTW-Schnittstellenblock unterstützt allerdings keine Counter-Funktion mit SSI-Protokoll. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit hierfür ein neuer Treiber programmiert und als Block in die Simulink Bibliothek aufgenommen.

Eine Voraussetzung für das Kompilieren ist, dass das Simulink-Modell nur diskrete und keine kontinuierlichen Elemente enthält. Für den XPC-Target-Export wurden daher nicht die im Abschnitt 5.1 angegebenen kontinuierlichen, sondern die äquivalenten zeitdiskreten Modelle der Regler (s. [Wendt und Lutz 2002]) erstellt.

Während des Betriebs ist es außerdem wichtig, dass keine Division durch Null stattfindet, da sonst eine Fehlermeldung ausgegeben und ein Notstopp ausgeführt wird. Daher muss insbesondere bei den Gleichungen, die mit MAPLE automatisiert erzeugt und nach MATLAB/Simulink exportiert werden, sichergestellt werden, dass vor dem Export in allen Brüchen die gemeinsamen Nullstellen von Zählern und Nennern gekürzt werden. Kritisch sind auch die singulären Stellungen (Streck- und Decklage) des Mechanismus. Hier treten beispielsweise bei der inversionsbasierten Trajekto-

rienplanung (Abschnitt 7.1.2) oder bei der Störgrößenkompensation (Abschnitt 6.2.1) Divisionen durch Null auf, so dass eine Umplanung der Trajektorie bzw. des Kompensationssignals vorgesehen ist. Die Umplanung wird in Simulink durch das Hin- und Herschalten zwischen zwei Berechnungszweigen realisiert. Dabei muss durch entsprechende Schaltungen verhindert werden, dass in dem nicht benötigten Berechnungszweig eine Division durch Null ausgeführt wird.

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der praktischen Umsetzung der Regelungskonzepte ist die Echtzeitfähigkeit. Bei den Versuchen stellte sich heraus, dass die Standardfunktion zur Matrixinvertierung, die von Simulink zur Verfügung gestellt wird, selbst bei der Invertierung einer (2 x 2)-Matrix zu langsam arbeit, da die Matrix numerisch invertiert wird. Sehr viel schneller laufen die Berechnungen ab, wenn die Matrix zuvor in MAPLE symbolisch invertiert wird und anschließend die symbolischen Formeln in Simulink implementiert werden. Besonders große Geschwindigkeitsvorteile resultierten aus den symbolischen Berechnungen bei der Ermittlung der letzten Zeile der Inversen der (5 x 5)-Steuerbarkeitsmatrix in Abschnitt 6.2.3.

Erst nach der Optimierung aller Berechnungen läuft auch das aufwändigste Regelungskonzept mit inversionsbasierter Trajektorienplanung und Vorsteuerung (Abschnitt 7.1.2), mit Störgrößenkompensation (Abschnitt 6.2.1), reduziertem Beobachter (Abschnitt 6.2.5) und adaptiver PI-Zustandsregelung (Abschnitt 6.2.2) auf dem verwendeten Pentium-III Rechner (800 MHz) mit einer maximalen Ausführungszeit von 0,165 ms. Dadurch konnte die Taktzeit für die Regelung auf den Wert von 0,2 ms gesetzt werden. Eine weitere Reduzierung der Taktzeit ist aus technischen Gründen kaum möglich, da die Kommunikation zwischen Steuerungsrechner und Servoverstärker über eine serielles Interface mit 8 KHz (0,125 ms) erfolgte. Die Taktzeit von 0,2 ms hat sich aber auch für die diesbezüglich anspruchsvollen Zustandsregler und Beobachter als ausreichend klein erwiesen. Problematischer war die Wert- und Zeitdiskretisierung der Drehgebersignale, so dass für die Bestimmung der Ist-Werte die in Abschnitt 5.5 beschriebene Interpolation erstellt wurde.

6.1.2 Modellierung und Klassifikation der Systeme

Nicht alle Maßnahmen zur Schwingungsminderung können für alle Klassen von Systemen und von Bewegungsaufgaben angewendet werden. Ausgangspunkt für viele Entwürfe von Minderungsmaßnahmen sind Normalformen der Systemgleichungen. Daher kann für beliebige mechatronische Bewegungssysteme anhand der Möglichkeit zur Überführung in entsprechende Normalformen überprüft werden, welche Maßnahmen zur Schwingungsminderung angewendet werden können. Die Transformation in die Normalform kann wiederum mit MAPLE realisiert werden. In der Systemtheorie und in der Regelungstechnik sind zahlreiche Normalformen bekannt. Eine Übersicht zu weiterführender Literatur zu diesen Normalformen ist in [Olfati-Saber 2001] zu finden. Im Folgenden werden einige Normalformen und ihrer Bedeutung für mechanische Bewegungssysteme, die bei dem späteren Entwurf von Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung Anwendung finden, zusammengestellt.

Zunächst ist die nichtlineare Regelungsnormalform zu nennen, [Allgöwer und Gilles 1995]. Diese ist dadurch gekennzeichnet, dass die Nichtlinearitäten und der Eingang **u** nur in den Gleichungen der höchsten Ableitungen der Freiheitsgrade auftreten. Bei mechanischen Systemen sind dies die Gleichungen der Beschleunigung, also die untere Hälfte der Zustandsgleichung (4.2/5). Alle niedrigeren Ableitungen der Freiheitsgrade sind nur durch einen integrativen Zusammenhang verbunden. Kurzum entspricht die nichtlineare Regelungsnormalform bei mechanischen Bewegungssystemen der Zustandsgleichung (4.2/5) bzw. (4.2/6).

$$\dot{\mathbf{w}} = \mathbf{n}(\mathbf{w},t) + \mathbf{b}(t) \text{ mit } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{pmatrix},\ \mathbf{n}(\mathbf{w},t) = \begin{pmatrix} \mathbf{E}\dot{\mathbf{q}} \\ \hline \mathbf{M}^{-1}\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{w},t) \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{b}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \hline \widetilde{\mathbf{B}}(t) \end{pmatrix}\mathbf{u} \quad (6.1/1)$$

Die Regelungsnormalform Gl. (6.1/1) kann durch eine spezielle, auf den nichtlinearen Anteil in der unteren Hälfte von $\mathbf{n}(\mathbf{w}, t)$ angepasste Form des Eingangs

$$\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{B}}(\mathbf{w},t)^{-1}\left(-\mathbf{M}^{-1}\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{w},t) + \mathbf{v}\right) \quad (6.1/2)$$

in die Brunovsky-Form überführt werden, [Allgöwer und Gilles 1995]. Bei dieser Normalform kompensiert das nichtlineare statische Rückführungsgesetz (6.1/2) die Nichtlinearität des Systems und $\ddot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{w}}_2$ ist identisch zum neuen Eingang **v**:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{w}}_1 &= \mathbf{w}_2 \\ \dot{\mathbf{w}}_2 &= \mathbf{v} \end{aligned} \quad (6.1/3)$$

Die zuvor beschriebenen Transformationen werden als exakte Zustandslinearisierung bezeichnet und eröffnen die Möglichkeit, die Stellgesetze für den Eingang **v** mit den Methoden der linearen Zustandsregelung (s. Abschnitt 6.2.2) auszulegen. Ein nichtlinearer Regelungsentwurf kann so vermieden werden. Es ist allerdings zu beachten, dass in einigen Fällen bereits kleine Fehler in dem Streckenmodell den linearisierenden Effekt zunichte machen können und dass daher keine Robustheit und Stabilität garantiert werden können, [Allgöwer und Gilles 1995]. Außerdem wird eine reguläre Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ vorausgesetzt. Die Regularität der Eingangsmatrix bedeutet, dass alle Freiheitsgrade unabhängig voneinander durch den Eingang **u** beeinflusst werden können. Ist dies nicht gegeben, so befindet sich das System in einer singulären Stellung. Singuläre Stellungen existieren für Starrkörpermechanismen (Abschnitt 3.2), aber auch für die elastischen Systeme. Auf die besondere Bedeutung der singulären Stellungen wird am Ende dieses Abschnitts noch eingegangen.

Systeme, bei denen der Eingang **u** nicht unmittelbar auf die höchste Ableitung aller Freiheitsgrade wirkt, können nicht in die Brunovsky-Form überführt werden. Derartige Systeme findet man beispielsweise häufig bei der Regelung verfahrenstechnischer Prozesse, die meist durch Differentialgleichungen von deutlich höherer als zweiter Ordnung beschrieben werden. Mechanische Systeme können unter anderem dann nicht auf die Brunovsky-Form transformiert werden, wenn die Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ nicht invertierbar ist. Dies ist beispielsweise gegeben, wenn die Anzahl der Freiheitsgrade die Anzahl der Stellglieder übersteigt. Dies gilt auch für das Beispielsystem, bei dem nur der Hauptantrieb als Stellglied verwendet wird. Es sind $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)^{\mathrm{T}} = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^{\mathrm{T}} = (\varphi, \gamma_4, \dot{\varphi}, \dot{\gamma}_4)^{\mathrm{T}}$ die

Zustände des Beispielsystems aus Bild 4.1/1. Der Eingang ist $\mathbf{u} = (M_{an})$ und die (2x1)-Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ ist in diesem Fall nach Gl. (4.2/7) durch die erste Spalte der Matrix $\overline{\mathbf{B}}$ in Gl. (4.2/3) multipliziert mit der Inversen der Massenmatrix gegeben

$$\begin{aligned}\widetilde{\mathbf{B}} &= \mathbf{M}^{-1}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\\ &= \frac{1}{J_{45}\left(J_{12}+J_6U_2'^2\right)-\left(J_3J_4+J_3J_5+4J_4J_5\right)U_1'^2}\begin{pmatrix}J_{45}\\-J_{4-5}U_1'\end{pmatrix}(M_{an})\end{aligned} \tag{6.1/4}$$

Bei der Darstellung in Regelungsnormalform wird für dieses Beispiel in den singulären Stellungen ($U_1' = 0$), wo die (2x1)-Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ an der zweiten Stelle eine Null hat, direkt offensichtlich, dass das Antriebsmoment nicht unmittelbar auf die höchste Ableitung des zweiten Freiheitsgrads wirken kann. Das Bewegungssystem mit weniger Aktuatoren als Freiheitsgraden besitzt aber auch in den nicht singulären Stellungen ein autonomes Teilsystem mit einer internen Dynamik, die nicht direkt von den Stellgliedern beeinflusst werden kann. Um diesen Sachverhalt deutlicher zu machen, wird derjenige Differentialgleichungsteil, der die interne Dynamik beschreibt, bei der Überführung der Systemgleichungen in die Byrnes-Isidori-Normalform [Isidori 1989] getrennt dargestellt von demjenigen Differentialgleichungsteil, der das dynamische Verhalten Ein-/Ausgangsverhalten beschreibt. Die Byrnes-Isidori-Normalform wird zunächst für ein System mit einem Freiheitsgrad w_1, der zugleich der Systemausgang $y = w_1$ ist, erläutert. Hier wird die Ein-/Ausgangsdynamik durch eine Differentialgleichung für die höchste Ableitung des Ausgangs $y^{(r)} = w_1^{(r)}$, die explizit vom Eingang **u** abhängt, beschrieben. Dabei ist r der relative Grad des Ausgangs y und die Ein-/Ausgangsdynamik kann in einer der Regelungsnormalform (6.1/1) ähnlichen Form angegeben werden, [Allgöwer und Gilles 1995]

$$\begin{aligned}y &= w_1\\ \dot{w}_1 &= w_2\\ &\vdots\\ \dot{w}_r &= a(\mathbf{w}) + b(\mathbf{w})u\end{aligned} \tag{6.1/5}$$

Darin sind der Ausgang und all seine Ableitungen, also auch die Ableitungen $y^{(r+1)}$ und die höheren Ableitungen, in dem Zustandsvektor **w** zusammengefasst. Die interne Dynamik wird durch ergänzende Differentialgleichungen für die höheren Ableitungen $y^{(r+1)}$ und höher beschrieben

$$\begin{aligned}\dot{w}_{r+1} &= \beta_{r+1}(\mathbf{w})\\ &\vdots\\ \dot{w}_n &= \beta_n(\mathbf{w})\end{aligned} \tag{6.1/6}$$

Die Nichtlinearität in der Ein-/Ausgangsdynamik (6.1/5) kann mit dem Rückführungsgesetz

$$u = \frac{v - a(\mathbf{w})}{b(\mathbf{w})} \tag{6.1/7}$$

analog zu dem zuvor beschriebenen Vorgehen bei der exakten Zustandslinearisierung linearisiert werden. Daher wird die Transformation auf die Byrnes-Isidori-Normalform auch als Ein-/Ausgangslinearisierung bezeichnet. Im Gegensatz zur Brunovsky-Form kann hier also nur ein Teil der Zustandsgrößen linearisiert werden. Damit lässt sich für das nichtlineare System eine lineare Ausgangsrückführung (s. Abschn. 6.2.2) bestimmen.

Bei Mehrgrößensystemen muss mit allen Freiheitsgraden entsprechend verfahren werden. Im Allgemeinen kann es sehr aufwändig sein, ein nichtlineares Mehrgrößensystem in die Byrnes-Isidori-Normalform zu überführen. Bei den Differentialgleichungen der Bewegungssysteme ist die Überführung in die Byrnes-Isidori-Normalform jedoch zumeist relativ einfach. Dazu wird der Zustandsvektor $\mathbf{w}$ in Gl. (6.1/1) in vier Teilvektoren, nämlich die Zustände des Ausgangs $(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}})$ und die Zustände des autonomen Teilsystems $(\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}})$, aufgeteilt

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \\ \hline \mathbf{w}_3 \\ \mathbf{w}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \hline \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} \tag{6.1/8}$$

Die Zustandsgleichung (4.2/5) bzw. (6.1/1) kann durch einfaches Umsortieren der Freiheitsgrade wie folgt umgeschrieben werden

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \dot{\mathbf{z}} \\ \hline \ddot{\mathbf{y}} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}\dot{\mathbf{y}} \\ \mathbf{E}\dot{\mathbf{z}} \\ \hline \mathbf{n}_1(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t}) \\ \mathbf{n}_2(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \hline \widetilde{\mathbf{B}}_1(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t}) \\ \widetilde{\mathbf{B}}_2(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t}) \end{pmatrix} \mathbf{u} \tag{6.1/9}$$

Der Ausgang $\mathbf{y}$ muss so gewählt werden, dass seine Dimension mit der Dimension des Eingangs $\mathbf{u}$ übereinstimmt und dass die Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ für alle Getriebestellungen regulär ist. Falls bestimmte Zustandsgrößen als Ausgang $\mathbf{y}$ gewünscht sind, kann durch eine entsprechende Platzierung der Aktuatoren während der Planung der Topologie des Gesamtsystems (s. Abschnitt 7.2) erreicht werden, dass die Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ regulär ist. Die dritte Zeile der Gl. (6.1/9) enthält die Blockmatrizen der Ein-/Ausgangsdynamik

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{n}_1(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t}) + \widetilde{\mathbf{B}}_1(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})\mathbf{u}\,, \tag{6.1/10}$$

die invertierbar ist, falls $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ invertierbar ist:

$$\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{B}}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})^{-1}\left(\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{n}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})\right) \tag{6.1/11}$$

Die interne Dynamik wird durch eine Gleichung der Form

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}\dot{\mathbf{z}} \\ \mathbf{n}_2(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t}) + \widetilde{\mathbf{B}}_2(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})\widetilde{\mathbf{B}}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})^{-1}\left(\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{n}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})\right) \end{pmatrix} \tag{6.1/12}$$

beschrieben. Die letzten beiden Gleichungen bilden den Ausgangspunkt für die inversionsbasierte Trajektorienplanung (Abschnitt 7.1), bei der sowohl die Trajektorien des Ausgangs **y** als auch der internen Dynamik geplant werden. Diese Trajektorien können jedoch nicht mehr unabhängig voneinander geplant werden. In [Doulgeri und Golfakis 2006] wird die Ein-/Ausgangslinearisierung für die Regelung zweier redundanter Bewegungssysteme mit serieller Struktur, die ein elastisches Objekt bewegen, angewendet. Dabei müssen jedoch singuläre Stellungen der Bewegungssysteme vermieden werden, da für die Ein-/Ausgangslinearisierung eine reguläre Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ vorausgesetzt wird.

Für den Entwurf der Vorsteuerung (Abschnitt 7.1) ist die differentielle Flachheit des Systems eine wichtige Eigenschaft, da keine Integration von Trajektorienverläufen, die mit Modellgleichungen berechnet wurden, vorgenommen werden muss. Die Integration ist häufig problematisch, da Modellierungsfehler ebenfalls integriert werden und zu unbrauchbaren Trajektorien führen. Die Eigenschaft der differentiellen Flachheit und ein methodisches Vorgehen zum Vorsteuerungsentwurf wird unter anderem in [Fliess u. a. 1995] und [Rothfusss u. a. 1997] erläutert. Flache Systeme lassen sich (lokal) über einen flachen Ausgang $\overline{\mathbf{y}} = \mathrm{f}(\mathbf{w})$ in den Zuständen $\mathbf{w} = \boldsymbol{\phi}^{-1}(\overline{\mathbf{y}}, \dot{\overline{\mathbf{y}}}, ..., \overline{\mathbf{y}}^{(n-1)})$ und in den Eingangsgrößen $\mathbf{u} = \boldsymbol{\chi}(\overline{\mathbf{y}}, \dot{\overline{\mathbf{y}}}, ..., \overline{\mathbf{y}}^{(n-1)})$ parametrieren. Das Finden geeigneter Parametrierungen $\boldsymbol{\phi}$ und $\boldsymbol{\chi}$ ist im Allgemeinen schwierig, gestaltet sich bei vielen mechanischen Systemen mit einer nichtlinearen Bewegungsgleichung in der Form (3.2/11) und einer invertierbaren Eingangsmatrix $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathrm{t})$ relativ einfach. Zumeist kann der Zustand $\mathbf{w} = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^{\mathrm{T}}$ zugleich als flacher Ausgang $\overline{\mathbf{y}} = \mathbf{E}\mathbf{w} \Leftrightarrow \mathbf{w} = \mathbf{E}\overline{\mathbf{y}}$ verwendet werden und die Bestimmung einer geeigneten Parametrierungen $\boldsymbol{\chi}$ für den Eingang **u** ist gleichbedeutend mit der Lösung der zweiten Wittenbauerschen Grundaufgabe (Abschnitt 3.2), also der Bestimmung der notwendigen Antriebsgrößen **u** für eine gewünschte Bewegung $\overline{\mathbf{y}}(\mathrm{t})$. Die Parametrierung des Eingangs $\mathbf{u} = \boldsymbol{\chi}(\overline{\mathbf{y}}, \dot{\overline{\mathbf{y}}}, ..., \overline{\mathbf{y}}^{(n-1)})$ ergibt sich unmittelbar aus der nichtlinearen Bewegungsgleichung (3.2/11).

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{M}(\mathbf{q}, \mathrm{t})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathrm{t}) \qquad (6.1/13)$$

Entspricht der flache Ausgang $\overline{\mathbf{y}}$ der Regelgröße **y**, so ist ein Vorsteuerungsentwurf leicht möglich, [Hagemeyer und Zeitz 2004]. Die Trajektorien der Vorsteuerungsgrößen können einfach mit Gl. (6.1/13) aus der gewünschten Ausgangstrajektorie $\mathbf{y} = (\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^{\mathrm{T}}$ berechnet werden. Das Vorgehen erfordert die Planung geeigneter stetig differenzierbarer Trajektorien für den flachen Ausgang und wird in Abschnitt 7.1.2 näher erläutert. Zu beachten ist, dass eine endliche Anzahl von Zeitableitungen des Ausgangs vorgegeben werden muss. Anzumerken ist noch, dass flache Systeme sich wegen der invertierbaren Eingangsmatrix auch immer in die Brunovsky-Form überführen lassen. Im Vergleich zum Rückführungsgesetz (6.1/2), wo der nichtlineare Anteil der Systemdynamik für die Ist-Zustände kompensiert wird, kompensiert eine flachheitsbasierte Vorsteuerung nach Gl. (6.1/13) nur den nichtlinearen Anteil der Systemdynamik für die geplante Trajektorie, also für die Sollbewegung. In vielen Anwendungsfällen ist dies eine ausreichende Linearisierung des Systemverhaltens, so dass die flachheitsbasierte Vorsteuerung **u** in Kombination mit einer linearen Zustandsregelung sehr gute Ergebnisse liefert kann.

Die zuvor beschriebenen Normalformen und die flachheitsbasierte Vorsteuerung werden angewendet, um ein nichtlineares Systemverhalten zu linearisieren und anschließend Maßnahmen zur Schwingungsminderung für ein lineares System zu entwerfen. Auf die Normalformen muss also nur zurückgegriffen werden, wenn das System nicht von vornherein bezüglich einer geeigneten Trajektorie linearisiert werden kann (s. Abschnitt 4.2). Bei linearisierbaren Systemen kann das sich ergebende lineare zeitvariante Modell zum Entwurf einer zeitvarianten Zustandsregelung genutzt werden, [Freund 1971]. Damit steht das breite Feld der linearen Zustandsregelung zur Verfügung.

Die Normalformen sind Ausgangspunkt für später noch zu behandelnde Methoden zur aktiven Schwingungsminderung. Je nach Methode werden unterschiedliche Anforderungen an die Eingangsmatrizen $\mathbf{B}$, $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ und $\widetilde{\mathbf{B}}$ gestellt. Daraus resultieren Anforderungen für den Entwurf der Topologie des Gesamtsystems, wo die Anzahl und die Anordnung der Stellglieder geplant wird (s. Abschnitt 7.2). Die Möglichkeit zur Transformation auf einzelne Normalformen ist also eine strukturelle Eigenschaft der spezifischen Bewegungssysteme. Sie hängt von topologischen Gegebenheiten ab. Für eine Transformation in die Brunovsky-Form Gl. (6.1/3) muss die Anzahl der Stellglieder der Anzahl der Freiheitsgrade entsprechen, so dass die Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ eine quadratische Matrix ist. Bei dem Beispielgetriebe aus Bild 3.5/2 wäre eine exakte Zustandslinearisierung nur mit zwei Aktuatoren möglich, z. B. $\mathbf{u} = (M_{an}, M_{B0})^T$.

Ergänzend zu den topologischen Gegebenheiten muss aber auch die Abhängigkeit von Parameterwerten beachtet werden. Für gewisse Parameterwerte können singuläre Stellungen auftreten, in denen der Eingang $\mathbf{u}$ nicht unmittelbar auf die Ableitung $\dot{\mathbf{y}}$ des Systemausgangs wirken kann. Die Parameterabhängigkeit und die Bedeutung der singulären Stellungen bei der Transformation auf die Normalformen werden anhand dreier Beispiele beleuchtet.

Als erstes Beispiel wird der Kurbelgetriebeprüfstand mit zwei Aktuatoren $\mathbf{u} = (M_{an}, M_{B0})^T$ betrachtet. Es ist zu überprüfen, ob die Invertierbarkeit der (2x2)-Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}$ gegeben ist, damit das Rückführungsgesetz (6.1/2) für die exakte Zustandslinearisierung realisiert werden. Aus der Formulierung der Bewegungsgleichung mit Absolutwinkeln (4.2/4) kann entnommen werden, dass die Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}} = \mathbf{M}^{-1}\overline{\mathbf{B}}$ für dieses spezielle Beispiel identisch mit der inversen der Massenmatrix $\mathbf{M}$ ist.

$$\widetilde{\mathbf{B}} = \frac{1}{J_{45}\left(J_{12} + (J_3 + 4J_5)U_1'^2 + J_6 U_2'^2\right) - 4J_5^2 U_1'^2} \begin{pmatrix} J_{45} & 2J_5 U_1' \\ 2J_5 U_1' & J_{12} + (J_3 + 4J_5)U_1'^2 + J_6 U_2'^2 \end{pmatrix} \tag{6.1/14}$$

Bei diesem Beispiel treten mit den gegebenen Parameterwerten keine singulären Stellungen auf.

Bei dem zweiten Beispiel wird nur der Hauptmotor als Stellglied verwendet, $\mathbf{u} = (M_{an})$. Hier liegt ein System vor, bei dem eine interne Dynamik besteht. Wird die prozessrelevante Bewegung $\mathbf{y} = (\gamma_4, \dot{\gamma}_4)$ bzw. $\mathbf{y} = (\psi, \dot{\psi})$ als Ausgang gewählt, so sind die Zustandsgrößen der internen Dynamik gegeben durch $\mathbf{z} = (\gamma_2, \dot{\gamma}_2)$. Und die Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, t)$ weist bei der Transformation

in die Byrnes-Isidori-Normalform für $U_1'(\gamma_{20}) = 0$ eine singuläre Stellung auf, wie im Zusammenhang mit Gl. (6.1/4) bereits erläutert wurde. Für einen Ausgang $\mathbf{y} = (\gamma_2, \dot{\gamma}_2)$ würde eine solche singuläre Stellung nicht existieren. Allerdings ist γ_2 der Antriebswinkel des Getriebes und nicht die prozessrelevante Abtriebsbewegung, so dass die Wahl dieses Ausgangs weniger sinnvoll ist. Die Existenz von singulären Stellungen hängt also allgemein auch von der Wahl des zu regelnden Ausgangs **y** ab.

Das dritte Beispiel, bei dem eine singuläre Stellung nur für bestimmte kinematische Abmessungen auftritt, ist eine konstruktiv modifizierte Form des Kurbelgetriebeprüfstands aus [Allmendinger 2007]. Dort ist eine Kopfmasse an einer Blattfeder auf der Koppel montiert. Die Blattfeder befindet sich bei der Darstellung in **Bild 6.1/2** in der Ruhelage, so dass die Kopfmasse deckungsgleich mit dem Koppelpunkt K eines Starrkörpermechanismus mit identischen kinematischen Abmessungen ist. Die Koppelkurve des Punktes K des Starrkörpermechanismus dient als Referenzkurve. Die Kopfmasse vollführt eine Schwingbewegung s(t), die in guter Näherung parallel zur Verbindungsgerade durch die beiden Gelenk A und B erfolgt. Die Trajektorie der Kopfmasse weicht von der Koppelkurve des Punktes K des kinematisch äquivalenten Starrkörpermechanismus ab, wie in Bild 6.1/2 dargestellt ist.

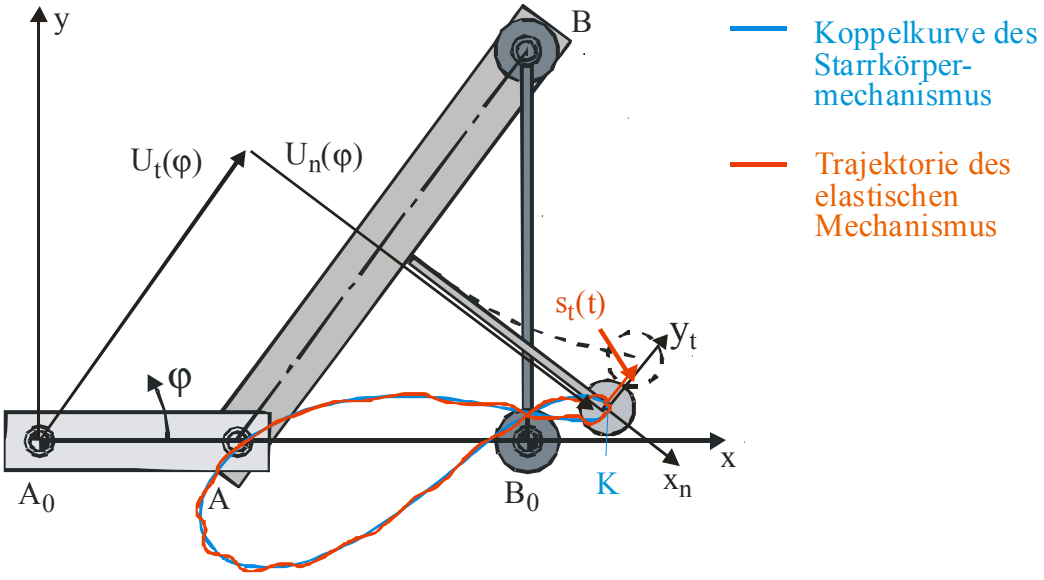


Bild 6.1/2: Kurbelgetriebe mit elastischem Ausleger und Kopfmasse

Der Vektor ($U_n(\varphi)$, $U_t(\varphi)$) vom Inertialsystem zum Koppelpunkt K des Starrkörpermechanismus ist eine Beschreibung der Lage des Koppelpunkts K in einem körperfesten (x_n, y_t)-Koordinatensystem, das seinen Ursprung im Punkt K hat und dessen Achsen normal (x_n) und parallel (y_t) zur Verbindungsgerade durch die Gelenke A und B ausgerichtet sind. Die Bewegungskomponente des Koppelpunkts $U_t(\varphi)$ in Tangentialrichtung ist eine geeignete kinematische Übertragungsfunktion, um singuläre Stellungen zu identifizieren. Denn sie beschreibt die vom Antriebswinkel abhängige Bewegung des Fußpunktes der Blattfeder in Richtung der Abweichungsbewegung s(t) der Kopfmasse. Die Nullstellen der Übertragungsfunktion erster Ordnung $U_t'(\varphi)$ entschei-

den über die Invertierbarkeit der Eingangsmatrix $\tilde{\mathbf{B}}_1(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, t)$ für dieses System, bei dem $\mathbf{u} = (M_{an})$ als Eingang und $\mathbf{y} = (s)$ als Ausgang verwendet wird. Nur wenn die Eingangsmatrix invertierbar ist kann der Antrieb $\mathbf{u} = (M_{an})$ auf den Ausgang $\mathbf{y} = (s)$ wirken. Ein Nulldurchgang der Funktion $U_t'(\varphi)$ ist gleichbedeutend damit, dass die Bewegungsrichtung des Koppelpunktes K während dieses Nulldurchgangs rein normal zur Koppel, also in Richtung von x_n, ausgerichtet ist. Dies sind diejenigen Stellungen, in denen der Momentanpol der Koppel auf der y_t-Achse liegt. Ob eine solche Lage des Momentanpols existiert hängt von den gewählten kinematischen Abmessungen des Getriebes ab.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass Abweichungen von den Trajektorien von Starrkörpermechanismen typische Systemausgänge von Bewegungssystemen sind und dass singuläre Stellungen für diese Systeme häufig anhand geeigneter kinematischer Übertragungsfunktionen, die die Trajektorie des Starrkörpermechanismus beschreiben, identifiziert werden können. Die singulären Stellungen fallen bei konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit häufig mit den Nullstellen der kinematischen Übertragungsfunktionen erster Ordnung zusammen. Singuläre Stellungen können dadurch vermieden werden, dass die Stellglieder möglichst direkt auf die Abtriebsglieder wirken. Je mehr kinematische Maschen an der Übertragung der Antriebsgrößen auf den Abtrieb beteiligt sind, umso mehr singuläre Stellungen können vorliegen. Dies muss bei der kinematischen Struktursynthese (Abschnitt 3.3) bzw. bei der Platzierung der Aktuatoren während der Planung der Topologie des Gesamtsystems (Abschnitt 7.2) berücksichtigt werden.

6.2 Maßnahmen zur aktiven und semiaktiven Schwingungsminderung

Verfahren zur aktiven und semiaktiven Schwingungsminderung sind durch geregelte Aktuatoren gekennzeichnet. Sie unterscheiden sich zwar in der Art der Aktuatoren, aber die grundlegenden Prozessbausteine zur Auslegung einzelner Komponenten des mechatronischen Systems aus Bild 6/1 sind identisch. Der Begriff der „semiaktiven Schwingungsminderung“ bezieht sich auf Systeme mit einer Klasse von Aktuatoren, die nur Energie aus dem System abführen, nicht aber Energie in das System einbringen können. Die Aktuatoren wurden im Abschnitt 5.4 bereits behandelt. Die Umsetzung der Maßnahmen zur (semi-)aktiven Schwingungsminderung umfasst zum einen den Entwurf der Regelungsstruktur (Abschnitt 6.2.2) und zum anderen die Bestimmung der Reglerparameter mittels eines Reglerentwurfverfahrens (Abschnitt 6.2.3). Durch den Entwurf des Regelungssystems kann die Dynamik des Gesamtsystems in starkem Maße gestaltet werden. Außerdem sind die Gestaltungsmethoden aus der Regelungstechnik auch auf andere Bereiche wie die Bauteildimensionierung übertragbar. Dort können die gleichen Berechnungstechniken und -werkzeuge verwendet werden, um die Systemparameter des mechanischen Systemteils zu bestimmen und so die gewünschten dynamischen Eigenschaften zu erhalten.

6.2.1 Prozessbaustein Auslegung einer Störgrößenaufschaltung bzw. Vorsteuerung

Eine Besonderheit der linearisierten Bewegungs- bzw. Zustandsgleichungen ist, dass a priori bekannte Störgrößen existieren, die als Eingangsgröße für eine Störgrößenkompensation genutzt werden können. Die linearisierten Systemgleichungen (4.2/12) bzw. (4.2/14) zeigen im Erregervektor Störgrößenanteile $\mathbf{h}_S(t)$ bzw. $\mathbf{b}_S(t)$, deren Existenz auf eine Linearisierungstrajektorie, die nicht der statischen Gleichgewichtslage entspricht, zurückzuführen ist. Die konstanten oder zeitlich veränderlichen Störgrößen, die im Folgenden immer mit **z** bezeichnet werden, können bei einigen Regelungsstrukturen zu bleibenden Reglerdifferenzen führen. Durch eine ergänzende Störgrößenaufschaltung $\mathbf{u}_Z$ in **Bild 6.2/1** kann dies vermieden werden, [Föllinger 1994].

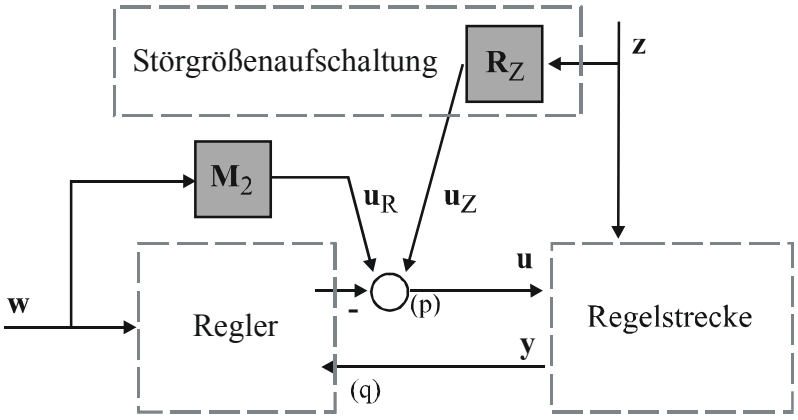


Bild 6.2/1: Ausgangs- bzw. Zustandsregelung mit Störgrößenaufschaltung

Die Notation der Zustandsgleichung (4.2/14) wird für die weiteren Betrachtungen an die in der Regelungstechnik übliche Notation angepasst, indem der Zustandsvektor mit **x** statt mit **w** und der Störgrößenverlauf $\mathbf{b}_S$ mit **z** bezeichnet wird. Der Vollständigkeit halber sei noch angemerkt, dass in Bild 6.2/1 mit **w** die Führungsgröße bezeichnet wird. Die Zustandsgleichung (4.2/14) der Strecke lautet in der neuen Notation mit einem Steuervektor **u**, der in die zwei Anteile der Regelung $\mathbf{u}_R$ und der Störgrößenkompensation $\mathbf{u}_Z$ aufgeteilt wird,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_R + \mathbf{B}\mathbf{u}_Z + \mathbf{z}\,. \qquad (6.2/1)$$

Die Wahl der Linearisierungstrajektorie unterliegt einer gewissen Beliebigkeit. Würde die statische Gleichgewichtslage als Linearisierungstrajektorie gewählt, so wäre der Störgrößenvektor $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ und die Störgrößenkompensation wäre überflüssig. Allerdings entspricht die statische Gleichgewichtslage im Allgemeinen nicht der gewünschten Bewegung, so dass ein von Null abweichender Führungsgrößenverlauf **w** dann ein Vorfilter $\mathbf{M}_2$ erfordert, das ähnliches bewirkt wie die Störgrößenkompensation. Die Bedeutung und die Auslegung eines Vorfilters $\mathbf{M}_2$ wird im nachfolgenden Abschnitt 6.2.2 erläutert.

Der Erregervektor des Beispielsystems enthält zwei Anteile von Störgrößen: Äußere Lasten in Form der Momente M_{B0} und M_B und kinetostatische Belastungen (vgl. Gl. (4.2/9) und (4.2/11)). Die kinetostatischen Belastungen sind diejenigen Belastungen, die auftreten, wenn das Getriebe sich

entlang der Linearisierungstrajektorie bewegt. Sie sind reine Zeitfunktionen. Die Kompensation dieses kinetostatischen Belastungsanteils kann auch als Vorsteuerung für den Starrkörpersystemteil angesehen werden. Wie die Aufschaltung zur Kompensation der kinetostatischen Lasten bezeichnet wird, ist letztlich unerheblich. Sie findet in Kombination mit einem linearen Regler vielfach Anwendung. Die Autoren von [Goldenberg und Rakhsha 1985] und [Shchuka und Goldenberg 1989] behandeln einen flexiblen Roboterarm. Es wird eine Störgrößenkompensation bzw. Vorsteuerung auf Basis der Starrkörperbewegung und der damit verbundenen kinetostatischen Belastungen entworfen und durch einen PD-Regler zur Restfehlerbehandlung ergänzt. Auch in [Zimmermann 1990] wird für ein SCARA-Handhabungsgerät eine Vorsteuerung bzw. Störgrößenkompensation mit Hilfe des inversen Starrkörpersystemmodells entwickelt. Die Lageregelung wird in Form einer Kaskadenstruktur aus mehreren linearen Reglern realisiert.

Wenn die Anzahl der Regelgrößen q gleich der Anzahl der Stellgrößen p ist, also $\mathbf{B}$ quadratisch ist und außerdem Höchstrang hat, ist eine vollständige Störgrößenkompensation mit

$$\mathbf{u}_Z = -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{z} \tag{6.2/2}$$

möglich. Ein einfaches Beispiel für ein Eingrößensystem, dass diese Anforderung erfüllt, wurde in Abschnitt 5.4 gezeigt. Für dieses Beispiel wird durch die Störgrößenkompensation der quasistatische Anteil der Abweichung, der auf die kinetostatischen Lasten zurückzuführen ist, verringert, siehe Bild 5.4/2.

Ist q > p, so existieren mehrere Lösungen, die $\mathbf{B}\,\mathbf{u}_z + \mathbf{z} = \mathbf{0}$ realisieren. Ist hingegen q < p kann mit Hilfe der Moore-Penrose-Pseudoinversen $(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T$ eine Störgrößenkompensation

$$\mathbf{u}_Z = -(\mathbf{B}^T\mathbf{B})^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{z}, \tag{6.2/3}$$

die das Quadrat des Betrages der verbleibenden Gesamtstörung $\left|\mathbf{B}\mathbf{u}_z + \mathbf{z}\right|^2$ minimiert, realisiert werden, [Föllinger 1994], [Ulbrich und Stein 2002]. Angewendet auf das Beispiel des Kurbelgetriebes mit zwei Freiheitsgraden, bei dem nur der Hauptantrieb $\mathbf{u} = (M_{an})$ als Stellelement verwendet wird, folgt für die Systembeschreibung mit γ_4 als Relativwinkel aus Gl. (4.2/15) bzw. (6.1/4)

$$\mathbf{B} = \frac{1}{J_{45}\,(J_{12} + J_{345}U_{10}'^2 + J_6U_{20}'^2) - (J_{4-5}U_{10}')^2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{45} \\ -J_{4-5}U_{10}' \end{pmatrix} = \frac{1}{\det(\mathbf{M})}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{45} \\ -J_{4-5}U_{10}' \end{pmatrix} \tag{6.2/4}$$

$$\mathbf{u}_Z = -\frac{J_{45}\,(J_{12} + J_{345}U_{10}'^2 + J_6U_{20}'^2) - (J_{4-5}U_{10}')^2}{J_{45}^{\,2} + (J_{4-5}U_{10}')^2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & J_{45} & -J_{4-5}U_{10}' \end{pmatrix}\mathbf{z} \tag{6.2/5}$$

Der Nenner in Gl. (6.2/5) weist keine Polstellen auf, so dass diese Störgrößenkompensation realisierbar ist.

Der zuvor beschriebene Ansatz minimiert den Betrag der Gesamtstörung. Gehört aber nur ein Teil $\mathbf{x}_1$ der Zustandsgrößen $\mathbf{x}$ zum Ausgang $\mathbf{y}$, so ist es sinnvoller nur die Störung, die auf diese Zustandsgrößen wirkt, zu minimieren. Dazu werden die Zustandgrößen in der Zustandsgleichung (6.2/1) so umsortiert, dass die Freiheitsgrade mit ($\mathbf{x}_1$) und ohne ($\mathbf{x}_2$) Störgrößenkompensation zusammengefasst sind.

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \\ \ddot{\mathbf{x}}_1 \\ \ddot{\mathbf{x}}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^* \mathbf{x} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{u}_R + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{u}_Z + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{pmatrix} \tag{6.2/6}$$

Analog zu Gl. (6.2/2) wird durch $\mathbf{u}_Z = -\mathbf{B}_1^{-1}\mathbf{z}_1$ die unmittelbare Störung für die ausgewählten Freiheitsgrade $\mathbf{x}_1$ eliminiert. Dabei muss die Anzahl der Stellglieder der Anzahl der Zustandsgrößen in $\mathbf{x}_1$ entsprechen, damit $\mathbf{B}_1$ quadratisch ist. Bei dem einfachen Beispiel in Gl. (6.2/4) ist zu erkennen, dass die Inverse von $\mathbf{B}_1$ wiederum nur existiert, falls die Kompensation für den ersten Freiheitsgrad vorgenommen wird, so dass gilt $\mathbf{B}_1 = \det(\mathbf{M})^{-1}$ (J_{45}). Im Gegensatz dazu liegen bei dem zweiten Freiheitsgrad in den Todlagen wieder Polstellen vor, da gilt

$$\mathbf{B}_1 = \det(\mathbf{M})^{-1}\,(-J_{4\text{-}5}\,U'_{10}). \tag{6.2/7}$$

Eine nähere Betrachtung des Ansatzes $\mathbf{u}_Z = -\mathbf{B}_1^{-1}\mathbf{z}_1$ zeigt, dass dadurch nur die unmittelbare Störung auf $\mathbf{x}_1$ beseitigt wurde, aber über die Kopplungsterme in der Systemmatrix $\mathbf{A}^*$ die bleibende Störung $\mathbf{z}_2$ für die restlichen Freiheitsgrade $\mathbf{x}_2$ dennoch zu einer quasistatischen Abweichung $\mathbf{x}_{1\infty}$ und gegebenenfalls zu überlagerten vibrodynamischen Anteilen führt. Die quasistatische Abweichung berechnet sich gemäß Gl. (4.2/16) zu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_{1,\infty} \\ \mathbf{x}_{2,\infty} \end{pmatrix} = \mathbf{Q}(t)^{-1}(\mathbf{h}_S(t) + \underline{\mathbf{B}}(t)\mathbf{u}_z)\,. \tag{6.2/8}$$

Wird $\mathbf{x}_{1\infty}$ für die relevanten Freiheitsgrade in $\mathbf{x}_1$ zu Null gesetzt, so folgt aus dem oberen Teil der Gl. (6.2/8) eine Berechnungsvorschrift für $\mathbf{u}_z$, die die quasistatische Abweichung aufgrund der Störgrößen kompensiert. Bei dem Beispielsystem wird die statische Abweichung $\mathbf{x}_{1\infty} = (\gamma_{4,\infty})$ für den relevanten zweiten Freiheitsgrad in der Systembeschreibung mit γ_4 als Absolutwinkel Gl. (4.2/11) zu Null gesetzt.

$$\begin{pmatrix} \gamma_{2,\infty} \\ \gamma_{4,\infty} \end{pmatrix} = \mathbf{Q}(t)^{-1}(\mathbf{h}_S(t) + \underline{\mathbf{B}}(t)\mathbf{u}_z) \tag{6.2/9}$$

mit $\underline{\mathbf{B}} = (1, 0)^T$ kann $\mathbf{u}_z = (M_{an})$ aus der Forderung $\gamma_{4,\infty} = 0$ mit den Abkürzungen aus Gl. (4.2/11) wie folgt bestimmt werden.

$$\gamma_{4,\infty} = \frac{1}{\det(\mathbf{Q})}\left(-Q_{21}h_{S,1} + Q_{11}h_{S,2}\right) + \frac{1}{\det(\mathbf{Q})}\left(-Q_{21}M_{an,Stör}\right) \tag{6.2/10}$$

$$\gamma_{4,\infty} \overset{!}{=} 0$$
$$\Rightarrow M_{an,Stör} = \frac{-Q_{21}h_{S,1} + Q_{11}h_{S,2}}{Q_{21}} = -h_{S,1} + \frac{Q_{11}}{Q_{21}}h_{S,2} \qquad (6.2/11)$$

Darin sind Q_{11} und Q_{21} die beiden Elemente aus der ersten Spalte der Matrix **Q** in Gl. (4.2/11). Die Nullstellen des Nenners

$$Q_{21} = -2J_5(\ddot{\gamma}_{20}U''_{10} + U'''_{10}\dot{\gamma}^2_{20}) - k_2\dot{\gamma}_{20}U''_{10} - U'_{10}c_2 \qquad (6.2/12)$$

führen zu Polstellen im berechneten Antriebsmoment $M_{an,Stör}$ für diese Art der Störgrößenaufschaltung. Der nach Gl. (6.2/11) berechnete Momentenverlauf muss im Bereich um diese Polstellen herum umgeplant werden und durch eine stetige Trajektorie (z. B. Polynom 5. Grades) durch diesen Bereich hindurch geführt werden. Die Polstellen können für eine gegebene Linearisierungstrajektorie $\gamma_{20}(t)$ mit Hilfe von Gl. (6.2/12) abhängig vom Antriebswinkel φ ermittelt werden.

Die Störgrößenkompensation mit entsprechender Umplanung des Momentenverlaufs ist als Ergänzung zu einer PI-Zustandsregelung, die im Abschnitt 6.2.2 noch näher erläutert wird, umgesetzt worden. Im **Bild 6.2/2** ist zu erkennen, dass in dem betrachteten Beispiel der Winkelfehler am Abtrieb durch die Störgrößenkompensation („PIZR + Störgr.“) keine bemerkenswerte Verbesserung der Regelgüte gegenüber dem PI-Zustandsgeregelten System ohne Störgrößenkompensation („PIZR“) auftritt. Als Referenz ist außerdem noch die Abweichung am Abtrieb für das Ausgangssystem mit Drehzahlregelung („DZR“) eingezeichnet. In anderen Anwendungsfällen, insbesondere, wenn kein Integralanteil in der Regelung vorhanden ist, kann aber durch eine Störgrößenkompensation durchaus eine Verbesserung der Regelgüte erreicht werden.

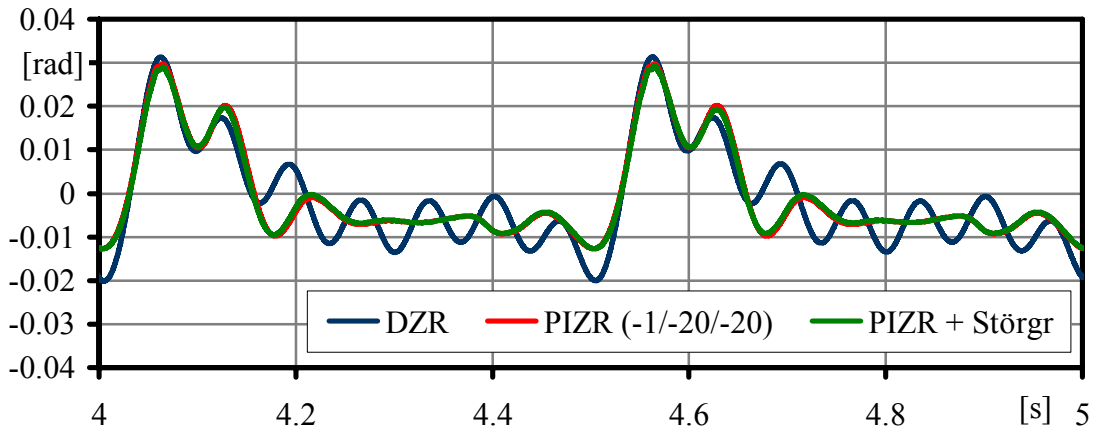


Bild 6.2/2: Stationäre Schwingungsantwort für Systeme mit und ohne Störgrößenkompensation.

Nicht alle Störgrößen lassen sich so gut vorausberechnen wie die kinetostatischen Massenkräfte. Bei dem koppelkurvengesteuerten Malteserkreuzgetriebe in **Bild 6.2/3** können durch den Eingriff

des Treiberbolzens Stoßkräfte auftreten, die deutlich größer sind als die kinetostatischen Massenkräfte, [Jandrey 2007].

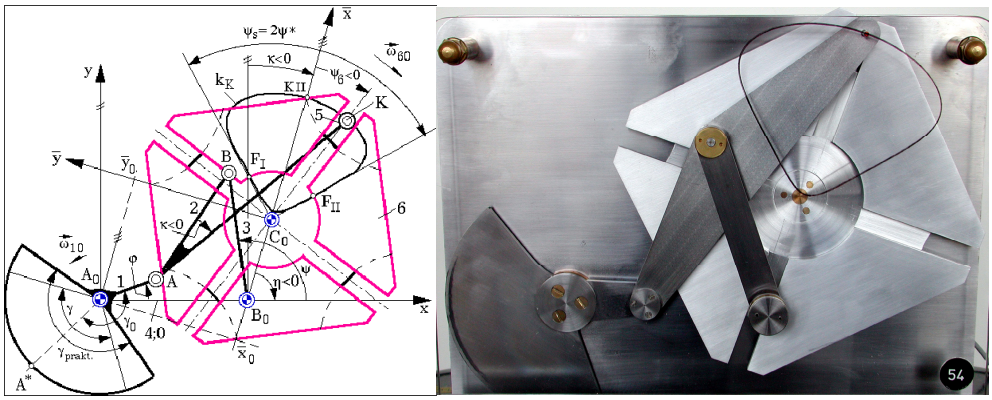


Bild 6.2/3: Koppelkurvengesteuertes Malteserkreuzgetriebe

In diesen Fällen kann eine Störgrößenaufschaltung durch einen Störgrößenbeobachter realisiert werden. Das Verfahren arbeitet mit einer Schätzung von nicht messbaren Störgrößen durch mathematische Modelle in Störgrößenbeobachtern [Wendt und Lutz 2002]. Dazu muss der zeitliche Charakter, d.h. die prinzipielle zeitliche Veränderung der Störgrößen soweit bekannt sein, dass der Störgrößenverlauf $\mathbf{z}(t)$ durch eine Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{A}_S \mathbf{x}_S \tag{6.2/13}$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}_S \mathbf{x}_S \tag{6.2/14}$$

beschrieben werden kann, [Föllinger 1994]. Außerdem wird vorausgesetzt, dass es sich bei der den Störgrößenverlauf beschreibenden Zustandgleichung (6.2/13) um eine homogene Zustandsgleichung handelt. Die Zustandsgleichung der Strecke $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{z}$ kann um die Zustandsgleichung der Störgröße erweitert werden

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C}_S \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{u} \,. \tag{6.2/15}$$

Im Grunde wird das Modell eines um den Störmechanismus erweiterten Systems erstellt. Dieses gleicht in seiner Struktur dem System in Gl. (6.2/80), für das später im Abschnitt 6.2.5 ein reduzierter Beobachter erstellt wird. Daher kann mit dem später noch beschriebenen Vorgehen zum Entwurf eines reduzierten Beobachters auch ein Beobachter für die Störgrößen entworfen werden, [Konigorski 2003c].

Für die nachfolgenden Betrachtungen zur Auslegung der Regelung $\mathbf{u}_R$ werden die letzten beiden Summanden in Gl. (6.2/1), also die Störgrößen und die entsprechenden Kompensationsterme, weggelassen. Sie können bei Bedarf jederzeit gemäß dem Superpositionsprinzip überlagert werden.

6.2.2 Prozessbaustein Auswahl geeigneter Reglerstrukturen

Bei der Festlegung der Regelungsstruktur besteht wie eingangs erläutert ein großer Gestaltungsspielraum. Er umfasst unter anderem die Festlegung der Schnittstellen zur Strecke, also zum Bewegungssystem. Dazu gehört die Auswahl der Eingangsgrößen **u** und der zugehörigen Aktuatoren, sowie der Ausgangsgrößen **y** und der zugehörigen Messglieder. Aber auch die Struktur des Reglers selbst kann auf vielfältige Weise gestaltet werden. Auf letzteres wird in diesem Abschnitt eingegangen, während die zuvor genannten strukturellen Entscheidungen im Abschnitt 7.2 im Kontext des mechatronischen Gesamtsystems behandelt werden. In der Praxis hat sich die Verwendung von Vorsteuerungen zur Linearisierung des Systemverhaltens kombiniert mit linearen Regelungen etabliert. Prinzipiell ist aber auch die Verwendung von nichtlinearen Regelungen und Sonderformen von Reglern denkbar. Darauf soll aber an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, denn bei den betrachteten Bewegungssystemen liegt mit der Systembeschreibung in Brunovsky-Form, der Byrnes-Isidori-Normalform oder als linearisierte zeitvariante Zustandsgleichung ein geeignetes Referenzmodell vor, um eine lineare Regelung für das System auszulegen. Bei Verwendung der linearisierten Zustandsgleichung ist zu beachten, dass die unkompensierten Störgrößen nicht zu groß werden. Mögliche Strukturen für lineare Zustandsregler werden weiter hinten in diesem Abschnitt beschrieben.

Zustandsregelungen arbeiten im Gegensatz zu den klassischen Methoden der Regelungstechnik nicht im Frequenz- sondern im Zeitbereich (Direkte Methode). Der Vorteil der Zustandsregelung liegt darin, dass auch nichtlineare und zeitvariante Systeme oder Systeme mit mehreren Ein- und Ausgangsgrößen gut geregelt werden können. Sie können auch dann eingesetzt werden, wenn einschleifige oder Kaskadenreglungen den hohen Anforderungen an das dynamische Verhalten nicht mehr genügen, [Wendt und Lutz 2002]. Die Vorteile kommen im Allgemeinen nur dann zum tragen, wenn genaue mathematische Modelle der Strecke (Bewegungssystem) bekannt oder durch Parameterschätzverfahren bestimmbar sind. Das Vorgehen zur Erstellung und zur Verifikation der algebraischen Systemmodelle wurde im Abschnitt 4.2 und im Kapitel 5 bereits erläutert. Durch die Anwendung geeigneter Softwarewerkzeuge können zumeist ausreichend genaue Modelle erstellt werden, so dass nur bei Anwendungen mit unbekannten Systembestandteilen, wie z. B. unbekannten Massen, die von dem Bewegungssystem transportiert werden, auf Verfahren zur Parameteridentifikation zurückgegriffen werden muss. In diesen Fällen kann beispielsweise der im vorherigen Abschnitt beschriebene Störgrößenbeobachter zur Parameteridentifikation eingesetzt werden.

Die zeitvarianten linearen Zustandsgleichungen der Bewegungssysteme beschreiben die zeitlich veränderlichen Eigenschaften des zu regelnden Systems. Daher ist es für eine gute Regelgüte wichtig, eine adaptive Regelung zu entwerfen. [Isermann 1987] teilt die Adaptionsalgorithmen zur Anpassung der Reglerparameter in zwei Gruppen ein: Adaptionsalgorithmen auf Basis eines Referenzmodells (MRAS: Model Reference Adaptive System) oder auf Basis eines Identifikationsmodells (MIAS: Model Identification Adaptive System) des Systems. Aus der Abweichung des tatsächlichen Führungsverhaltens der Strecke von dem gewünschten Führungsverhalten der Strecke

können die unbekannten Modell- und Reglerparameter für ein MIAS-Modell durch einen Adaptionsalgorithmus berechnet werden. Durch die Rückführung von inneren Signalen über den Adaptionsalgorithmus zum Regler entsteht ein geschlossener, dem eigentlichen Regler überlagerter Regelkreis. In [Hu und Vukovich 2001] wird eine solche MIAS Regelung für einen Roboter mit flexiblen Gelenken entworfen. Es handelt sich um eine Mehrschichtregelung bestehend aus einer langsamen Regelung für die Gelenkkräfte bzw. Positionen, die auch eine Vorsteuerung auf Basis des Starrkörpermodells enthält, und um eine schnelle Regelung für die Adaption der Modellparameter, die insbesondere bei der Aufnahme der Nutzlast wichtig ist. Die Realisierung eines MRAS ist weniger aufwändig. Wenn die sich verändernden Systemeigenschaften auf Basis von Messsignalen berechenbar sind und bekannt ist, wie die Regelung auf Basis der Messsignale angepasst werden muss, kann die Anpassung des Reglers ohne Rückführung von inneren Signalen des Regelkreises erfolgen, also gesteuert werden. Es handelt sich um einen gesteuert adaptiven Regler [Isermann 1987]. Vielfach verlaufen die zeitlichen Veränderungen der Systemeigenschaften langsam im Vergleich zu den Störungen, die ausgeregelt werden sollen und im Vergleich zur Dynamik der Regelung. Ist dies gegeben, so können die zeitvarianten Regelungen für jeden Zeitpunkt mit den Methoden der Reglerauslegung für zeitinvariante Regler ausgelegt werden, ohne dass das System instabil wird, [Rosenbrock 1963] und [Freund 1971]. In [Silva u. a. 2005] findet sich ein Beispiel eines gesteuert adaptiven Reglers für ein einfaches System mit zeitlich veränderlichen Elastizitäten. Der Entwurf des gesteuert adaptiven Reglers (MRAS) wird mit einem Reglerentwurf auf Basis eines MIAS-Referenzmodells, das über einen Adaptionsalgorithmus und eine Fehlermessung angepasst wird, verglichen und zeigt Vorteile beim Entwurfsaufwand. Die Realisierung eines gesteuert adaptiven Reglers für Bewegungssysteme wird in Abschnitt 6.2.3 erläutert.

Ist die Voraussetzung der langsamen Änderung nicht gegeben, so kann das zeitvariante System durch die Lyapunov-Floquet Transformation, die im Rahmen von Stabilitätsbetrachtungen im Abschnitt 6.2.4 noch näher erläutert wird, in ein zeitinvariantes System überführt werden. Für dieses können wiederum Entwurfsmethoden für zeitinvariante Regler aus Abschnitt 6.2.3 angewendet werden. Durch eine Rücktransformation erhält man die zeitlich veränderlichen Reglerparameter. In [Spiteri u. a. 1998] und [Szász und Flowers 2001] wird dieses Vorgehen genutzt, um den Adaptionsalgorithmus des Reglers zu entwerfen.

Systeme mit Strukturwechseln (Abschnitt 3.3) weisen eine plötzliche Änderung der Systemeigenschaften auf. Wie Strukturwechsel beim Reglerentwurf berücksichtigt werden können wird in dieser Arbeit nicht weiter behandelt. Es sei lediglich auf zwei Literaturstellen zum Reglerentwurf für Bewegungssystem mit Strukturwechsel hingewiesen. In der Arbeit von [Jerreling und Dankowicz 2006] wird eine übergeordnete Regelung für den transienten Übergang zwischen zwei Betriebsfrequenzen eines Braille-Hammers entworfen. Die Arbeit baut auf Vorgängerarbeiten, in denen eine Regelung zur Stabilisierung einer periodischen Bewegung mit konstanter Periodendauer über Strukturwechsel hinweg realisiert wurde, auf. Auch Gelenkspiel bedeutet einen Strukturwechsel und kann zu chaotischem Verhalten führen. In [Bowong und Kakmeni 2006] wird ein Regelungskonzept für solche Systeme unter Berücksichtigung von Messunsicherheiten vorgestellt.

Zusammenfassend kann an dieser Stelle festgehalten werden, dass für die hier betrachteten mechatronischen Bewegungssysteme ein gesteuert adaptiver, linearer Zustandsregler auf Basis eines Referenzmodells geeignet ist. Dieser wird im Folgenden erläutert. Der erste Schritt zur Reglerauslegung ist die Wahl einer geeigneten Reglerstruktur. In der Literatur finden sich unterschiedliche Strukturen für Zustandsregelungen. Die gebräuchlichsten werden in diesem Abschnitt erläutert. Sie können alle als Sonderfall der allgemeinen dynamischen Ausgangsrückführung, die in **Bild 6.2/4** dargestellt ist, betrachtet werden, [Föllinger 1994], [Konigorski 2003c]. Durch die Matrizen **C** und $\mathbf{D}_A$ werden Zustandsgrößen proportional zurückgeführt. Falls die Matrix **C** eine Einheitsmatrix ist **C** = **E**, werden alle n Zustandsgrößen zurückgeführt und es wird von einer vollständigen Zustandsrückführung oder kurz Zustandsrückführung gesprochen, [Föllinger 1994]. Wird nur ein Teil der Zustandsgrößen zurückgeführt, so wird dies als Ausgangsrückführung bezeichnet. Regelungen nach diesen beiden Prinzipen sind geeignet, um störungsbedingte Abweichungen von der Führungsgröße $\mathbf{w}(t) = \mathbf{0}$ auszuregeln.

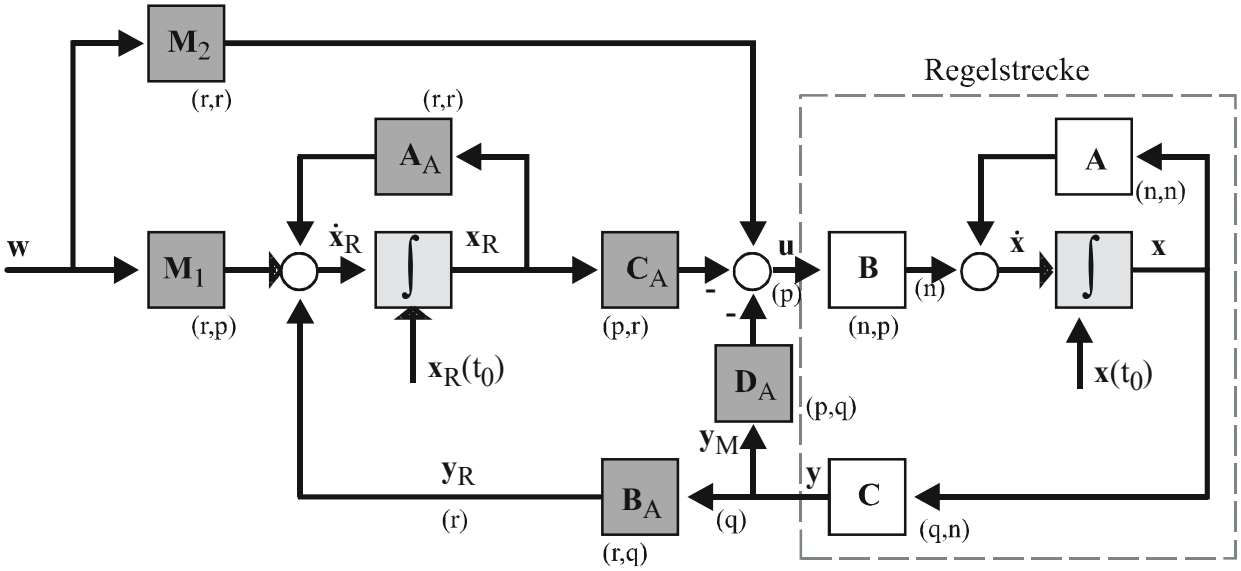


Bild 6.2/4: Allgemeine dynamische Ausgangsrückführung

Die Auslegung der Reglerparameter in $\mathbf{D}_A$ erfolgt so, dass ein gutes Störverhalten, also eine gute Dynamik beim Ausregeln von Anfangsstörungen oder impulsartigen Störungen vorliegt. Soll das System einer Führungsgröße $\mathbf{w}(t) \neq \mathbf{0}$ folgen, so kann durch eine geeignete Auslegung des Vorfilters $\mathbf{M}_2$ ein gutes Führungsverhalten sichergestellt werden. Das System kann so stationäre Endwerte ohne bleibende Regeldifferenz erreichen. Unterliegt das System nicht nur einer Anfangsstörung oder einer kurzzeitigen Störung, sondern länger andauernden oder konstanten Störgrößen, so kann dies zu einer bleibenden Regeldifferenz führen [Wendt und Lutz 2002]. Die Regeldifferenz kann durch eine Störgrößenkompensation (Abschnitt 6.2.1) oder durch Hinzunahme eines Integralanteils mittels der Matrizen $\mathbf{B}_A$ und $\mathbf{C}_A$ reduziert werden. Hierbei wird auch die Matrix $\mathbf{M}_1$ benötigt. Die Matrix $\mathbf{A}_A$ wird für die Realisierung eines Beobachters (Abschnitt 6.2.5) benötigt. Auf die tieferge-

hende Bedeutung der Matrizen wird an späterer Stelle eingegangen. Die Zustandsgleichung der Strecke, also des Bewegungssystems, rechts im Bild lautet

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{6.2/16}$$

Das gesamte System kann durch die Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\underbrace{\left(\mathbf{D}_A\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{C}_A\mathbf{x}_R\right)}_{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\mathbf{M}_2\mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{x}}_R &= \mathbf{A}_A\mathbf{x}_R + \mathbf{B}_A\underbrace{\mathbf{C}\mathbf{x}}_{\mathbf{y}} + \mathbf{M}_1\mathbf{w} \end{aligned} \tag{6.2/17 a,b}$$

beschrieben werden. Diese Matrizen können zu einer linearen Zustandsgleichung zusammengefasst werden.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_R \end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_G} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_G}\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_R \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix} -\mathbf{D}_A & -\mathbf{C}_A \\ \mathbf{B}_A & \mathbf{A}_A \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_G}\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_G}\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_R \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_G}\mathbf{w} \tag{6.2/18}$$

Darin ist $\mathbf{x}_G$ der erweiterte Zustandsvektor, $\mathbf{A}_G$ die erweiterte Systemmatrix und $\mathbf{K}_G$ die Ausgangsrückführung. Die Festlegung der Reglerstruktur ist gleichbedeutend mit der Entscheidung, welche Matrixelemente aus Gl. (6.2/18) im Einzelnen verwendet werden sollen. Unterschiedliche Reglerstrukturen besitzen eine unterschiedliche Anzahl der Stellgrößen p und der Ausgangsgrößen q. Die Anzahl der Entwurfsparameter f_A der allgemeinen Ausgangsrückführung ist die Anzahl der Elemente in den Matrizen $\mathbf{A}_R$, $\mathbf{B}_R$, $\mathbf{C}_R$ und $\mathbf{D}_R$, während die Ordnung des Gesamtsystems n + r ist. Somit folgt für die Anzahl der notwendigen Entwurfsparameter f_A bzw. der Ordnung r der Regelung [Föllinger 1994]

$$f_A = r^2 + qr + pr + pq \overset{!}{\geq} n + r \tag{6.2/19}$$

$$\Rightarrow r \overset{!}{\geq} \frac{1}{2}(p+q-1) + \sqrt{n - pq + \frac{1}{4}(p+q-1)^2} \tag{6.2/20}$$

damit ausreichend Entwurfsparameter für die Gestaltung der Dynamik aller n + r Zustandsgrößen des Systems zur Verfügung stehen. Sind die Matrizen $\mathbf{A}_R$, $\mathbf{B}_R$, $\mathbf{C}_R$ und $\mathbf{D}_R$ nicht voll besetzt, so ist dies entsprechend zu berücksichtigen. Je mehr Entwurfsparameter zur Verfügung stehen, umso mehr zusätzliche Nebenbedingungen können beim Reglerentwurf verwirklicht werden. Dabei muss allerdings auch immer der damit verbundene apparative Aufwand für die zugehörigen Stellglieder beachtet werden. Es müssen nicht alle f_A Entwurfsparameter, die bei der allgemeinen Ausgangsrückführung (Bild 6.2/4) zur Verfügung stehen, verwendet werden. Indem bestimmte Parameter zu Null gesetzt werden, kann eine spezielle Struktur der Regelung umgesetzt werden. Zwei in dieser Arbeit verwendete Strukturen, nämlich die vollständige Zustandsrückführung und die PI-Zustandsregelung, werden in diesem Abschnitt noch erläutert.

Die ausreichende Anzahl von Entwurfsparametern f_A stellt bei der Bestimmung der Reglerstruktur nur eine notwendige, aber keine ausreichende Bedingung dar. Zusätzlich muss für die untersuchte Reglerstruktur überprüft werden, ob die Stellgrößen auf alle relevanten Zustandsgrößen wirken und ob sie diese beeinflussen können. Das heißt es muß überprüft werden, ob das System steuerbar ist. Wie auf Steuerbarkeit überprüft werden kann, wird im Abschnitt 6.2.3 erläutert.

Sind die notwendigen Voraussetzungen gegeben, so können die Vorgabe des gewünschten dynamischen Verhaltens der Freiheitsgrade und die Bestimmung der entsprechenden Reglerparameter erfolgen. Das dynamische Systemverhalten, das ohne die Regelung allein durch die Systemmatrix $\mathbf{A}_G$ bestimmt würde, wird durch die Reglerparameter $\mathbf{R} = -\mathbf{K}_G\,\mathbf{C}_G$ und durch das Vorfilter $\mathbf{M}_G$ in der Zustandsgleichung des Gesamtsystems (6.2/18) gestaltet. Mögliche Zielvorgaben für das dynamische Verhalten und Entwurfsverfahren für die Reglerparameter werden im Abschnitt 6.2.3 beschrieben. Sofern von den Entwurfsverfahren, die die Stabilität des Systems garantieren, abgewichen wird, muss eine abschließende Überprüfung auf Stabilität erfolgen. Die Auslegung der allgemeinen Ausgangsrückführung Gl. (6.2/18) und natürlich auch der daraus abgeleiteten Sonderfälle erfolgt in vier Schritten nach **Tabelle 6.2/1**, deren algorithmische Umsetzung in Abschnitt 6.2.3 beschrieben wird.

	Zustands- /. Ausgangsrückführung	PI-Zustandsregelung
1. Überprüfung der Steuerbarkeit anhand der Matrizen $\mathbf{A}_G$ und $\mathbf{B}_G$	$\mathbf{A}_G = \mathbf{A}$; $\mathbf{B}_G = \mathbf{B}$	$\mathbf{A}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{PI} & \mathbf{0} \end{pmatrix}\ \mathbf{B}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$
2. Auslegung der Regelung $\mathbf{R} = -\mathbf{K}_G\,\mathbf{C}_G$	$-\mathbf{K}_G\,\mathbf{C}_G = \mathbf{D}_P\,\mathbf{C}$	$-\mathbf{K}_G\mathbf{C}_G = \left(\mathbf{D}_{PI}\mathbf{C} + \mathbf{R}_{PI}\mathbf{B}_{PI}\mathbf{C},\ \mathbf{C}_{PI}\right)$
3. Auslegung des Vorfilters $\mathbf{M}_G$	$\mathbf{M}_G = \mathbf{M}_2$	$\mathbf{M}_G = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{PI} \\ \mathbf{E} \end{pmatrix}$
4. Überprüfung auf Stabilität		

Tabelle 6.2/1: Auslegungsschritte zur Bestimmung von Reglerparametern und Berechnungsvorschriften für die benötigten Matrizen

Bei einer vollständigen Zustandsrückführung, **Bild 6.2/5** müssen alle Zustandsgrößen gemessen werden, d.h. $\mathbf{C} = \mathbf{E}$ und die Anzahl der Ausgangsgrößen gleich der Anzahl der Zunstandsgrößen ist $q = n$. Wenn nur ein Teil der n Zustandsgrößen messtechnisch zugänglich ist, besteht entweder die Möglichkeit, die unzugänglichen Größen durch einen Beobachter zu schätzen (Abschnitt 6.2.5) oder eine Ausgangsrückführung mit $\mathbf{C} \neq \mathbf{E}$ und $q < n$ zu verwenden.

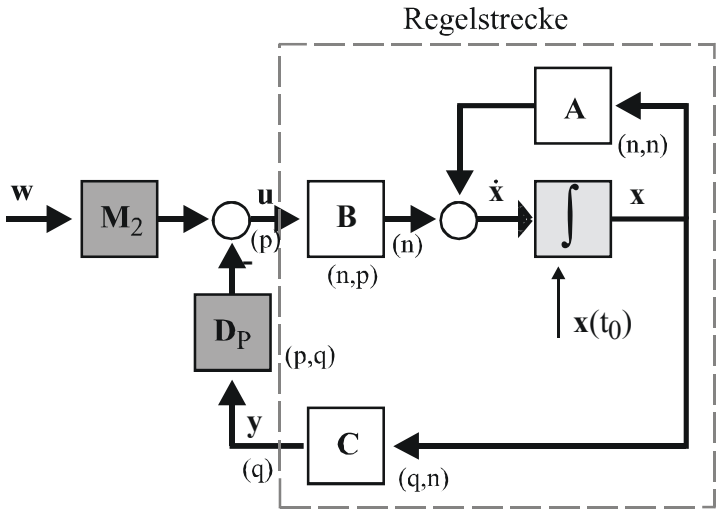


Bild 6.2/5: Vollständige Zustandsrückführung und Ausgangsrückführung

Die Zustandsgleichung der vollständigen Zustandsrückführung bzw. der Ausgangsrückführung lautet

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{D}_\mathrm{P}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{M}_2\mathbf{w} \,. \qquad (6.2/21)$$

Die Anzahl der Entwurfsparameter für die Reglerauslegung ist allein durch die Anzahl (p, q) der Einträge in der Matrix $\mathbf{D}_\mathrm{P}$ gegeben. Bei dem Kurbelgetriebeprüfstand (Bild 4.2/1) können entsprechend der vier Zustandsgrößen entweder eine vollständige Zustandsrückführung in Verbindung mit nur einem Stellglied $\mathbf{u} = (M_{An})$ oder eine Ausgangsrückführung mit nur zwei Zustandsgrößen in Verbindung mit zwei Stellgliedern verwendet werden, um der Gleichung (6.2/20) zu genügen. Ersteres bedeutet den geringeren apparativen Aufwand und wird im Abschnitt 6.2.3 umgesetzt. Das Vorgehen richtet sich nach Tabelle 6.2/1, wobei die in der zweiten Spalte angegebenen Berechnungsvorschriften für die Matrizen des Gesamtsystems gelten.

Wird für das Beispielsystem nur ein Stellglied verwendet und eine Ausgangsrückführung in Form einer PI-Drehzahlregelung entworfen (vgl. Abschnitt 5.1), so ist die Gleichung (6.2/20) nicht erfüllt. Der Gleichung (6.2/19) ist mit $p = 1$, $q = 2$, $n = 4$ und $r = 0$ zu entnehmen, dass die Anzahl der Entwurfsparameter $f_A = 2 \cdot 1 \leq 4$ kleiner als die Ordnung des Systems ist. Für diesen Fall empfiehlt [Föllinger 1994] die Auslegung einer vollständigen Zustandsrückführung und eine anschießende Approximation dieser Regelung durch die Ausgangsrückführung.

Bei der PI-Zustandsregelung in **Bild 6.2/6** findet ein Vergleich der Führungsgröße **w** und des Ausgangs $\mathbf{y}_\mathrm{R}$ statt. Der Fehler $\mathbf{x}_\mathrm{R}$ wird durch einen PI-Regler ausgeregelt, so dass nicht nur ein gutes Führungsverhalten, sondern gleichzeitig eine verschwindende Reglerdifferenz für konstante Störgrößen erreicht wird, [Föllinger 1994].

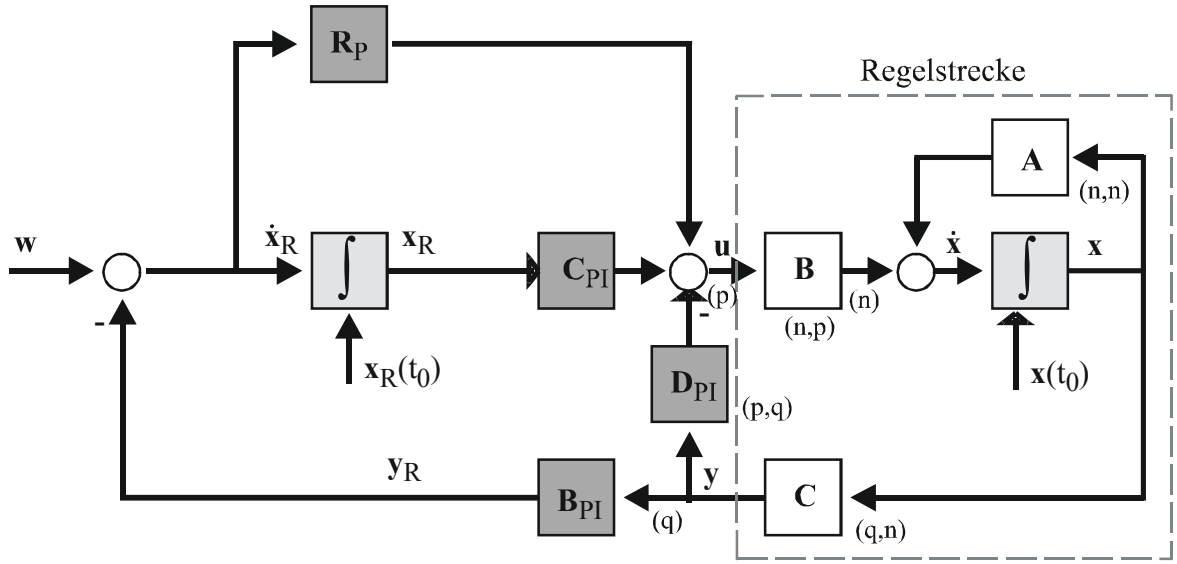


Bild 6.2/6: PI-Zustandsregelung

Anders als bei der Zustands- bzw. bei der Ausgangsrückführung in Bild 6.2/5 ist bei der PI-Zustandsregelung in Bild 6.2/6 der Zusammenhang mit der allgemeinen dynamischen Ausgangsrückführung in Bild 6.2/4 nicht direkt offensichtlich. Er zeigt sich erst durch den Vergleich der Zustandsgleichung des Systems mit PI-Zustandsregelung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(-\mathbf{D}_{PI} - \mathbf{R}_{PI}\mathbf{B}_{PI})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{C}_{PI}\mathbf{x}_R + \mathbf{B}\mathbf{R}_P\mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{x}}_R &= -\mathbf{B}_{PI}\mathbf{x} + \mathbf{w}\end{aligned} \tag{6.2/22}$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\mathbf{x}}_R\end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_G} = \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_R\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}-\mathbf{D}_{PI} - \mathbf{R}_{PI}\mathbf{B}_{PI} & \mathbf{C}_{PI}\\ -\mathbf{B}_{PI} & \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{C} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_R\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{R}_{PI}\\ \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_G}\mathbf{w} \tag{6.2/23}$$

mit der Gleichung (6.2/18). Mit den Zusammenhängen

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_A &= \mathbf{0} & \mathbf{B}_A &= -\mathbf{B}_{PI} & \mathbf{M}_1 &= \mathbf{E}\\ \mathbf{C}_A &= -\mathbf{C}_{PI} & \mathbf{D}_A &= -(\mathbf{D}_{PI} + \mathbf{R}_{PI}\mathbf{B}_{PI}) & \mathbf{M}_2 &= \mathbf{R}_{PI}\end{aligned} \tag{6.2/24}$$

kann das eine System leicht in das andere überführt werden. Die Entwurfsparameter in $\mathbf{R} = -\mathbf{K}_G\,\mathbf{C}_G$ können analog zur vollständige Zustandsrückführung mit den Entwurfsverfahren in Abschnitt 6.2.3 bestimmt werden, nachdem zuvor die Steuerbarkeit anhand der der Erweiterten Systemmatrix $\mathbf{A}_G$ und der Matrix $\mathbf{B}_G$ überprüft wurden, siehe Tabelle 6.2/1. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die Berechnung der Reglerparameter zunächst nur Bestimmungsgleichungen für die Summe der unbekannten Entwurfsparameter in der Blockmatrix $\mathbf{D}_A = -(\mathbf{D}_{PI} + \mathbf{R}_{PI}\mathbf{B}_{PI})$, die Bestandteil von $\mathbf{K}_G$ ist, liefert. Erst nachdem anschießend das Vorfilter $\mathbf{M}_G$ ausgelegt wurde, so dass die Entwurfsparameter in $\mathbf{R}_{PI}$ bekannt sind, können auch die Entwurfsparameter in $\mathbf{D}_{PI}$ berechnet werden. Der Berechnungsaufwand bei der Reglerauslegung lässt sich reduzieren, indem einige

Entwurfsparameter, nämlich diejenigen in der Matrix $\mathbf{B}_{PI}$ a priori vorgegeben werden. Diese Vorgabe entspricht einer Auswahl der Zustandsgrößen, die über den Integrator zurückgeführt werden. Die Matrix $\mathbf{K}_G$ mit den zu bestimmenden Reglerparametern hat dann eine entsprechend kleinere Dimension, sodass $\mathbf{B}_{PI}$ in die Matrix $\mathbf{A}_G$ mit den bekannten Parametern geschrieben werden kann.

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\mathbf{x}}_R\end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_G}=\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ -\mathbf{B}_{PI} & \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_R\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G}+\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}-\mathbf{D}_{PI}-\mathbf{R}_{PI}\mathbf{B}_{PI}, & \mathbf{C}_{PI}\end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_G}\underbrace{\mathbf{C}}_{\mathbf{C}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_R\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G}+\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B}\\ \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{R}_{PI}\\ \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_G}\mathbf{w} \quad (6.2/25)$$

Der Gl. (6.2/25) sind die Berechnungsvorschriften für die Ausgangsmatrizen zur Bestimmung der Reglerparameter in der dritten Spalte von Tabelle 6.2/1 entnommen.

Abschließend sei noch einmal darauf hingewiesen, dass auch eine Vielzahl anderer Reglerstrukturen zur aktiven Schwingungsminderung geeignet ist. [Caracciolo und Trevisani 2001] implementieren beispielsweise eine Mehrebenen/Mehrschichten-Regelungen aus zwei unabhängigen Reglern für die Starrkörperbewegung (PID-Regelung) und für die elastische Verformung (Zustandsregelung) eines Bewegungssystems. Außerdem wird eine Störgrößenkompensation für Gewichtskräfte vorgenommen. In [Karkoub und Zribi 2000] wird der Hauptantrieb einer Schubkurbel mit elastischer Koppel als Stellglied verwendet. Dort wird eine kombinierte Regelung mit einem PD-Regler und einem neuronalen Netz umgesetzt. In [Karkoub und Zribi 2001] wird für das gleiche System ein energiebasierter Ansatz für eine Regelung umgesetzt. Es wird ein modales Modell der Koppel verwendet, wobei die Anzahl der modellierten Schwingungsformen zu einem autonomen Teilsystem mit entsprechender Dimension führen. In [Henrichfreise und Jusseit 2001] findet sich ein einfaches Beispiel für eine modellprädiktive Regelung eines elastischen reibungsbehafteten Systems. Die Theorie zur modellprädiktiven Regelung wird in der dort angeführten weiterführenden Literatur erläutert.

Für die mit konstanter Drehzahl betriebenen Bewegungssysteme ist auch die „Repetetive-Control"-Strategie interessant. In [Kositza u. a. 2003] wird diese Strategie z. B. mit dem Ziel, eine möglichst gleichförmige Antriebsdrehzahl in einem Verbrennungsmotor zu realisieren, eingesetzt. Die Kernidee des „Repetetive-Controls" ist es, ergänzend zur Regelabweichung auch die Stellgröße mit einer Zeitverzögerung zurückzuführen, wobei die Verzögerungsdauer der Periodendauer der Störung entspricht, [Inoue u. a. 1981], [Inoue u. a. 1983]. Diese Rückführung ist anschaulich gesprochen das Gedächtnis der Regelung, in dem die Stellgröße aus der vorherigen Periode gespeichert ist. Sie wirkt sich ähnlich wie eine Störgrößenaufschaltung aus. Problematisch ist, dass dabei die Periodendauer ausreichend genau bekannt sein muss, da sonst eine stabilitätsmindernde Phasenverschiebung zwischen dem zurückgeführten Zustand und dem aktuellen Zustand auftritt, [Inoue u. a. 1981].

Bei der Umsetzung in diskreten Systemen wird die zeitverzögerte Rückführung der Stellgröße durch ein geeignetes Filter erreicht. Der Verstärkungsfaktor für die zeitverzögerte Rückführung des Ausgangs wird durch einen geeigneten Adaptionsalgorithmus abhängig von der Stellgröße verändert, um die Stabilität und Konvergenz zu verbessern [Tomizuka u. a. 1989]. Bei zeitdiskreten

Systemen mit großer Periodendauer ist die Speicherung der vielen Signale für die Rückführung aufwändig. In [Yamada u. a. 1999] wird daher eine einfache Berechnungsvorschrift für die Filterauslegung angegeben, die den Vorteil hat, dass der Realisierungsaufwand unabhängig von der Periodendauer bzw. der Verzögerungszeit ist. Außerdem wird der Zusammenhang zwischen den Filtern und den resultierenden Polen des Systems beleuchtet. In [Tammi 2007] wird ein Repetetive-Control-Algorithmus mit einer adaptiven Anpassung der Verzögerungszeit für ein rotordynamisches System entworfen. Der Einsatz der Repetetive-Control-Strategie ist generell bei Systemen mit periodischem Störgrößenverlauf sinnvoll, vor allem aber bei Systemen mit unbekannten oder schwer berechenbaren periodischen Störgrößen. In [Cong Shuan 1997] wird die Strategie beispielsweise für ein System mit Reibung angewendet. In [Cole u. a. 2006] wird eine Repetetive-Control-Regelung für ein Magnetlager angewendet. Dabei wird eine Wavelet-Analyse benutzt, um auf Basis dieses Signals sowohl die Stellgröße zu berechnen als auch um den Bewegungszustand zu klassifizieren und die Reglerparameter entsprechend anzupassen. Bei dem Kurbelgetriebeprüfstand sind die periodischen Störgrößen im Wesentlichen kinetostatische Kräfte, also bekannte Kräfte, die durch eine Störgrößenkompensation (Abschnitt 6.2.2) kompensiert werden können. Reibungskräfte spielen eine untergeordnete Rolle (vgl. Abschnitt 4.3). Daher wird die Repetetive-Control-Regelung für das Beispiel nicht weiter verfolgt.

6.2.3 Prozessbaustein Reglerauslegung

Auf die Festlegung einer geeigneten Struktur für den linearen Zustandsregler, die im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde, folgt die Bestimmung der Reglerparameter. Die grundlegenden Auslegungsschritte hierfür sind in diesem Abschnitt zusammengestellt. Aufgrund des in der Regel gut bekannten Systemverhaltens und Störgrößenverlaufs werden nur deterministische Regelungen betrachtet. Im Allgemeinen ist es aber wichtig zu berücksichtigen, ob das zeitliche Verhalten des zu regelnden Prozesses und der Störgrößen deterministisch oder stochastisch ist, um eine hohe Regelgüte zu erreichen. Denn Entwurfsverfahren für parameteroptimale Regelungen liefern nur für Störsignale, die das beim Entwurf vorausgesetzte Aussehen haben, optimale Reglerwerte [Isermann 1987].

Die Bestimmung der Reglerparameter umfasst, wie im vorherigen Abschnitt erläutert wurde, die vier Auslegungsschritte Überprüfung auf Steuerbarkeit, Berechnung der Reglerparameter, Auslegung des Vorfilters und Überprüfung auf Stabilität. Die hier vorgestellten Algorithmen können sowohl für Systeme, bei denen die Prozesszustände kontinuierlich verarbeitet werden, als auch für zeit- und/oder wertdiskrete Systeme umgesetzt werden [Wendt und Lutz 2002].

Zunächst muss die Steuerbarkeit für die gewählte Regelungsstruktur überprüft werden. Die Eigenschaft der Steuerbarkeit bedeutet, dass für ein System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{6.2/26}$$

eine Eingangsvariable $\mathbf{u}(t)$ existiert, so dass die Zustandsvariable $\mathbf{x}(t)$ in endlicher Zeit von einem beliebigen Anfangszustand in den Endzustand $\mathbf{x}(t_e) = \mathbf{0}$ überführt werden kann. Steuerbarkeit bedeutet jedoch nicht, dass das System in einen beliebigen Zustand überführt werden kann, oder dass der Zustand $\mathbf{x}(t_e) = \mathbf{0}$ bei Anwesenheit eines Störgrößenvektors $\mathbf{b}_S$ erreicht werden kann. In der linearisierten Zustandsgleichung mechanischer Bewegungssysteme Gl. (4.2/14) existiert ein Störgrößenvektor, sobald die Linearisierungstrajektorie nicht mit der statischen Gleichgewichtslage identisch ist. Steuerbarkeit kann mit Hilfe der Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{Q}_S$ überprüft werden. Vollständige Steuerbarkeit liegt vor, wenn gilt

$$\det(\mathbf{Q}_S) \neq 0 \tag{6.2/27}$$

Falls $\det(\mathbf{Q}_S) = 0$ ist, sind nicht alle Zustandsgrößen steuerbar ([Wendt und Lutz 2002], [Konigorski 2003b]). Die Steuerbarkeitsmatrix berechnet sich dabei zu

$$\mathbf{Q}_S = [\mathbf{B}, \mathbf{A}_G\mathbf{B}_G, \mathbf{A}_G{}^2\mathbf{B}_G, ..., \mathbf{A}_G{}^{n-1}\mathbf{B}_G] \tag{6.2/28}$$

Die Steuerbarkeit soll hier speziell für mechanische Bewegungssysteme betrachtet werden. Darin wird berücksichtigt, dass ein Integralanteil nur für die Verlagerungsgrößen, nicht aber für die Geschwindigkeitsgrößen sinnvoll ist, so dass die rechte Hälfte von $\mathbf{B}_{PI} = (\mathbf{b}_{PI}, \mathbf{0})$ eine Nullmatrix ist. Die Betrachtung der erweiterten Systemmatrix in Blockmatrizenschreibweise

$$\mathbf{A}_G = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{B}_{PI} & \mathbf{0} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{b}_{PI} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}\right) \tag{6.2/29}$$

erlaubt eine rekursive symbolische Berechnung der Steuerbarkeitsmatrix. Wird für die k-te Potenz $\mathbf{A}_G{}^k$ der erweiterten Systemmatrix folgende Namensgebung für die Blockmatrizen eingeführt,

$$\mathbf{A}_G{}^k = \left(\begin{array}{cc|c} {}^k\mathbf{A}_{11} & {}^k\mathbf{A}_{12} & \mathbf{0} \\ {}^k\mathbf{A}_{21} & {}^k\mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \hline {}^k\mathbf{A}_{31} & {}^k\mathbf{A}_{32} & \mathbf{0} \end{array}\right) \tag{6.2/30}$$

so ist

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_G{}^{k+1} &= \left(\begin{array}{cc|c} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{b}_{PI} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}\right)\left(\begin{array}{cc|c} {}^k\mathbf{A}_{11} & {}^k\mathbf{A}_{12} & \mathbf{0} \\ {}^k\mathbf{A}_{21} & {}^k\mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \hline {}^k\mathbf{A}_{31} & {}^k\mathbf{A}_{32} & \mathbf{0} \end{array}\right) \\ &= \left(\begin{array}{cc|c} {}^k\mathbf{A}_{21} & {}^k\mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}\,{}^k\mathbf{A}_{11} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}\,{}^k\mathbf{A}_{21} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}\,{}^k\mathbf{A}_{12} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}\,{}^k\mathbf{A}_{22} & \mathbf{0} \\ \hline -\mathbf{b}_{PI}\,{}^k\mathbf{A}_{11} & -\mathbf{b}_{PI}\,{}^k\mathbf{A}_{12} & \mathbf{0} \end{array}\right) \end{aligned} \tag{6.2/31}$$

Die (k+1)-te Spalte der Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{Q}_S$ ergibt sich indem $\mathbf{A}_G{}^k$ von rechts mit der erweiterten Eingangsmatrix $\mathbf{B}_G$ multipliziert wird. Diese setzt sich nach Gl. (6.2/25) aus einer Nullmatrix

und aus der Matrix **B** aus der Zustandsgleichung der Strecke Gl. (4.2/14). Soll bei dem Kurbelgetriebeprüfstand der Integralanteil in der Regelung nur für eine der vier Zustandsgrößen realisiert werden, so ist $\mathbf{b}_{PI}$ ein Zeilenvektor der eine Eins und ansonsten nur Nullen enthält und es gilt

$$\mathbf{Q}_S = \left(\begin{array}{cccccc} \mathbf{0} & \mathbf{E} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} & (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}+\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}) & \cdots & \\ \mathbf{E} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} & (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}+\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}) & \cdots & \cdots & \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{b}_D & -\mathbf{b}_D-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} & -\mathbf{b}_D(-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}+\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}) & \end{array}\right) \otimes \mathbf{B}_u \qquad (6.2/32)$$

Darin bedeutet das Kronecker-Symbol ⊗, dass die Eingangsmatrix $\mathbf{B}_u$ aus Gl. (4.2/14) von rechts an jede der Blockmatrizen heranmultipliziert wird. Das mehrfache Vorkommen identischer Blockmatrizen eröffnet die Möglichkeit zur numerisch effizienten Berechnung der Steuerbarkeitsmatrix, da für Gl. (6.2/32) letztendlich nur die mittlere Zeile mit Blockmatrizen berechnet werden muss und die anderen Blockmatrizen kopiert werden können. Dies ist bedeutsam, da die Steuerbarkeitsmatrix aufgrund der gewählten Linearisierungstrajektorie für die Streckengleichung zeitvariant sein kann und für eine gesteuert adaptive Regelung bei jedem Zeitschritt neu berechnet werden muss. Die Berechnung der zeitvarianten Determinante der Steuerbarkeitsmatrix kann im Computer-Algebra-Programm umgesetzt werden. Dort kann auch für unterschiedliche Linearisierungstrajektorien überprüft werden, ob die Determinante zu Null wird. Dieses Vorgehen wurde für eine PI-Zustandsregelung nach Gl. (6.2/25) für das Beispielsystem, bei dem nur der Hauptantrieb $\mathbf{u} = (M_{an})$ als Stellelement verwendet wird, umgesetzt. In **Bild 6.2/7** ist der Verlauf der Determinante der Steuerbarkeitsmatrix für das Beispielsystem und die gewünschte Betriebsdrehzahl von 120 U/min dargestellt.

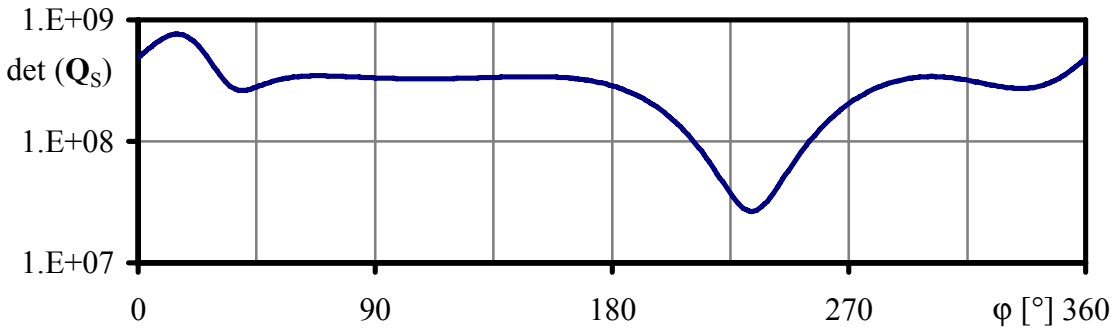


Bild 6.2/7: Determinante der Steuerbarkeitsmatrix über dem Kurbelwinkel aufgetragen

Über die rein numerische Analyse für einen bestimmten Antriebswinkelgeschwindigkeitsverlauf hinaus kann in im Computer-Algebra-Programm auch eine symbolisch, algebraische Auswertung der Determinante der Steuerbarkeitsmatrix vorgenommen werden. Dabei zeigt sich, dass bei Trajektorien, die auf einer konstanten Antriebswinkelgeschwindigkeit beruhen, nur dann Nullstellen der Determinante auftreten können, wenn die Antriebswinkelgeschwindigkeit Null ist und das Getriebe sich zugleich gerade in einer singulären Stellung ($U'_1 = 0$) befindet. In den singulären Stellungen kann der Systemeingang bei Stillstand nicht unmittelbar auf die höchste Ableitung des Systemausgangs wirken (vgl. Gl. (6.1/4)). Ist die Antriebswinkelgeschwindigkeit nicht Null, so stellen Kopp-

lungsterme aus den Koeffizientenmatrizen der linearisierten Bewegungsgleichung sicher, dass die Determinante nicht Null wird und somit die Steuerbarkeit des Systems erhalten bleibt.

Nach der Überprüfung der Steuerbarkeit kann die Rückführungsmatrix $\mathbf{R} = -\mathbf{K}_G\,\mathbf{C}_G$ der Ausgangsrückführung aus Gl. (6.2/18) ausgelegt werden. Hierfür stehen mehrere Verfahren, die sich in der Art und Weise der Zielvorgabe und im Berechnungsaufwand erheblich unterscheiden, zur Verfügung. Auf einige der Verfahren wird hier kurz eingegangen.

Bei der Auslegung einer optimalen Regelung werden zwei Ziele verfolgt, [Föllinger 1994]: Das System soll zum einen nach einer Anfangsstörung möglichst schnell in den gewünschten Endzustand überführt werden, also gutes Störverhalten zeigen, und zum anderen soll die Energie, die für den Übergang benötigt wird, möglichst gering sein. Die Erfüllung der Ziele wird dabei durch ein Gütemaße J bewertet, [Konigorski 2003c]. Das Lagrange'sches Gütemaß

$$J = \int_{t_0}^{t_e} f_0\big(\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t),t\big)dt\,, \qquad \text{z. B. } f_0 = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{S}\mathbf{u}(t) \tag{6.2/33}$$

bewertet das Systemverhalten während eines gewissen Zeitraums (t_0 bis t_e). Das Mayer'sches Gütemaß

$$J = f_e\big(\mathbf{x}(t_e),t_e\big)\,, \qquad \text{z. B. } f_e = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(t_e)\mathbf{T}\mathbf{x}(t_e) \tag{6.2/34}$$

bewertet das Endverhalten zum Zeitpunkt t_e. Das Bolza'sches Gütemaß ist eine Kombination der vorherigen beiden. Als Ricattiregler werden Regler bezeichnet, bei denen eine Kombination aus einem verlaufsoptimalen und einem energie- bzw. verbrauchsoptimalen Gütemaß verwendet wird

$$J = \frac{1}{2}\int_0^\infty \mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{S}\mathbf{u}(t)\,dt \tag{6.2/35}$$

Darin sind **Q** und **S** positiv definite Gewichtungsmatrizen. Die Bestimmung der optimalen Reglerfaktoren ist jedoch mit erheblichem rechnerischem Aufwand verbunden. Dies wird beispielweise an der Bestimmung der Reglerfaktoren $\mathbf{R} = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}$ für Ricattiregler deutlich. Hierzu muss zuvor **P** entweder als die symmetrische positiv definite Lösung der nichtlinearen Riccati-Gleichung, [Föllinger 1994]

$$\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{Q} = \mathbf{0} \tag{6.2/36}$$

oder als Lösung der Matrix-Ricattidifferentialgleichung, [Konigorski 2003c]

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{S}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} \tag{6.2/37}$$

bestimmt werden. Außerdem können die Verfahren für zeitinvariante Systeme wegen des integralen Charakters des Gütemaßes nur mit hohem Aufwand echtzeitfähig auf zeitvariante Systeme angewendet werden, um gesteuert adaptive Regelungen zu entwerfen. Auch die separate Behandlung der

singulären Stellungen ist bei diesem Entwurf schwierig, [Cho u. a. 1998]. Diese Verfahren werden daher an dieser Stelle nicht weiter verfolgt. In der Literatur sind aber durchaus Anwendungen zu finden. [Scheideler 1995] und [Bormann und Ulbrich 1996] setzten sie bei einer Kurbelschwinge mit elastischer Koppel (ähnlich Bild 4.4/8) Zusatzaktuatoren ein, die die ursprünglich gestellfesten Gestellgelenken A_0 bzw. B_0 translatorisch bewegen. Für diese Aktuatoren entwerfen sie optimale Regler. Die Stellglieder werden in [Ulbrich und Stein 2002] mit einer zeitvarianten optimalen Regelung betrieben. Die Regelung wird mit der Methode der dynamischen Programmierung nach Bellmann ausgelegt. Weitere Literaturstellen zur Anwendung optimaler Regelungen für Bewegungssysteme mit elastischen Bauteilen werden im Zusammenhang mit dem Beobachterentwurf im Abschnitt 6.2.5 angeführt.

Das Verfahren der Polvorgabe stellt aufgrund der kompakten Berechnungsvorschriften eine praktikable Möglichkeit zur Bestimmung der Reglerparameter für ein System, dessen homogene Zustandsgleichung in der Form $\dot{\mathbf{x}}_G = (\mathbf{A}_G - \mathbf{B}_G\mathbf{R})\mathbf{x}_G$ gegeben ist, dar. Der Name Polplatzierung rührt daher, dass bei dem Verfahren die Eigenwerte des dynamischen Systems, die zugleich Pole der dynamischen Übertragungsfunktion des Systems sind, durch eine geeignete Berechnung von **R** auf die gewünschten Werte λ_{R1} ... λ_{Rn} gelegt werden. Die Grundlagen des Verfahren und das Vorgehen werden in zahlreichen Lehrbüchern zur Regelungstechnik (z. B. in [Konigorski 2003b] und [Konigorski 2003c] oder [Föllinger 1994]) ausführlich beschrieben. Die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten in der Matrix **R** ergeben sich aus dem charakteristischen Polynom p(λ) mit Koeffizienten a_i, die von den gesuchten Reglerfaktoren in **R** abhängen

$$p(\lambda) = \det(s\mathbf{E} - \mathbf{A}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{R}) = s^n + a_{n-a}(\mathbf{R}) \cdot s^{n-1} + \ldots + a_0(\mathbf{R}) \,. \qquad (6.2/38)$$

Dieses soll gewünschte Koeffizienten p_i aufweisen, die aus den gewünschten Eigenwerten λ_{Ri} folgen

$$p(\lambda) \overset{!}{=} (s - \lambda_{R1})(s - \lambda_{R2}) \ldots (s - \lambda_{Rn}) = s^n + p_{n-a}s^{n-1} + \ldots + p_0 \,, \qquad (6.2/39)$$

Ein Koeffizientenvergleich liefert das Gleichungssystem zur Bestimmung der Reglerparameter. Bei Eingrößensystemen kann die Bestimmung der Reglerparameter unter Ausnutzung des Cayley-Hamilton-Theorems in die Formel von J. Ackermann, [Föllinger 1994] überführt werden.

$$\mathbf{R}^T = \mathbf{q}_s^T \left(p_0\mathbf{E} + p_1\mathbf{A}_G + \ldots + p_{n-1}\mathbf{A}_G{}^{n-1} + \mathbf{A}_G{}^n \right) \qquad (6.2/40)$$

Darin ist $\mathbf{q}_s^T$ die letzte Zeile der invertierten Steuerbarkeitsmatrix $\mathbf{Q}_S{}^{-1}$. Bei der numerischen Berechnung kann vorteilhaft ausgenutzt werden, dass die Potenzen der Systemmatrix $\mathbf{A}_G$ bereits für die Berechnung der Steuerbarkeitsmatrix ermittelt wurden. Aufgrund der besonderen Struktur der Steuerbarkeitsmatrix in Gl. (6.2/31) bzw. Gl. (6.2/32) kann die Inverse der Steuerbarkeitsmatrix symbolisch berechnet werden. Durch den Verzicht auf eine numerische Invertierung lässt sich die Ermittlung der Reglerparameter für zeitvariante Systeme echtzeitfähig umsetzen. Die symbolische

Berechnung wurde für das Beispielsystem in MAPLE vorgenommen und über den „CodeGeneration“-Befehl in eine MATLAB-S-Function exportiert (s. Abschnitt 6.1).

Die Echtzeitfähigkeit und die anschauliche Gestaltung der dynamischen Systemeigenschaften sind Vorteile der Methode der Polvorgabe gegenüber der optimalen Regelung. In [Ider u. a. 2002] wird die Anwendung der Methodik der zeitvarianten Polvorgabe daher für gesteuert adaptive Regelungen von Mehrgrößensystemen vorgeschlagen. Das Vorgehen wird anhand des Beispiels eines ebenen zweigliedrigen seriellen Bewegungssystems dargestellt. In [Silva u. a. 2005] wird ein gesteuert adaptiver Regler mit einer zeitvarianten Polvorgabe für einen Einmassenschwinger mit zeitvarianter Steifigkeit ausgelegt. [Deckers u. a. 2000] realisieren eine aktive Schwingungsminderung, indem sie analog zum Verfahren der Polplatzierung aus einer gewünschten, stark gedämpften Systemdynamik Reglerparameter für eine Geschwindigkeitsregelung von Hydraulikzylindern eines Schmiederoboters generieren.

Bei Mehrgrößensystemen folgt aus den Gln. (6.2/38) und (6.2/39) ein vielfach unterbestimmtes Gleichungssystem. Das heißt, es existieren unendliche viele Reglereinstellungen, die die gewünschten Eigenwerte garantieren können. Dadurch wird die Berücksichtigung weiterer Nebenbedingungen wie z. B. der Verzicht auf die Messung einiger Größen oder die Forderung nach Robustheit möglich. Die robuste Reglerauslegung ist eine Standardaufgabe der Regelungstechnik und kann häufig durch Softwarewerkzeuge automatisch durchgeführt werden. Für zeitinvariante Systeme steht in MATLAB der Befehl „place“ zur Berechnung einer robusten Regelung zur Verfügung, [Horsch 2005]. In [Zheng u. a. 2006] wird eine symbolische Implementierung von Entwurfsalgorithmen für Mehrgrößensysteme in dem Computer-Algebra-Programm Mathematica vorgestellt. Dort werden die Rückführungsmatrizen durch Algorithmen so bestimmt, dass sie für gegebene Wertebereiche der unsicheren Parameter möglichst robust sind. In [Hohenbichler und Abel 2006] wird ein Verfahren zur Auslegung robuster PID-Regeler für Totzeitsysteme vorgestellt, das sicher stellt, dass beim Entwurf gegebene Restriktionen für die Lage der Pole des Systems eingehalten werden. Zur Bestimmung der Reglerwerte für Mehrgrößensysteme wird in [Föllinger 1994] und [Konigorski 2004] die modale Regelung nach dem Verfahren von H. H. Rosenbrock, vorgestellt. Dabei wird die homogene Zustandsgleichung mit Hilfe der Modalmatrix **W** in die Jordansche Normalform, die auch Modalform genannt wird, transformiert. Die Reglerparameter werden nicht für die Zustände **x**, sondern für die Eigenvektoren **x*** mit

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}\,\mathbf{x}^* \tag{6.2/41}$$

entworfen. Durch die Rücktransformation in die ursprüngliche Form werden die entsprechenden Reglerparameter für die Zustände **x** bestimmt. Aufgrund der überzähligen Entwurfsparameter können zusätzlich zur gewünschten Systemdynamik für die Eigenformen auch die Verhältnisse der Amplituden der verschiedenen Zustandsgrößen zueinnander gestaltet werden, [Konigorski 2004]. Ein Vorteil der modalen Regelung ist, dass die Stabilität für jede Eigenform getrennt als SISO-Problem betrachtet werden kann, [Heertjes u. a. 2005]. In seiner Dissertation beschreibt [Grünnewig 2000] den Entwurf einer modalen Zustandsregelung und eines Beobachters zur Minimierung von

Strukturschwingungen an Flächentragwerken mit der Polvorgabe. Das Vorgehen und die Problematik des weiter unten noch erläuterten Spillovers wurden anhand von Simulationen und an einem Versuchsaufbau überprüft. Auch in [Gawronski 1996] und [Gawronski 1998] finden sich Beispiele für die Anwendung von modalen Regelungen im Zusammenhang mit elastischen Strukturen.

Im Allgemeinen liegt bei den Bewegungssystemen eine Kopplung und damit auch eine gegenseitig Beeinflussung der Zustandsgrößen vor. Da die Ausgangsgrößen y_i bei den Bewegungssystemen zumeist eine Untermenge der Zustandsgrößen sind, bedeutet dies, dass die Vorgabe einer Führungsgröße w_i nicht nur die zugehörige Ausgangsgröße y_i, sondern auch weitere Ausgangsgrößen beeinflusst. In einigen Fällen kann für das geregelte System eine gute Dynamik und eine Verbesserung des Führungsverhaltens erreicht werden, indem eine Entkopplung vorgenommen wird. Durch die Entkopplung wird erreicht, dass eine Ausgangsgröße y_i nur noch von einer einzigen Führungsgröße w_i beeinflusst, [Konigorski 2004]. Dazu muss die Führungsübertragungsmatrix $\mathbf{G}_w(s)$ eine Diagonalmatrix sein. Die Führungsübertragungsmatrix $\mathbf{G}_w(s)$ ergibt sich aus der Lösung der Zustandsgleichung im Laplace-Bereich

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A}_G - \mathbf{B}_G\mathbf{R})\mathbf{x}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{M}_G\mathbf{w} \quad &\rightarrow \quad \mathbf{x}(s) &= (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{R})^{-1}\mathbf{B}_G\mathbf{M}_G\mathbf{w}(s) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_G\mathbf{x}_G \quad &\rightarrow \quad \mathbf{y}(s) &= \underbrace{\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{R})^{-1}\mathbf{B}_G\mathbf{M}_G}_{\mathbf{G}_w(s)}\mathbf{w}(s) \end{aligned} \quad (6.2/42)$$

zu

$$\mathbf{G}_w(s) = \mathbf{C}_G(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{R})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}_G\,. \quad (6.2/43)$$

In der Literatur zur Regelungstechnik (z. B. [Föllinger 1993], [Föllinger 1994] und [Konigorski 2004]) werden Verfahren zur Bestimmung der Führungsübertragungsmatrix, beispielsweise die Anwendung der Synthesegleichungen nach „Falb Wolovich“, ausführlich beschrieben.

Die zuvor behandelten Methoden zur Bestimmung der Reglerparameter lassen sich in Computer-Algebra-Programmen sehr gut algorithmisch umsetzen. Die Wirksamkeit der so ausgelegten Regler hängt aber immer auch sehr stark von den Gewichtungsmatrizen oder Polvorgaben ab. Diese systemspezifischen Vorgaben müssen vom Menschen gemacht werden. Häufig ist ein iteratives Testen der Güte der Vorgaben durch Simulationsrechnungen notwendig. Der erste Schritt zur Bestimmung der Reglerparameter mittels Polvorgabe ist die Wahl geeigneter Eigenwerte. Die Eigenwerte können aus einer gewünschten Systemdynamik abgeleitet werden. Die Berücksichtigung der notwendigen Stellgrößen ist dabei allerdings nicht unmittelbar möglich. Im Hinblick auf die Stellgrößen ist es bei elastizitätsbehafteten mechanischen Systemen allgemein günstig, Eigenwerte zu wählen deren Imaginärteil in der Nähe der Imaginärteile der Eigenwerte des ungeregelten Systems liegen, und nur den Realteil hin zu stärkeren Dämpfungen zu verschieben. Treten dabei aufgrund hoher Eigenfrequenzen Konflikte mit der Taktzeit der Regelung, mit Totzeiten oder Geschwindigkeitsbeschränkungen der Aktuatoren auf, so sollte durch einen Rücksprung zur Bauteildimensionierung (Abschnitt 4.4.1) gegebenenfalls eine Anpassung der Streckeneigenwerte vorgenommen werden.

Für die Wahl der Eigenwerte werden in [Unbehauen 1992] mehrere Standardformen und ihre Eigenschaften erläutert. Dies sind unter anderem die Binominalform, die der Hintereinanderschaltung von mehreren PT1-Elementen entspricht und kein Überschwingen aufweist, und die Butterworthform, bei der die Pole in der linken Hälfte gleichmäßig auf einem Halbkreis angeordnet werden. In [Arnhold und Konigorsky 2007] finden sich praxisorientierte Richtlinien für die Polplatzierung bei Werkzeugmaschinen. Gelegentlich werden aber auch heuristische Ansätze verwendet. In [Sechelmann 1993] werden beispielsweise die Pole abhängig von der Höhe des Führungsgrößensprungs mehr oder weniger weit nach links gelegt, um immer eine optimale Dynamik zu erhalten, ohne die Stellgrößengrenze zu verletzen. Die Gestaltung der Systemdynamik durch Polvorgaben und die Auswirkung der Vorgaben im Zeitbereich wird im Folgenden anhand des Kurbelgetriebeprüfstands erläutert.

Die Eigenwerte des Kurbelgetriebeprüfstands mit deaktiviertem Motor sind in Bild 4.2/3 dargestellt. Aufgrund der zugehörigen Eigenformen ist eine eindeutige Zuordnung des einen Eigenwerts zu einer starken aber nicht ausschließlichen Bewegung des Antriebs und des anderen Eigenwerts zu einer starken aber nicht ausschließlichen Bewegung des Abtriebs möglich. Die beiden Eigenwerte werden daher im Folgenden als „Antriebseigenwert“ und als „Abtriebseigenwert“ bezeichnet. Die Methode der Polvorgabe wird angewendet, um den Realteil δ_1 des Antriebseigenwerts und den Realteil δ_2 des Abtriebseigenwerts für das geregelte System auf gewünschte Werte zu legen. Es wird sowohl eine vollständige Zustandsrückführung als auch eine PI-Zustandsrückführung erprobt. Bei der PI-Zustandsregelung hat das erweiterte System nach Gl. (6.2/23) eine weitere Zustandsgröße im Vektor $\mathbf{x}_R$. Entsprechend existiert ein weiterer Eigenwert, der durch die Polplatzierung als reiner Realteil δ_3 ohne Imaginärteil erzeugt wird.

Der Regler wird auf Basis der linearisierten zeitvarianten Zustandsgleichung (4.2/13), die aus der Bewegungsgleichung mit Absolutwinkeln (4.2/11) erstellt werden kann, ausgelegt. Es werden die Bewegungstrajektorien eines idealen Starrkörpermechanismus als Führungstrajektorien für den Antriebs- und den Abtriebsfreiheitsgrad gewählt. Das heißt, dass die Abweichungsgrößen γ_2 und γ_4 Null sein sollen. Wegen des zeitvarianten Charakters der Systemgleichung ist eine Adaption der Reglerparameter notwendig. Bei dem Beispielsystem wird konkret die Ackermannformel (6.2/40) für jeden Zeitschritt neu ausgewertet. Es handelt sich also um einen gesteuert adaptiven Regler auf Basis der linearisierten zeitvarianten Systemgleichung. Das Ziel der Zustandsregelungen ist es, eine Verbesserung des Schwingungsverhaltens am Abtrieb zu erlangen. Daher wird der Realteil δ_2 des Abtriebseigenwerts weiter nach links gelegt, als der Realteil δ_1 des Antriebseigenwerts. Der Imaginärteil des Abtriebseigenwerts wird auf den Wert $91{,}1 = 2\,\pi\,14{,}5$ gelegt, damit er der ursprünglichen Eigenfrequenz der Schwinge entspricht. Der Imaginärteil des Antriebseigenwerts ist auf 200 gelegt. Als Referenzsystem zur Beurteilung der Wirksamkeit dient das Ausgangssystem mit einer gewöhnlichen Drehzahlregelung.

In einem iterativen Prozess haben sich für die Zustandsregelung die Realteile $\delta_1 = -10$ und $\delta_2 = -20$ als geeignet erwiesen. Im **Bild 6.2/8** sind Simulationsergebnisse für verschiedene Zu-

standsregelungen eingezeichnet. Darin ist die Referenzsimulation mit der Drehzahlregelung durch „DZR“ gekennzeichnet. Die Kennzeichnung der Zustandsregelungen erfolgt durch „ZR“ und den in Klammern angegeben Realteilen für den Antriebs- und Abtriebseigenwert (δ_1 / δ_2). Im Vergleich zum Referenzsystem wurde durch die Zustandsregelung eine erhebliche Verbesserung der Regelgüte erzielt. Die angeregten Eigenschwingungen können durch die Zustandsregelung zum schnelleren Abklingen gebracht werden als bei dem Referenzsystem, da die Dynamikmatrix $\mathbf{A}_G$ des Systems gezielt gestaltet werden kann. Der Vergleich der drei Kurven für die Zustandsregelungen zeigt dass ein Realteil von $\delta_2 = -20$ zu einem schnellen Abklingen der überlagerten Schwingungen am Abtrieb führt, während ein Realteil von $\delta_2 = -10$ noch nicht ausreicht.

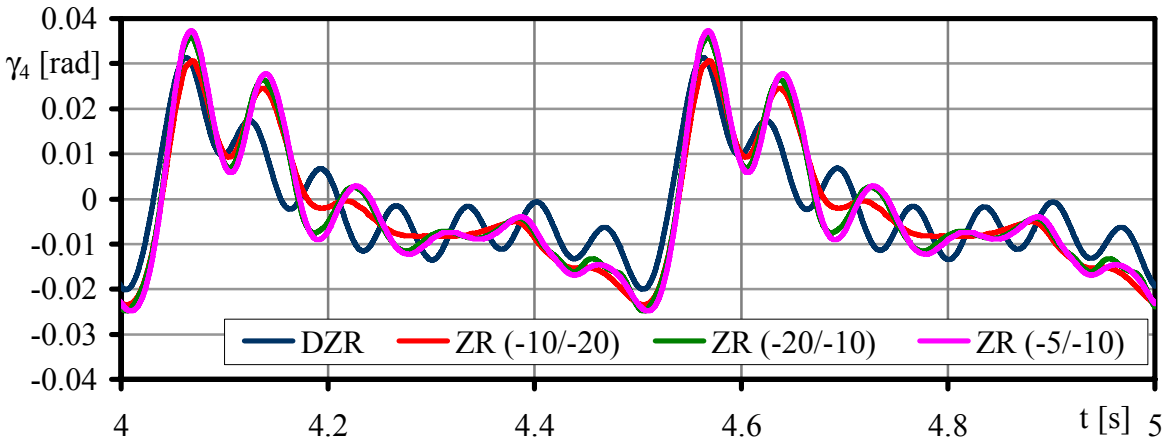


Bild 6.2/8: Verlauf der Abweichung am Abtrieb für die Drehzahlregelung und Zustandsregelungen mit verschiedenen Polpaaren

Durch die Zustandsregelung können Schwingungen aufgrund von kurzzeitigen Störungen verringert werden. Es verbleibt jedoch ein stationärer Fehler infolge der stationären Störgrößen durch die kinetostatischen Lasten (vgl. Bild 4.4/2). Eine Störgrößenkompensation ist aufgrund von Polstellen in den Bestimmungsgleichungen (z. B. Gl. (6.2/12)) für den Abtriebsfreiheitsgrad nicht möglich. Die Störterme könnten aus der Bewegungsgleichung eliminiert werden, indem das System bezüglich der statischen Gleichgewichtslage linearisiert wird. Dann müssten die Systemzustände allerdings entlang einer von Null abweichenden Trajektorie geführt werden, um die Bewegung eines Starrkörpermechanismus zu realisieren. Dies erfordert die Einführung eines Vorfilters $\mathbf{M}_2$ (vgl. Bild 6.2/4), auf dessen Auslegung weiter hinten in diesem Abschnitt noch eingegangen wird und ohne den keine stationären Endwerte, die von der statischen Gleichgewichtslage abweichen, eingestellt werden können. Die Realisierung eines Vorfilters ist bei diesem System aufgrund der Singularitäten jedoch ebenfalls nicht möglich. Anschaulich gesprochen können die gewählten Sollzustände eines idealen Starrkörpermechanismus durch das Getriebe, bei dem die elastische Schwinge eine gewisse kinetostatische Last übertragen muss, nicht erfüllt werden. Daher wird an späterer Stelle eine Anpassung der kinematischen Abmessungen des elastizitätsbehafteten Getriebes

(vgl. Abschnitt 4.4.2) mit einer Umplanung der Führungstrajektorien (Abschnitt 7.1.2) kombiniert, um die quasistatischen Verformungsanteile zu kompensieren.

Durch die Wahl der beiden Realteile δ_1 und δ_2 für den Antriebs- und den Abtriebseigenwert kann die Aufteilung des verbleibenden Fehlers auf den Antriebs- und den Abtriebsfreiheitsgrad beeinflusst werden. Als Folge der Zielsetzung, den Abtriebsfehler zu verringern, zeigen die Zustandsregelungen im Vergleich zur Drehzahlregelung dementsprechend größere Abweichungen am Antrieb, **Bild 6.2/9**. Eine ähnliche Charakteristik ist auch in [Liao und Sung 1991] und [Liao und Sung 1993] zu finden. Dort wird eine Kurbelschwinge mit elastischer Schwinge und piezoelektrischen Aktuatoren betrachtet und es wird eine modale Regelung für die niederfrequenten Eigenformen (s. Gl. (6.2/41)) der Schwinge entworfen. Die Autoren erreichen eine starke Minderung der Eigenschwingungen, während die kinetostatischen Abweichungen verbleiben.

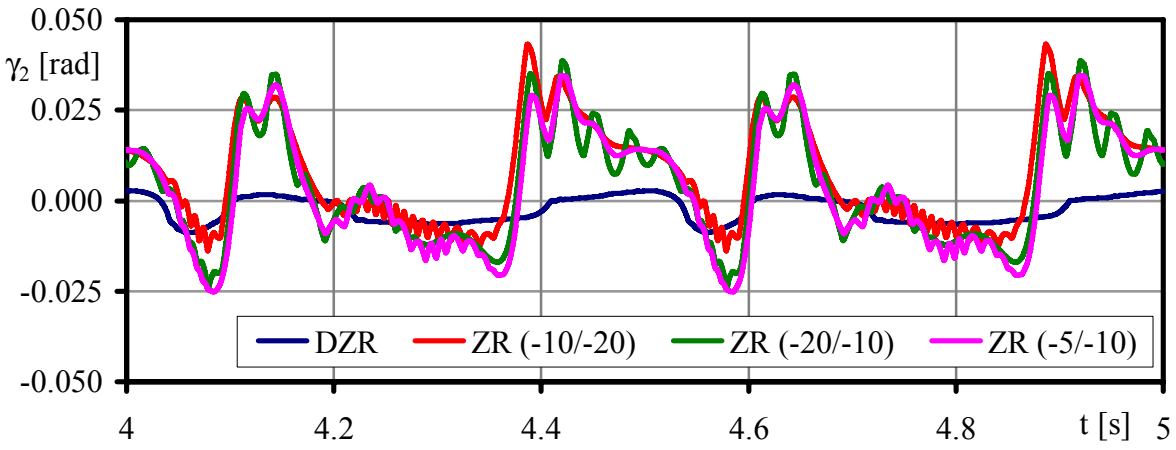


Bild 6.2/9: Verlauf der Abweichung am Antrieb für die Drehzahlregelung und Zustandsregelungen mit verschiedenen Polpaaren

Bei noch weiter links liegenden Werten des Realteils δ_2 vom Abtriebseigenwert können in Simulationsrechnungen noch bessere Ergebnisse für die Abweichung am Abtrieb ermittelt werden. Dies ist allerdings mit einem sehr hohen Stellaufwand verbunden und führt zu einem unrealistisch hohen Antriebsmoment. Bei den Reglerparametern, die in Bild 6.2/8 untersucht wurden, sind die Antriebsmomente durchweg kleiner als die Momente bei der Drehzahlregelung, **Bild 6.2/10**. Bei der Konfiguration mit $\delta_2 = -20$ sind besonders ausgeprägte hochfrequente Anteile im Momentenverlauf zu sehen. Diese stehen im Zusammenhang mit dem Spiel im Planetengetriebe, das auch entsprechende hochfrequente Schwingungsanteile im Antriebsfreiheitsgrad (s. Bild 6.2/9) verursacht.

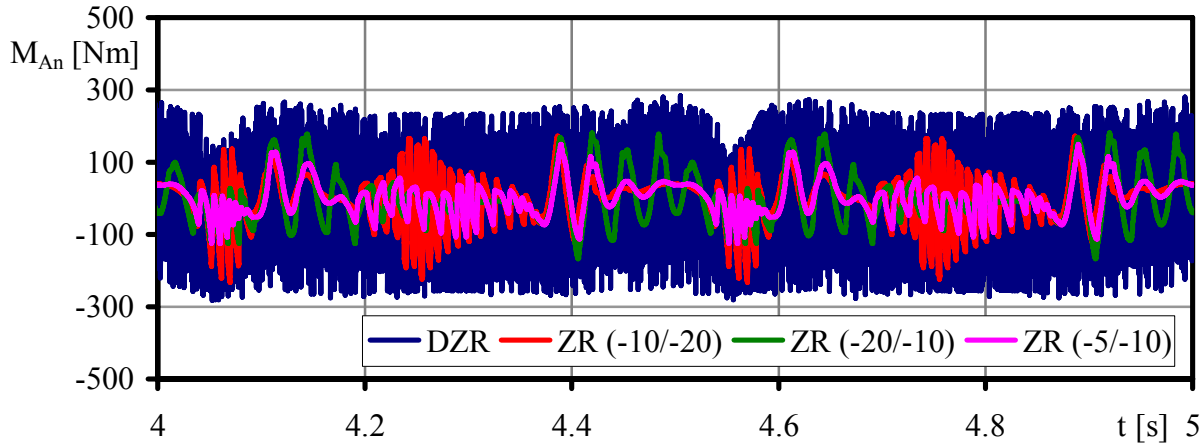


Bild 6.2/10: Verlauf des Antriebsmoments für die Drehzahlregelung und Zustandsregelungen mit verschiedenen Polpaaren

Die Reglerfaktoren werden über einen Adaptionsalgorithmus so eingestellt, dass die Eigenwerte der zeitvarianten Strecke zusammen mit der zeitvarianten Regelung immer die geforderten Werte annehmen. Der Verlauf der Reglerfaktoren ist in **Bild 6.2/11** dargestellt. Charakteristisch für das Kurbelgetriebe ist, dass die beiden Reglerfaktoren R2 für den Abtriebswinkel und R4 für die Abtriebswinkelgeschwindigkeit im Laufe einer Umdrehung beim Erreichen der Streck- oder Decklage einen Vorzeichenwechsel aufweisen, da die Bewegungsrichtung des Abtriebsorgans sich in diesen Punkten umkehrt.

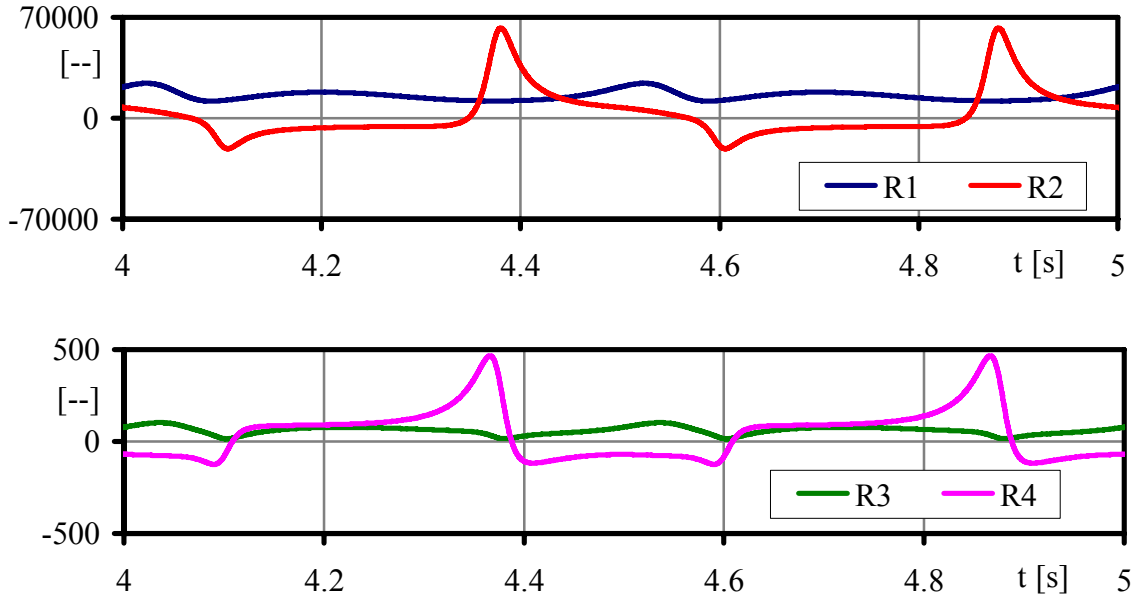


Bild 6.2/11: Verlauf der Verstärkungsfaktoren des gesteuert adaptiven Zustandsreglers

Die Simulationsergebnisse zweier Zustandregelungen mit Integraleinteil für den Antriebsfreiheitsgrad sind in **Bild 6.2/12** mit „PIZR“ und den drei Werten für (δ_1, δ_2, δ_3), die in Klammern folgen,

gekennzeichnet. Für die Realteile $\delta_1 = -1$, $\delta_2 = -20$ und $\delta_3 = -20$ ist eine Verbesserung gegenüber der reinen Zustandsregelung erkennbar. Der Abtriebsfehler enthält außer der kinetostatischen und vibrodynamischen Durchbiegung der Schwinge noch einen weiteren Anteil, der durch die Fehlstellung des Antriebs und damit des gesamten Getriebes verursacht wird. Offenbar wirkt sich das schnellere Zurückgehen des Antriebswinkelfehlers (s. **Bild 6.2/13**) aufgrund des Integralanteils in diesem Zusammenhang günstig auf den Abtriebsfehler aus. An dieser Stelle zeigt sich eine Schwäche des Verfahrens der Polvorgabe: Die Auswirkung der Platzierung der Pole auf das Zeitverhalten ist nicht einfach vorhersehbar und erfordert daher häufig ein iteratives Vorgehen zur Bestimmung der Reglerparameter. Dabei müssen auch die Stellgrößen beachtet werden, die für die zuletzt betrachteten PI-Zustandsregelung in **Bild 6.2/14** dargestellt sind.

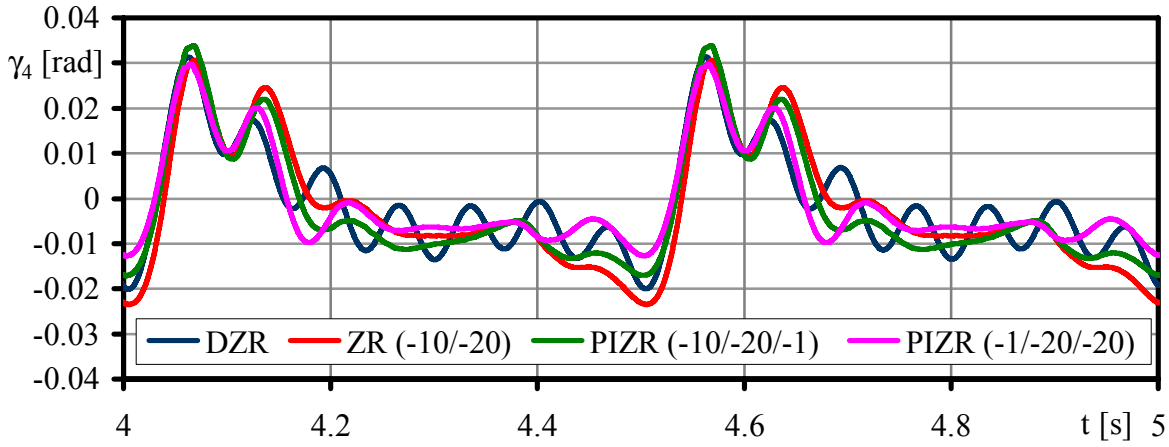


Bild 6.2/12: Abtriebswinkelfehler für verschiedene Regelungen

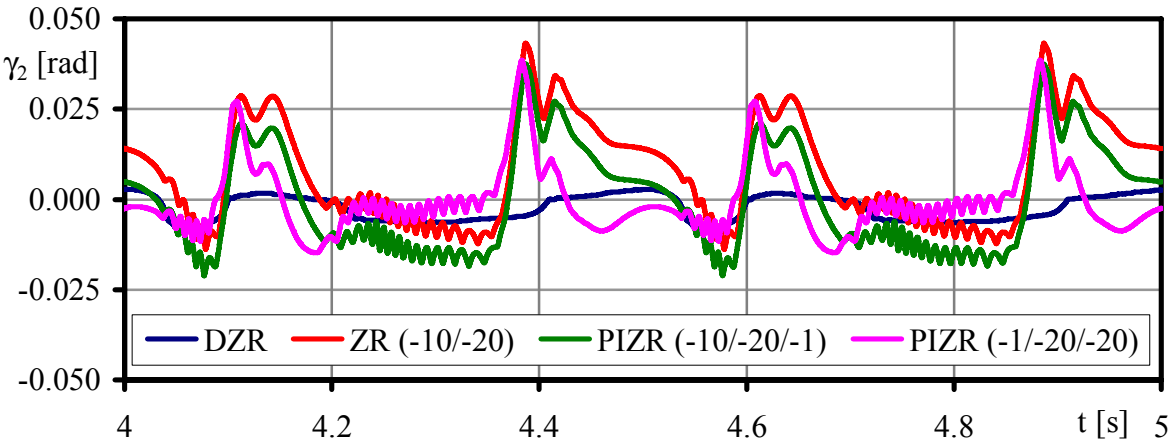


Bild 6.2/13: Antriebswinkelfehler für verschiedene Regelungen

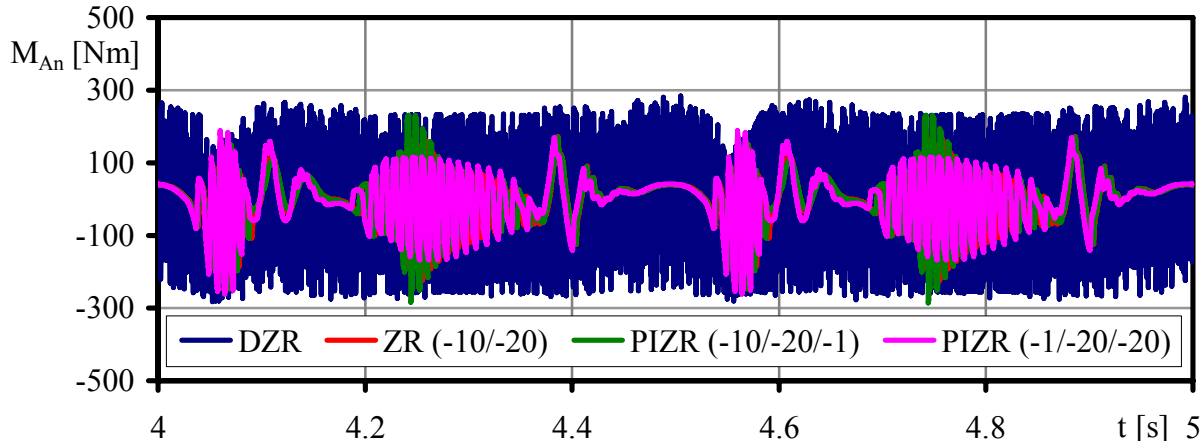


Bild 6.2/14: Antriebsmomente für verschiedene Regelungen

An die iterative Bestimmung der Reglerparameter durch Simulation schließt sich die praktische Erprobung der Regelung an. Im Abschnitt 5.5 wurde bereits erläutert, dass bei dem realen Prüfstand der Effekt der Zeit- und Wertdiskretisierung der Messsignale auftritt. Insbesondere bei geringen Drehzahlen tritt bei den Drehgebern erst nach vielen Abtastintervallen der Regelung ein Sprung im Winkelinkrement auf. Dieses Verhalten wurde in das Simulationsmodell aufgenommen. Auch die Interpolation aus Bild 5.5/1 für die Drehgeber wurde umgesetzt. Die Simulationsergebnisse und Messergebnisse für eine Drehzahl von 60 U/min sind in **Bild 6.2/15** dargestellt. Die virtuell erprobte Regelung „Simulation PIZR (-1/-20/-20)“ wurde mit XPC-target auf den Prüfstand übertragen (vgl. Bild 6.1/1). Bei den praktischen Versuchen stellt sich in der Winkelabweichung am Abtrieb „Messung PIZR (-1/-20/-20)“ genau wie bei der Simulation eine starke Verringerung des Abtriebswinkelfehlers gegenüber dem Referenzsystem „Messung DZR“ ein. Auf die Unterschiede zwischen Simulation und Messung wurde im Abschnitt 4.3 bereits eingegangen.

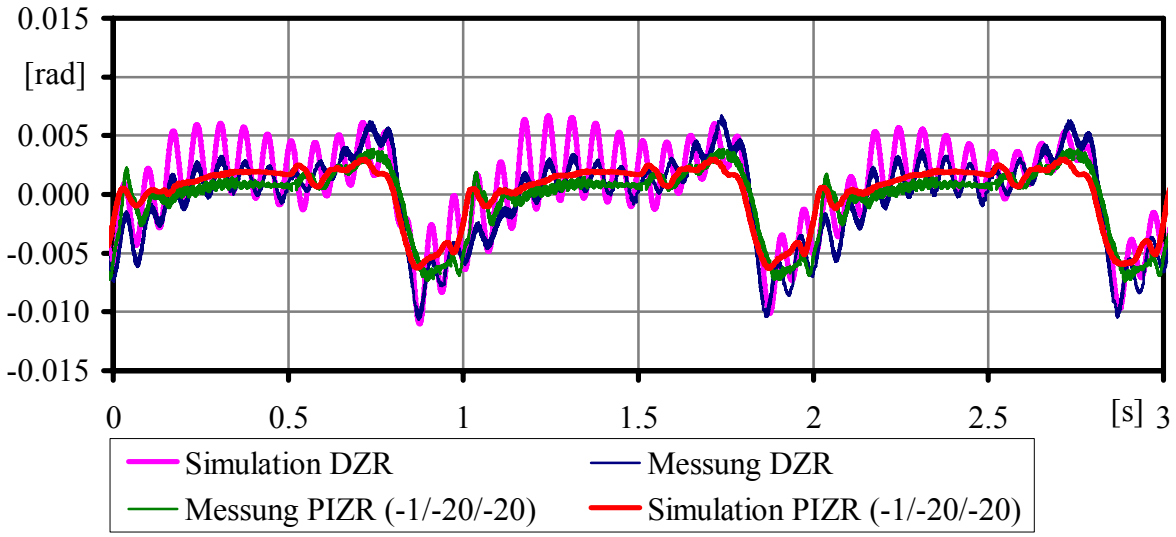


Bild 6.2/15: Winkelabweichung am Abtrieb bei der Simulation und der praktischen Erprobung der Zustandsregelung

Es bestätigt sich, dass das verwendete Modell das reale Prüfstandsverhalten sehr gut abbildet und dass im Zuge der Produktentwicklung Untersuchungen am virtuellen Modell entsprechende Untersuchungen am realen System ersetzen können. Dies gilt jedoch nur so lange im Modell alle relevanten Effekte vorhanden sind.

Ein Effekt, der beachtet werden muss, ist dass „Spillover“. Spillover beschreibt das Phänomen, dass bei Bedämpfung bestimmter Eigenformen eine Anregung meist höherer Schwingungsformen erfolgen kann und somit Resonanzen auftreten, [Yang und Sheu 2006]. Bei dem Beispielsystem ist der Imaginärteil des Antriebseigenwerts durch die Polplatzierung auf den Wert von $200 = 2\,\pi\,31$ gelegt worden. Dies fällt mit keiner der Eigenfrequenzen des Systems zusammen (s. Bild 5.5/2). Bei Bedarf können durch eine entsprechende Bauteildimensionierung (s. Abschnitt 4.4.1) die Eigenfrequenzen so gestaltet werden, dass sie in einem unkritischen Bereich liegen. Ist dies nicht möglich, so können aus dem zur Regelung zurückgeführten Sensorsignal die kritischen Anteile herausgefiltert werden. In [Swevers u. a. 1994] wird zu diesem Zweck ein Tiefpassfilter eingesetzt. Dadurch wird für einen eingliedrigen Roboter mit elastischem Arm und einer Regelung durch Polvorgabe ein Spillover durch die Anregung höherer Eigenfrequenzen vermieden. Ein Filtereffekt kann auch erreicht werden, indem die Sensoren in den Schwingungsknoten der möglicherweise anregbaren höherfrequenten Eigenformen platziert werden, (siehe Abschnitt 5.5). So werden diese Schwingungsanteile gar nicht erst durch die Sensoren erfasst.

Abschließend wird in diesem Abschnitt noch auf den letzten Schritt zu Auslegung einer Regelung, nämlich auf die Auslegung eines Vorfilters eingegangen. Durch die zuvor beschriebene Auslegung der Rückführungsmatrix $\mathbf{R} = -\mathbf{K}_G\,\mathbf{C}_G$ wird bestimmt, mit welchem Abklingverhalten Auslenkungen aus der Linearisierungslage verschwinden, so dass $\mathbf{x}_G$ zum Nullvektor wird. Die Rückführung allein kann prinzipbedingt keine gewünschten stationären Endwerte der Ausgangsgrößen realisieren. Dies wird erst durch die Hinzunahme des Vorfilters $\mathbf{M}_G$ zur allgemeinen dynamischen Ausgangsrückführung Gl. (6.2/18), die wie folgt lautete, möglich.

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\mathbf{x}}_R\end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_G} = \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_R\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}-\mathbf{D}_A & -\mathbf{C}_A\\ \mathbf{B}_A & \mathbf{A}_A\end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{C} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_R\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{M}_2\\ \mathbf{M}_1\end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_G}\mathbf{w}$$

Das Auslegungsziel beim Entwurf des Vorfilters $\mathbf{M}_G$ ist es also, ein gutes Führungsverhalten für stationäre Führungsgrößen $\mathbf{w}_\infty$ zu gewährleisten, [Konigorski 2003c], [Föllinger 1994], so dass $\mathbf{y}_G = \mathbf{C}_G\,\mathbf{x}_G$ den stationären Endwert $\mathbf{y}_\infty = \mathbf{w}_\infty$ annimmt. Voraussetzung ist, dass die Rückführungsmatrix $\mathbf{K}_G$ bereits entworfen worden ist und dass der geschlossene Regelkreis stabil ist. Außerdem muss die Anzahl der Regelgrößen q gleich der Anzahl der Stellgrößen p sein. Auf das Beispielgetriebe übertragen bedeutet dies, dass zur Realisierung stationärer Werte für die beiden Auslenkungen $\gamma_{2,\infty}$ und $\gamma_{4,\infty}$ zwei Aktuatoren notwendig sind. Die Berechnungsvorschrift für das Vorfilter $\mathbf{M}_G$ folgt aus einer Betrachtung der Laplace-transformierten Systembeschreibung

$$\begin{aligned}
&\dot{\mathbf{x}}_G = (\mathbf{A}_G - \mathbf{B}_G\mathbf{K}_G\mathbf{C}_G)\mathbf{x}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{M}_G\mathbf{w} \\
&\rightarrow \quad \mathbf{x}_G(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{K}_G\mathbf{C}_G)^{-1}\mathbf{B}_G\mathbf{M}_G\mathbf{w}(s) \\
&\mathbf{y} = \mathbf{C}_G\mathbf{x} \\
&\rightarrow \quad \mathbf{y}(s) = \underbrace{\mathbf{C}_G(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_G + \mathbf{B}_G\mathbf{K}_G\mathbf{C}_G)^{-1}\mathbf{B}_G}_{\mathbf{G}_w}\mathbf{M}_G\mathbf{w}(s)
\end{aligned} \tag{6.2/44}$$

Damit kann der Systemausgang $\mathbf{y}(s)$ kurz als $\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}_w(s)\,\mathbf{M}_G\,\mathbf{w}(s)$ angegeben werden. Mit dem Endwertsatz der Laplace-Transformation ergibt sich

$$\mathbf{y}_\infty = \mathbf{G}_w(0)\mathbf{M}_G\mathbf{w}_\infty \overset{!}{=} \mathbf{w}_\infty \Leftrightarrow \mathbf{M}_G = \mathbf{G}_w(0)^{-1} \tag{6.2/45}$$

$$\mathbf{M}_G = (\,\mathbf{C}_G\,(\,\mathbf{B}_G\mathbf{K}_G\mathbf{C}_G - \mathbf{A}_G)^{-1}\,\mathbf{B}_G)^{-1} \tag{6.2/46}$$

und schließlich, [Föllinger 1994]:

$$\mathbf{M}_G = \mathbf{K}_G - (\mathbf{C}_G\,\mathbf{A}_G^{-1}\,\mathbf{B}_G)^{-1} \tag{6.2/47}$$

Bei der Zustands- und Ausgangsregelung ist $\mathbf{M}_1 = \mathbf{0}$ und bei der PI-Zustandsregelung ist $\mathbf{M}_1 = \mathbf{E}$ und es muss nur das Vorfilter $\mathbf{M}_2$ bestimmt werden. Vor diesem Hintergrund leitet [Föllinger 1994] aus der Betrachtung eines gesteuerten Systems, **Bild 6.2/16**, eine alternative Berechnungsformel für die Bestimmung des Vorfilters $\mathbf{M}_2$ her.

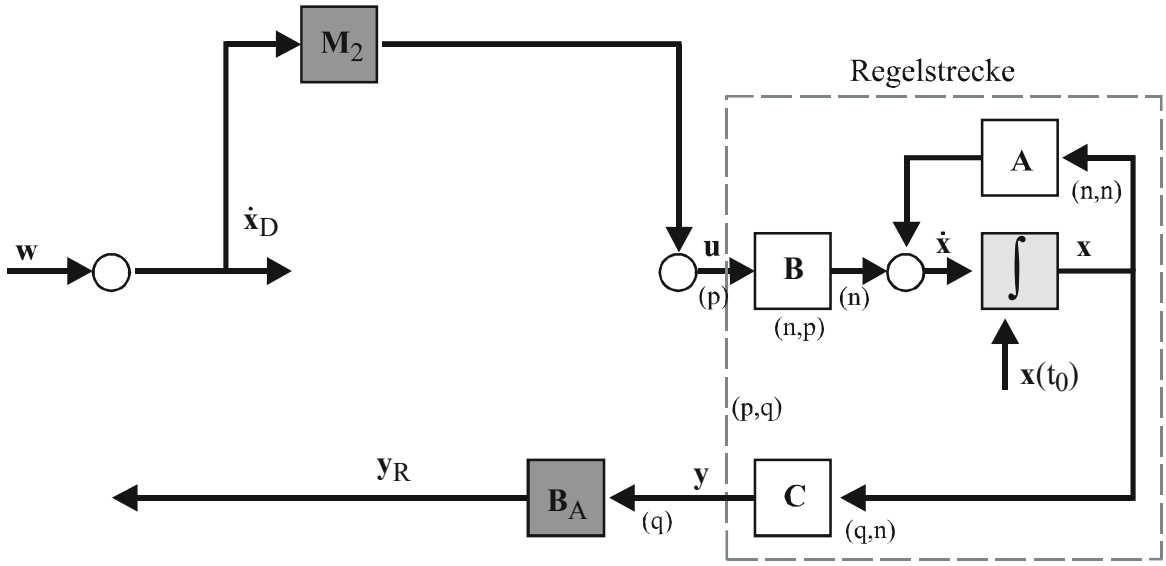


Bild 6.2/16: Gesteuertes System mit Vorfilter $\mathbf{M}_2$

Im stationären Zustand gilt für das gesteuerte System

$$\begin{aligned}
&\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{M}_2\mathbf{w} \Leftrightarrow \mathbf{x} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}_2\mathbf{w} \\
&\mathbf{y}_R = \mathbf{B}_A\mathbf{C}\mathbf{x} = -\mathbf{B}_A\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}_2\mathbf{w} \overset{!}{=} \mathbf{w}
\end{aligned} \tag{6.2/48}$$

Falls die Dimension des Ausgangs $\mathbf{y}_R$ gleich der Anzahl p der Stellgrößen ist, also $\mathbf{M}_2$ eine (p x n)-Matrix ist, kann aus der Forderung, dass im stationären Zustand gilt $\mathbf{y}_R = \mathbf{w}$ aus der unteren Gleichung eine Berechnungsvorschrift für $\mathbf{M}_2$ abgeleitet werden.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_D\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}_2 &= -\mathbf{E} \\ \mathbf{M}_2 &= -(\mathbf{B}_D\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1} \end{aligned} \tag{6.2/49}$$

Die Berechnung des Vorfilters sollte wiederum im Computer-Algebra-Programm vorgenommen werden, um die Matrixinvertierungen symbolisch durchzuführen und die Ergebnisformeln so weit wie möglich zu vereinfachen. Dies führt zu einer erheblichen Reduzierung der Taktzeit mit der die Regelung auf dem Steuerungsrechner arbeiten kann.

6.2.4 Prozessbaustein Überprüfung auf Stabilität

Entwurfsverfahren wie die Polvorgabe, die im vorherigen Abschnitt erläutert wurde, garantieren Stabilität für zeitinvariante lineare Systeme. Für gesicherte Aussagen über die Stabilität zeitvarianter linearer Systeme muss die Stabilität des geregelten Systems jedoch gesondert untersucht werden. Eine Möglichkeit besteht darin, die Stabilität des nichtlinearen Ausgangssystems zu untersuchen. Hierfür werden in der Fachliteratur zur Regelungstechnik und zur Systemtheorie (z. B. [Föllinger 1993], [Konigorski 2003c]) mehrere Verfahren erläutert. Vor allem ist die direkte Methode nach Lyapunov zu nennen, [Föllinger 1993], [Queiroz und Dawson 2000]. Bei dieser Methode wird die nichtlineare Bewegungsgleichung nicht gelöst, sondern es wird die Dissipation der Energie betrachtet. Dabei wird der Zeitverlauf der Gesamtenergie im physikalischen Sinne oder der Zeitverlauf einer verallgemeinerten Energiefunktion, die auch als Lyapunov-Funktion bezeichnet wird, untersucht. Die Energiefunktion bzw. die Lyapunov-Funktion zu bestimmen ist im Allgemeinen allerdings schwierig. In [Santibañez und Kelly 2001] ist beispielsweise für ein Bewegungssystem mit offener kinematischer Kette eine geeignete Lyapunov-Funktion zur Überprüfung auf globale asymptotische Stabilität zu finden. In [Konigorski 2003c] wird mit der direkten Methode nach Lyapunov gezeigt, dass Stabilitätsaussagen, die für ein bezüglich der Ruhelage linearisiertes System getroffen werden, auf die Ruhelage des nichtlinearen Systems übertragen werden können. Die Stabilitätsuntersuchung anhand der linearisierten Gleichung wird in diesem Abschnitt ausführlich behandelt. Methoden zur symbolisch-analytischen Stabilitätsuntersuchung nichtlinearer Systeme (z. B. Popow-Kriterium, Kreiskriterium, harmonische Balance, etc.) werden nicht betrachtet. Hier sei auf die oben genannte Fachliteratur oder auf Literatur mit konkreten Anwendungsbeispielen verwiesen. In [Yu und Cleghorn 2002] wird beispielsweise die Methode der harmonischen Balance für die Stabilitätsuntersuchung bei einem Kurbelgetriebe mit elastischen Gliedern angewendet. Anzumerken ist noch, dass die empirische Stabilitätsuntersuchung durch Simulation bei linearen und bei nichtlinearen Systemen häufig eine pragmatische Alternative zum symbolischen Vorgehen darstellt. Die dabei getroffenen Stabilitätsaussagen können allerdings nicht verallgemeinert werden, sondern gelten nur

für die untersuchten Betriebszustände. Wenn große Modellunsicherheiten vorliegen empfiehlt sich auch eine experimentelle Verifikation der Regelungen.

Die beiden nichtlinearen Gleichungen (4.2/3) und (4.2/4) sind zwei Beispiele für die Klasse der periodischen nichtlinearen Gleichungssysteme, die charakteristisch für Bewegungssysteme mit ungleichmäßig übersetzenden Getrieben und mit konstanter Antriebsgeschwindigkeit sind. Bei diesen Systemen sind die Koeffizienten in der Massenmatrix $\mathbf{M}(t)$ und die Koeffizienten in den Vektoren $\mathbf{g}(t)$ und $\mathbf{d}(t)$ aus Gl. (4.2/1) periodisch. Nach der Linearisierung führen diese nichtlinearen Gleichungen auf die linearen zeitvarianten Bewegungsgleichungen (4.2/9) und (4.2/9) mit periodischen Koeffizientenmatrizen $\mathbf{M}(t)$, $\mathbf{P}(t)$ und $\mathbf{Q}(t)$. Die Zeitvarianz der Koeffizientenmatrizen führt zu einer Parametererregung. Zur Stabilitätsuntersuchung bei allgemeinen linearen zeitvarianten Systemen existieren spezielle Methoden, wie z. B. die Integration der Eigenwerte, [Ansorge und Oberle 2000]. Für die Untersuchung der Stabilität von periodischen linearen Systemen wenden [Friedmann u. a. 1977] das Floquet-Lyapunov-Theorem an. Die Lösung der homogenen und der inhomogenen linearen Differentialgleichung mit periodischen Koeffizienten kann mit Hilfe des Floquet-Theorems bestimmt werden, [Klotter 1988]. Für die Betrachtung der theoretischen Zusammenhänge ist es günstig, die Form der linearen bzw. der nichtlinearen Zustandsgleichung Gl. (4.2/13) bzw. (4.2/6) zu verwenden. Die lineare Gleichung (4.2/13)

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{w}(t) + \mathbf{b}(t)$$

kann nach der Floquet´schen Theorie mit der periodisch zeitvarianten Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix $\mathbf{L}(t)$

$$\boldsymbol{\zeta} = \mathbf{L}(t)\,\mathbf{w} \qquad (6.2/50)$$

in eine zeitinvariante Form mit konstanter, aber komplexer Matrix $\mathbf{C}$ transformiert werden, [Müller 1977]:

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \mathbf{C}\boldsymbol{\zeta} + \mathbf{L}^{-1}(t)\mathbf{b}(t) \qquad (6.2/51)$$

Für dieses zeitinvariante lineare Gleichungssystem kann anhand der Eigenwerte der Matrix $\mathbf{C}$ die Stabilität untersucht werden, [Ansorge und Oberle 2000]. Auch das Auftreten von Resonanz aufgrund einer periodischen Erregung durch $\mathbf{b}(t)$ kann anhand der Eigenwerte von $\mathbf{C}$ untersucht werden, [Butcher 2000]. Außerdem können die freien Schwingungen (d.h. $\mathbf{b}(t) = \mathbf{0}$) aufgrund der Parametererregung in $\mathbf{L}(t)$ bestimmt werden. Mit den Anfangsbedingung $\boldsymbol{\zeta}_0 = \mathbf{L}(t)\,\mathbf{w}_0$ ist die homogene Lösung

$$\boldsymbol{\zeta}(t) = e^{\mathbf{C}\cdot t} \cdot \mathbf{L}(t_0)\mathbf{w}_0 \qquad (6.2/52)$$

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{L}^{-1}(t) \cdot e^{\mathbf{C}\cdot t} \cdot \mathbf{L}(t_0)\mathbf{w}_0 \qquad (6.2/53)$$

Mit Gl. (6.2/53) kann die Überführungsmatrix $\mathbf{\Phi}(t, t_0)$ des Gleichungssystems (4.2/13), die den Systemzustand $\mathbf{w}(t_0)$ zum Zeitpunkt t_0 in den Zustand $\mathbf{w}(t) = \mathbf{\Phi}(t, t_0)\,\mathbf{w}(t_0)$ zum Zeitpunkt t überführt, bei linearen periodischen Systemen in der Form

$$\mathbf{\Phi}(t, t_0) = \mathbf{L}^{-1}(t) \cdot e^{\mathbf{C} \cdot t} \cdot \mathbf{L}(t_0) \tag{6.2/54}$$

angegeben werden, [Müller 1977]. Vor der Stabilitätsbetrachtung (Gl. (6.2/51)) und der Berechnung der freien Schwingungen (Gl. (6.2/54)) muss allerdings die Matrix **C** und, was bedeutend schwieriger ist, die Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix **L**(t) berechnet werden. Die Matrix **C** kann mit Hilfe der Überführungsmatrix zum Endzeitpunkt der Periode t = T berechnet werden. Für die Lyapunov-Floquet Transformationsmatrix gilt $\mathbf{L}(t_0) = \mathbf{L}(T) = \mathbf{E}$ und somit nach Gl. (6.2/54)

$$\mathbf{\Phi}(T,0) = e^{\mathbf{C} \cdot T} \tag{6.2/55}$$

Falls die unabhängige Variable Zeit t so normiert wird, dass die Periodendauer für diese Zeit T = 1 beträgt, lässt sich mit Gl. (6.2/55) eine einfache Beziehung zwischen den Eigenwerten der Matrix **C** und den Eigenvektoren der Überführungsmatrix $\mathbf{\Phi}(T,0)$ für den Endzeitpunkt T = 1 der Periode

$$\mathbf{\Phi}(T = 1,0) = e^{\mathbf{C}} \tag{6.2/56}$$

herstellen, um damit letztendlich die Matrix

$$\mathbf{C} = \ln\left(\mathbf{\Phi}(T = 1,0)\right) \tag{6.2/57}$$

zu bestimmen [Friedmann u. a. 1977]. Mit Hilfe der Modalmatrix **W** und der darin enthaltenen Eigenvektoren von $\mathbf{\Phi}(T,0)$ kann $\mathbf{\Phi}(T,0)$ diagonalisiert werden.

$$\mathbf{\Phi}_{dia} = \mathbf{W}\,\mathbf{\Phi}(T = 1,0)\,\mathbf{W}^{-1} \tag{6.2/58}$$

Es gilt für die gesuchte Matrix **C**

$$\mathbf{C} = \ln\left(\mathbf{\Phi}(T = 1,0)\right) = \mathbf{W}^{-1} \ln\left(\mathbf{\Phi}_{dia}\right)\mathbf{W} \tag{6.2/59}$$

falls die Frobenius Norm von (**E** - **Φ**) kleiner 2 ist. Der Schwerpunkt der Arbeit [Friedmann u. a. 1977] liegt darauf, effiziente numerische Berechnungsverfahren für $\mathbf{\Phi}(T,0)$ zu entwickeln. Diese basieren darauf, die periodischen Koeffizienten der Systemmatrix **A**(t) durch abschnittsweise konstante Stufenfunktionen anzunähern. Um die numerische Integration bei der Lösung des Gleichungssystems (6.2/53) zu umgehen, werden die periodischen Koeffizienten der Systemmatrix $\mathbf{\Phi}(t,0)$ in [Sinha u. a. 1993] durch Chebysheff-Polynome angenähert. Dies bringt erhebliche numerische Vorteile mit sich, da in diesem Fall lediglich ein lineares Gleichungssystem gelöst werden muss, um **C** aus der Überführungsmatrix $\mathbf{\Phi}(t, t_0)$ zu bestimmen. Die Überführungsmatrix $\mathbf{\Phi}(t, t_0)$ wurde im Abschnitt 4.2 bereits für die Bestimmung der stationären Schwingungsantwort verwendet. Dort war, anders als in Gl. (6.2/54), für die Berechnung von $\mathbf{\Phi}(t, t_0)$ keine explizite Bestimmung der Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix **L**(t) notwendig. Allerdings zeigte sich, dass aus

numerischen Gründen ein Chebysheff-Polynom mit 126 Koeffizienten notwendig war, um die Zeitverläufe der Zustände bzw. den Verlauf von $\mathbf{\Phi}(t,t_0)$ über eine vollständige Periode ausreichend genau zu beschreiben. Die Matrix **L**(t) kann aber bei Bedarf durch Umformung von Gl. (6.2/54) explizit aus der Matrix $\mathbf{\Phi}(t,0)$, die mit Chebysheff-Polynomen angenähert wurde, ermittelt werden.

$$\mathbf{L}(t) = \mathbf{\Phi}^{-1}(t,t_0)\cdot e^{\mathbf{C}\cdot t}\cdot \mathbf{L}(t_0) \tag{6.2/60}$$

Die Formulierungen in Gl. (6.2/50) und Gl. (6.2/51) mit einer komplexen, T-periodischen Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix **L**(t) und einer komplexen Matrix **C** kann auch in eine Formulierung mit einer reellen 2T-periodischen Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix **Q**(t) und einer reellen Matrix **R** überführt werden, [Sinha u. a. 1998].

$$\varsigma = \mathbf{Q}(t)\mathbf{w} \tag{6.2/61}$$

$$\dot{\varsigma} = \mathbf{R}\varsigma + \mathbf{Q}^{-1}(t)\mathbf{b}(t) \tag{6.2/62}$$

Dabei gilt

$$\mathbf{R} = ½\,(\mathbf{C} + \mathbf{C}^*) \tag{6.2/63}$$

$$\begin{cases} \mathbf{Q}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\,e^{-\mathbf{R}t} & 0 \le t \le T \\ \mathbf{Q}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\,\mathbf{Q}(T)e^{-\mathbf{R}t} & T \le t \le 2T \end{cases} \tag{6.2/64}$$

Die Eigenwerte der reellen Matrix **R** können wie die Eigenwerte der Matrix **C** aus Gl. (6.2/59) zur Stabilitätsaussage herangezogen werden. Die Stabilität der zeitinvarianten linearen Zustandsgleichung Gl. (4.2/13) des Kurbelgetriebeprüfstands mit elastischer Schwinge und mit einer PI-Drehzahlregelung wurde aufbauend auf die Bestimmung der stationären Schwingungsantwort mit der Methode der Chebysheff-Polynome (s. Abschnitt 4.2) in MAPLE umgesetzt. Die Berechnung der Matrix **C** erfolgt nach Gl. (6.2/59). Nach Gl. (6.2/63) ergibt sich **R** zu

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} -15{,}28 & -0{,}099 & -0{,}0011 & 0{,}0001 \\ -1{,}06 & -0{,}094 & 0{,}0013 & 0{,}013 \\ 128{,}63 & 0{,}270 & -14{,}55 & -0{,}097 \\ -290{,}01 & -171{,}19 & -1{,}41 & -0{,}097 \end{pmatrix} \tag{6.2/65}$$

Dabei ist für die Bestimmung von **R** und für die Bestimmung der Eigenwerte von **R** die Verwendung von 200 Nachkommastellen notwendig.

$$\lambda_1 = -14.95 + 0{,}068\ I,\ \lambda_2 = -14.92 - 0{,}068\ I,\ \lambda_{3,4} = -0{,}089 \pm 1.47\ I \tag{6.2/66}$$

Das erste Eigenwertpaar ist nicht exakt konjungiert komplex, was noch geringe numerische Ungenauigkeiten erkennen lässt. Die negativen Realteile lassen aber auf Stabilität des Systems schließen. Die Eigenwerte charakterisieren das Eigenverhalten für eine Systembeschreibung in den Lagegrößen ς, die durch die zeitvariante Koordinatentransformation (6.2/61) in die Zustandsgrößen **w**

überführt werden können. Daher sind in den Imaginärteilen von Gl. (6.2/66) nicht unmittelbar die Eigenfrequenzen der Systemmatrix **A**(t), die in Bild 4.2/3 für ein System mit deaktiviertem Antrieb dargestellt wurden, erkennbar. Die Berechnung der homogenen Lösung erfolgt mit der 2T-Periodischen Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix **Q** analog zu Gl. (6.2/53)

$$\mathbf{w}(t) = \mathbf{Q}^{-1}(t) \cdot e^{\mathbf{R} \cdot t} \cdot \mathbf{Q}(t_0)\mathbf{w}_0 \qquad (6.2/67)$$

In **Bild 6.2/17** sind drei Beispiele für die Verläufe der Koeffizienten aus **Q**(t) über dem Kurbelwinkel aufgetragen. In den Randbereichen sind in den Verläufen von Q[3,1] und Q[4,1] starke Schwankungen aufgrund von numerischen Ungenauigkeiten bei der Annäherung durch Chebysheff-Polynome zu erkennen.

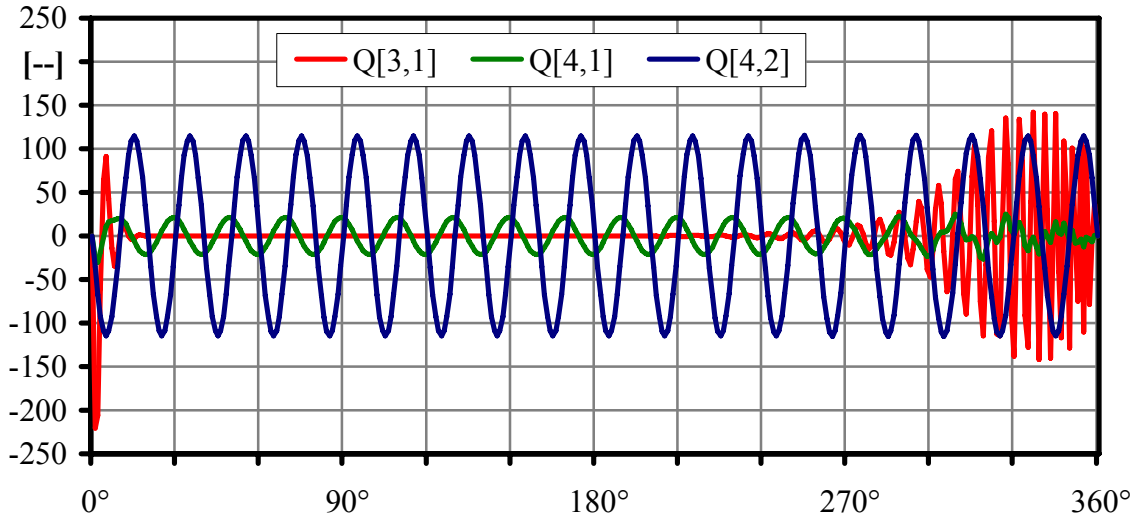


Bild 6.2/17: Beispiele für Koeffizienten der reellen Lyapunov-Floquet-Transformationsmatrix

Das vorangehend beschriebene Verfahren kombiniert numerische Methoden zur Bestimmung der Chebysheff-Koeffizienten für die Elemente der zeitvarianten Systemmatrix **A**(t) mit algebraischen Methoden zur Transformation des zeitvarianten Systems in ein zeitinvariantes System und anschließender Bestimmung der Stabilität des zeitinvarianten Systems. Der Vorteil dieses Vorgehens gegenüber einer rein numerischen Simulation des Systemverhaltens liegt darin, dass Aussagen über die Eigenschaft der Stabilität des Systems und nicht nur Aussagen über das Verhalten für die simulierten Zustände möglich sind. Die Stabilitätsaussagen bleiben aber dennoch beschränkt auf die Zustände, für die die Systemmatrix **A**(t) als Linearisierung des nichtlinearen Systems gültig ist. Dies sind in der Regel Zustände in der Nähe der gewählten Linearisierungstrajektorie. Die Berechnungszeit war bei dem Beispiel aufgrund der großen Anzahl von Chebysheff-Koeffizienten 10 bis 100 mal länger als bei der rein numerischen Simulation eines Betriebszustands.

Die Methodik der Verwendung von Chebysheff-Polynomen zur Stabilitätsuntersuchung wird in [Sinha u. a. 1996] und [Sinha u. a. 1998] auch auf periodische Systeme mit nichtlinearem Anteil $\mathbf{n}(\zeta, t)$ und mit periodischer Erregung **b**(t) erweitert.

$$\dot{\zeta} = \mathbf{C}\zeta + \mathbf{L}^{-1}(t)\mathbf{n}(\zeta, t) + \mathbf{L}^{-1}(t)\mathbf{b}(t) \qquad (6.2/68)$$

Außerdem wird das Verfahren in [Sinha und Wooden 2007] auf nichtlineare Systeme mit quasiperiodischen Koeffizienten erweitert. Ergänzend sei noch erwähnt, dass [Friedmann u. a. 1977] auf zwei weitere Vorgehensweisen zur Stabilitätsbetrachtung zeitvarianter Systeme hinweisen, die in [Sinha u. a. 1993] kurz erläutert werden. Dies sind zum einen Methoden, die auf der Störungstheorie basieren und nur für kleine zeitliche Veränderungen der Parameter anwendbar sind, [Meirovitch 1970], und zum anderen die „Infinite-Determinante-Methode“ nach Hill, die allerdings nur Stabilitätsgrenzen im Parameterraum liefert, nicht aber Aussagen über die Größe der Schwingungsamplituden für bestimmte Parameterwerte erlaubt.

Bei Verwendung der magnetorheologischen Aktuatoren muss deren Totzeiteffekt bei der Stabilitätsuntersuchung berücksichtigt werden. In [Sipahi und Olgac 2003] wird der Einfluss von Totzeit auf die Stabilität von Bewegungssystemen mit Regelungen zur aktiven Schwingungsminderung betrachtet. Die Untersuchung beschränkt sich dabei auf lineare zeitinvariante Systeme. Der Steuerungsrechner (s. Bild 6.1/1) arbeitet zeitdiskret. Stabilität ist bei zeitdiskreten Systemen so definiert, dass ein System als stabil bezeichnet wird, wenn bei einer beschränkten Eingangsfolge auch die Ausgangsfolge beschränkt ist. In [Konigorski 2003d] wird dargestellt, wie die Stabilitätsuntersuchung für zeitdiskrete Systeme auf die Anwendung der Methoden für zeitkontinuierliche Systeme zurückgeführt werden kann. Bei dem Prüfstand treten durch die Zeitdiskretisierung keine Probleme auf. Es zeigte sich aber, dass die Wertdiskretisierung der Drehgeber ein instabiles Systemverhalten verursacht. Es lässt sich aber durch Simulationsrechnungen und Versuche auch zeigen, dass die Messdatenaufbereitung (s. Bild 5.5/1) das System wieder stabilisiert. Bei der Messdatenaufbereitung wird die Winkelgeschwindigkeit durch eine Extrapolation ermittelt. Alternativ dazu ist der Einsatz eines Beobachters zur Ermittlung der Winkelgeschwindigkeiten möglich.

6.2.5 Prozessbaustein Beobachterentwurf

Wenn nicht alle Zustände des Systems messtechnisch zugänglich sind, können Folgebeobachter auf Basis des linearisierten Streckenmodells entworfen werden, um diese Zustände zu ermitteln. Ein Beispiel für nicht messbare Größen sind die Winkelgeschwindigkeiten am Antrieb und am Abtrieb des Prüfstands, die durch eine diskrete Differentiation des Winkelsignals ohne Messdatenaufbereitung nicht mit ausreichender Qualität ermittelt werden können (vgl. Abschnitt 5.5). Beobachter werden für den geschlossenen Regelkreis entworfen, [Wendt und Lutz 2002]. Voraussetzung ist, dass Steuerbarkeit (s. Abschnitt 6.2.3) und Beobachtbarkeit vorliegen und dass die Zustandsregelung **R** bereits ausgelegt wurde. Beobachtbarkeit ist gegeben, wenn der Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ in endlicher Zeit bei bekanntem Eingangsvektor **u**(t) durch Messung des Ausgangsvektors **y**(t) bestimmbar ist. Die Beobachtbarkeit kann mit Hilfe der Beobachtbarkeitsmatrix $\mathbf{Q}_B$ überprüft werden. Vollständige Beobachtbarkeit liegt vor, wenn gilt $\det(\mathbf{Q}_B) <> 0$. Falls $\det(\mathbf{Q}_B) = 0$ ist, sind nicht alle Zustandsgrößen beobachtbar. Die Beobachtbarkeitsmatrix berechnet sich zu

$$\mathbf{Q}_B = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{pmatrix} \tag{6.2/69}$$

Nach der Überprüfung auf Beobachtbarkeit kann ein vollständiger Beobachter oder ein reduzierter Beobachter ausgelegt werden. Das Ziel des vollständigen Beobachters (Luenberger-Beobachter) ist es, einen ausreichend schnellen Beobachter für alle Zustandsgrößen

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{x} \tag{6.2/70}$$

zu Erstellen. Der Beobachter wird dazu mit einer Zustandsrückführung **R** kombiniert, **Bild 6.2/18**.

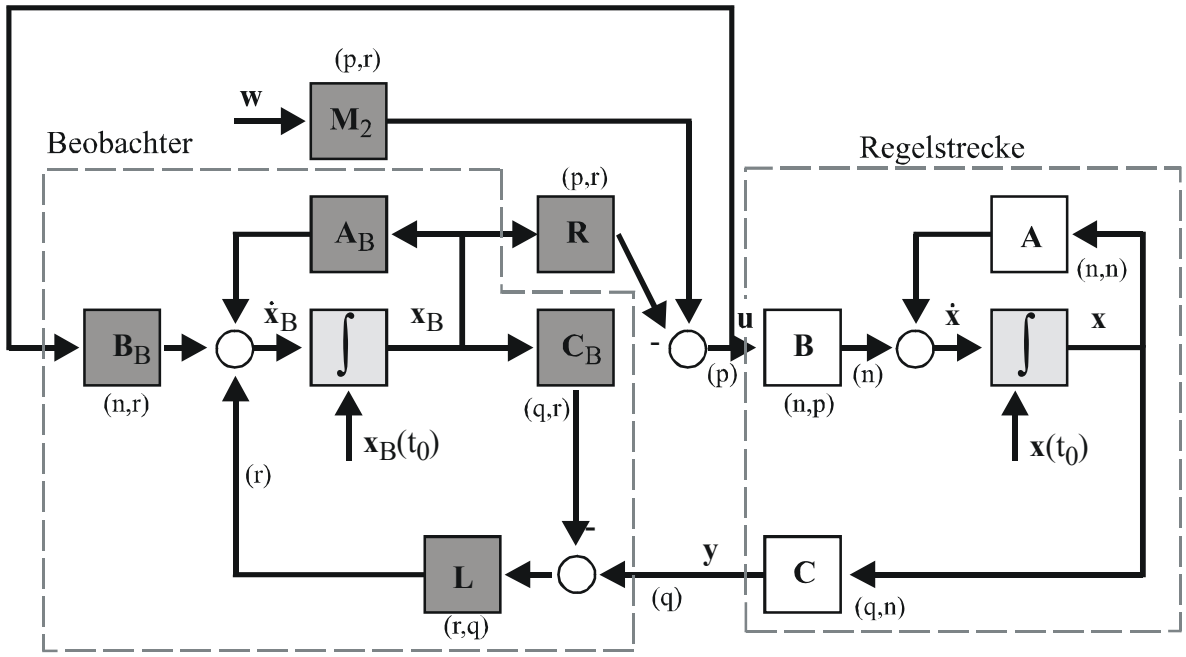


Bild 6.2/18: Konstante Zustandsrückführung mit Luenberger-Beobachter

Die Zustandsgleichung des Gesamtsystems

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_B \end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_G} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_G} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_B \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{R} \\ \mathbf{L} & \mathbf{A}_B - \mathbf{L}\mathbf{C}_B - \mathbf{B}_B\mathbf{R} \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_G} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_G} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_B \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G} \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{B}\mathbf{M}_2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_G} \mathbf{w} \tag{6.2/71}$$

kann mit den Zusammenhängen

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}_A = \mathbf{A}_B - \mathbf{L}\mathbf{C}_B - \mathbf{B}_B\mathbf{R} \quad && \mathbf{B}_A = \mathbf{L} \quad && \mathbf{M}_1 = \mathbf{B}\mathbf{M}_2 \\ &\mathbf{C}_A = \mathbf{R} && \mathbf{D}_A = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{6.2/72}$$

wiederum in die Gleichung der allgemeinen dynamischen Ausgangsrückführung Gl. (6.2/18) überführt werden. Die Rückführungsmatrix $\mathbf{K}_G$ wird allerdings nicht als Ganzes bestimmt, sondern es wird eine Strategie verfolgt, Teilmatrizen von $\mathbf{K}_G$ einzeln nacheinander zu bestimmen. Das mathematische Modell der Strecke, das ausreichend genau bekannt sein muss, wird zur a priori Festlegung der Matrizen $\mathbf{A}_B$=**A**, $\mathbf{B}_B$=**B** und $\mathbf{C}_B$=**C** verwendet. Da außerdem vorausgesetzt wird, dass für den geschlossenen Regelkreis bereits eine stabile Regelung **R** ausgelegt wurde, muss für die vollständige Bestimmung der Reglerparameter nur noch die Beobachtermatrix **L** ermittelt werden. Sie hat zur Aufgabe, den Schätzfehler $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_B$ des Beobachters gegen Null konvergieren zu lassen. Für den Schätzfehler $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_B$ gilt

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_B = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - (\mathbf{A}\mathbf{x}_B - \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x}_B + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x}) \tag{6.2/73}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}} . \tag{6.2/74}$$

Die Struktur der Gl. (6.2/74) entspricht einer Regelung nach Gl. (6.2/21), wobei **L** die Rolle der Rückführung **R** übernimmt. Sie kann mit den Methoden aus Abschnitt 6.2.3 ausgelegt werden. Bei der Polvorgabe sollten die Eigenwerte der Matrix **(A – LC)** so gewählt werden, dass Sie links von denen des geschlossenen Regelkreises ohne Beobachter liegen. Sie sollten aber auch nicht zu weit links liegen, da sonst ein differenzierendes System entsteht, das das Messrauschen noch verstärkt [Konigorski 2003c]. Die Eigenwerte des durch den Beobachter geschlossenen Systems sind die Summe der Eigenwerte des Beobachters und des geschlossenen Regelkreises ohne Beobachter. Daher ist es legitim, den Regler und den Beobachter getrennt voneinander zu entwerfen (Separationstheorem), [Föllinger 1994].

Wenn zur Beobachterauslegung nicht die Methode der Polvorgabe verwendet wird, sondern durch einen Riccati-Entwurf für **L** das verlaufsoptimale Gütemaß Gl. (6.2/35) minimiert wird, entspricht der Beobachter einem stationären Kalmanfilter, das in der Messtechnik zur Rauschunterdrückung eingesetzt wird, [Konigorski 2003c]. Werden sowohl die Rückführung **R** als auch die Beobachtermatrix **L** mit einem Riccati-Entwurf ausgelegt, so wird der Gesamtentwurf auch als Linear-Quadratic-Gaussian (LQG) Entwurf bezeichnet. [Sannah u. a. 1995] und [Sannah und Smaili 1998] bringen zwei Paare von piezoelektrischen Sensoren / Aktuatoren auf der Koppel einer Kurbelschwinge mit elastischer Koppel und elastischer Schwinge an und nehmen einen LQG-Entwurf für das zeitvariante linearisierte System vor. [Sung und Chen 1991] wählen ein ähnliches Vorgehen für die Schwingungsminderung bei einer Kurbelschwinge mit elastischer Schwinge. Sie merken an, dass die Wahl der Gewichtungsfaktoren für die optimale Regelung einiger heuristischer Versuche bedurfte. Das heuristische Vorgehen ist aber auch für die Bestimmung geeigneter Polvorgaben typisch. In [Cho u. a. 1998] wird der LQG-Entwurf für ein Kurbelgetriebe mit elastischer Kurbel, Koppel und Schwinge behandelt.

Wenn, wie bei dem Prüfstandsbeispiel, einige Zustandsgrößen messbar sind, ist es sinnvoll, diese direkt in der Regelung zu verwenden und nur die nicht messbaren Größen durch einen reduzierten Beobachter zu ermitteln. Die Struktur eines reduzierten Beobachters ist im **Bild 6.2/19** dargestellt.

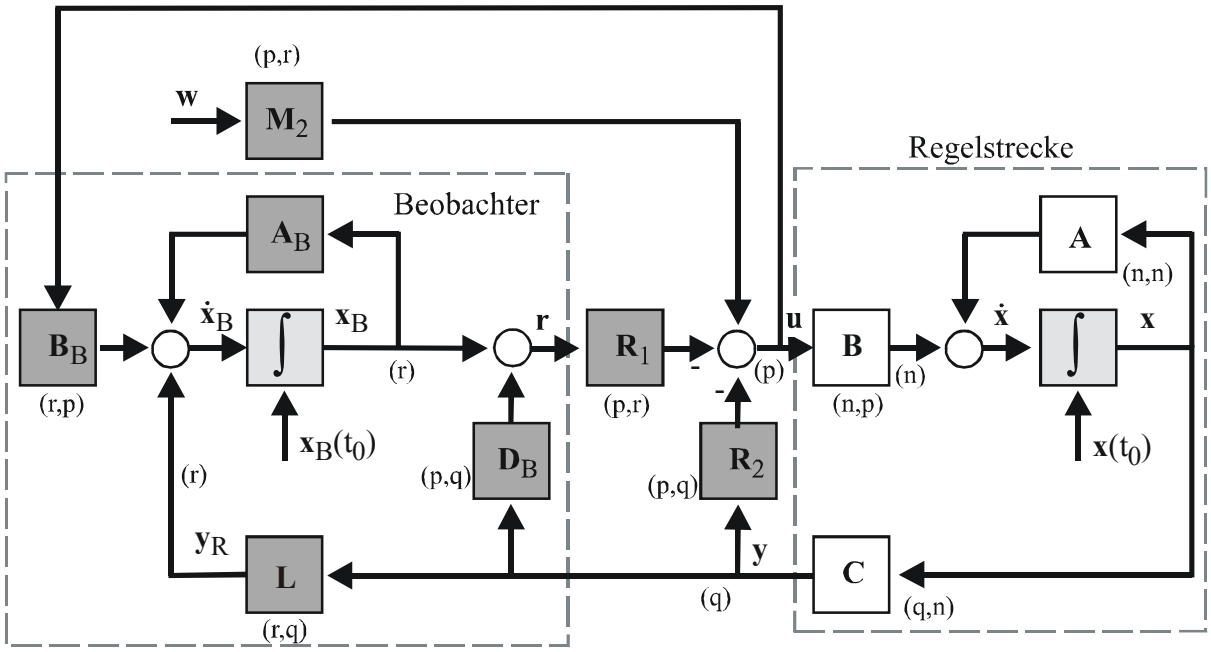


Bild 6.2/19: Konstante Ausgangsrückführung mit reduziertem Zustandsbeobachter

Die Zustandsgleichung

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \dot{\mathbf{x}}_B\end{pmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_G}=\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_B\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G}+\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{R}_1\mathbf{D}_B+\mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_1\\ \mathbf{B}_B\mathbf{R}_1\mathbf{D}_B+\mathbf{R}_2+\mathbf{L} & \mathbf{A}_B+\mathbf{B}_B\mathbf{R}_1\end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{C} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \mathbf{x}_B\end{pmatrix}}_{\mathbf{x}_G}+\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E}\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_G}\underbrace{\begin{pmatrix}\mathbf{M}_2\\ \mathbf{B}_B\mathbf{M}_2\end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_G}\mathbf{w} \tag{6.2/75}$$

ist mit

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}_A=\mathbf{A}_B+\mathbf{B}_B\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{B}_A=\mathbf{B}_B\mathbf{R}_1\mathbf{D}_B+\mathbf{R}_2+\mathbf{L} \quad \mathbf{M}_1=\mathbf{B}_B\mathbf{M}_2\\ &\mathbf{C}_A=-\mathbf{R}_1 \qquad\qquad \mathbf{D}_A=-\mathbf{R}_1\mathbf{D}_B-\mathbf{R}_2\end{aligned} \tag{6.2/76}$$

wiederum eine Sonderform der allgemeinen Ausgangsrückführung. Die Teilmatrizen der Rückführungsmatrix $\mathbf{K}_G$ werden genau wie beim Luenberger-Beobachter wieder einzeln bestimmt, [Föllinger 1994]. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Messgrößen **y** eine Teilmenge der Zustandsgrößen **x** sind. Die restlichen Zustandsgrößen sind im Vektor **r** zusammengefasst

$$\mathbf{x}=\begin{pmatrix}\mathbf{y}\\ \mathbf{r}\end{pmatrix}. \tag{6.2/77}$$

Die Zustandsgleichung für die Beobachter-Zustandsgrößen

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{r} - \mathbf{D}_B\,\mathbf{y}, \tag{6.2/78}$$

kann aus Bild 6.2/19 abgelesen werden.

$$\dot{\mathbf{x}}_B=\mathbf{A}_B\mathbf{x}_B+\mathbf{B}_B\mathbf{u}+\mathbf{L}\mathbf{y} \tag{6.2/79}$$

Für die Beobachterzustandsgrößen kann außerdem aus der Zustandsgleichung der Regelstrecke

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \hline \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{array}\right) \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \hline \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{u} \tag{6.2/80}$$

abgelesen werden:

$$\dot{\mathbf{x}}_B = \mathbf{A}_{21}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{22}\mathbf{r} - \mathbf{D}_B\left(\mathbf{A}_{11}\mathbf{y} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{r}\right) + \mathbf{B}_2\mathbf{u} - \mathbf{D}_B\mathbf{B}_1\mathbf{u} \tag{6.2/81}$$

Offensichtlich überführt folgende Substitution die Gl. (6.2/79) in die Gl. (6.2/81)

$$\mathbf{A}_B = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{D}_B\,\mathbf{A}_{12}, \tag{6.2/82}$$

$$\mathbf{B}_B = \mathbf{B}_2 - \mathbf{D}_B\,\mathbf{B}_1 \tag{6.2/83}$$

$$\mathbf{L} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{D}_B\,\mathbf{A}_{12})\mathbf{D}_B + \mathbf{A}_{21} - \mathbf{D}_B\,\mathbf{A}_{11}, \tag{6.2/84}$$

Es muss also nur noch die unbekannte Matrix $\mathbf{D}_B$ für die Rückführung $\mathbf{K}_G$ bestimmt werden. Dies kann geschehen, indem die Eigenwerte für die homogene Zustandsgleichung des Beobachters

$$\dot{\mathbf{x}}_B = \mathbf{A}_B\mathbf{x}_B \Leftrightarrow \dot{\mathbf{x}}_B = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{D}_B\mathbf{A}_{12})\mathbf{x}_B \tag{6.2/85}$$

durch die Methode der Polplatzierung festgelegt werden. Die wird im Folgenden für den Kurbelgetriebeprüfstand umgesetzt.

Bei dem Prüfstand können die Geschwindigkeiten aufgrund der Diskretisierung nicht ausreichend gut bestimmt werden, so dass ein Beobachter für $\mathbf{r} = \dot{\mathbf{x}}$ und $\mathbf{y} = \mathbf{x}$ ausgelegt werden soll. Der Vergleich von Gl. (6.2/80) mit der Zustandsgleichung (4.2/13) und dem Erregervektor (4.2/15) liefert

$$\mathbf{A}_B = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} - \mathbf{D}_B\,, \tag{6.2/86}$$

$$\mathbf{B}_B = -\mathbf{D}_B\,\underline{\mathbf{B}} \tag{6.2/87}$$

$$\mathbf{L} = (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} - \mathbf{D}_B)\,\mathbf{D}_B - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{Q}\,, \tag{6.2/88}$$

Die homogene Zustandsgleichung des Beobachters Gl. (6.2/85) für den Kurbelgetriebeprüfstand lautet damit

$$\dot{\mathbf{x}}_D = (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} - \mathbf{D}_B)\mathbf{x}_D \tag{6.2/89}$$

Aus der Forderung, dass das charakteristische Polynom dieser Gleichung $p(\lambda) = (\lambda\mathbf{E} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} + \mathbf{D}_B)$ mit dem gewünschten Polynom $p^*(\lambda) = \left(\lambda - (a + ib)\right)\left(\lambda - (a - ib)\right)$ identisch ist, folgt ein überbestimmtes Gleichungssystem zur Bestimmung der Elemente von $\mathbf{D}_B$. Der Zeilenindex und der Spaltenindex der Matrixelemente werden im Folgenden in eckigen Klammern angegeben. Für das Beispielsystem wurde $\mathbf{D}_B[2,1] = -b$ und $\mathbf{D}_B[2,1] = -a$ festgelegt, damit alle Elemente der Matrix $\mathbf{D}_B$ von gleicher Größenordnung sind und damit keine Nullstellen in den Nennen auftreten. Mit dieser Voraussetzung ergibt sich für die anderen beiden Matrixelemente

$$\mathbf{D}_B[1,1] = -a + (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[2,2] + (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[1,1] \tag{6.2/90}$$

$$\mathbf{D}_B[1,2] = \frac{(-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[1,2]b + (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[2,2]^2 + (-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[1,2](-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[2,1] + b^2}{(-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P})[2,1] + b} \tag{6.2/91}$$

Der Beobachterpol wird auf den Wert $-30 \pm i300$ gelegt, so dass die Beobachterfrequenz oberhalb der höchsten Eigenfrequenz des geregelten Systems liegt. Der so ausgelegte Beobachter ist in der Lage, die An- und die Abtriebswinkelgeschwindigkeit aus den diskreten Drehgebersignalen für den An- und den Abtriebswinkel zu ermitteln. Für beide Größen sind in **Bild 6.2/20** und **Bild 6.2/21** die vom Beobachter ermittelten Werte den von der Messdatenaufbereitung nach Bild 5.5/1 ermittelten Werte gegenüber gestellt. Die Benennung der Kurven erfolgt in den Bildern daher mit „Beobachter...“ und „Interpolation...“. Bei den beiden zugrundeliegenden Simulationen wurde einmal die Drehzahlregelung („...DZR“) und einmal die Zustandsregelung („...PIZR (-1/-20/-20)“, s. Abschnitt 6.2.3) verwendet. Im zweiten Fall war der Beobachter zur Ermittlung der Eingangsgrößen für den Zustandsregler in den Regelkreis eingebunden.

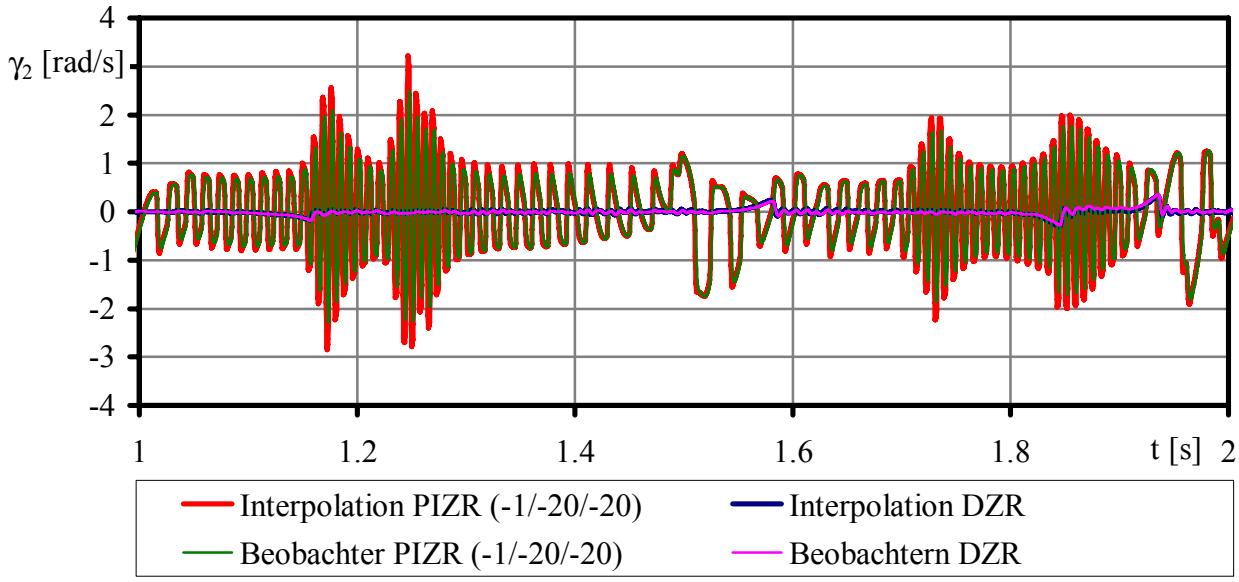


Bild 6.2/20: Durch die Interpolation und durch den Beobachter ermittelte Fehler der Antriebswinkelgeschwindigkeit für ein drehzahlgeregeltes und ein PI-Zustandsgeregeltes System

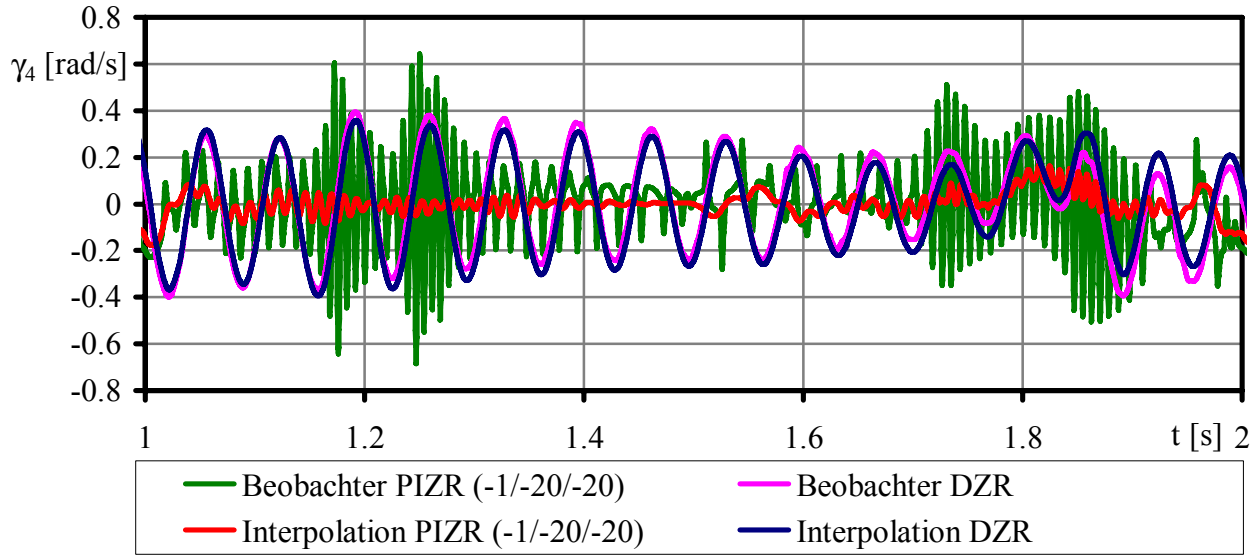


Bild 6.2/21: Durch Interpolation und durch den Beobachter ermittelte Abtriebswinkelgeschwindigkeit für ein drehzahlgeregeltes und ein PI-zustandsgeregeltes System

Beim Betrieb mit der PI-Zustandsregelung auf Basis der Beobachtersignale stellt sich bei der Antriebswinkelgeschwindigkeit in Bild 6.2/20 ein stark schwingendes Drehzahlverhalten ein. Dies wirkt sich zeitweise auch stark auf den Winkelfehler am Abrieb in Bild 6.2/21 aus. Dieser Effekt am Abtrieb ist unter anderem im Zeitbereich um 1,2 s herum zu sehen. Dabei ist der vom Beobachter geschätzte Winkelgeschwindigkeitsfehler (grüne Kurve) sehr viel größer als der von der Interpolation gemessene Winkelgeschwindigkeitsfehler (rote Kurve). In diesem Bereich liegt ein großer Schätzfehler des Beobachters vor. Das stark schwingende Verhalten tritt bei vergleichbaren Simulationen (z. B. Bild 6.2/13) und Versuchen am Prüfstand (s. Bild 6.2/15), wo die interpolierten Winkelgeschwindigkeitssignale als Eingang für die PI-Zustandsregelung verwendet werden, nicht auf. Die Signalinterpolation nach Bild 5.5/1 erweist sich in diesem Fall also als robuster und ist außerdem einfacher umzusetzen.

Zwar werden die Eigenwerte der Regelung selbst durch das Einführen eines Beobachters nicht verändert, was heißt, dass die Stabilität der Regelung gewährleistet bleibt, aber andere dynamische Eigenschaften werden meist negativ beeinflusst. Das über einen Beobachter geregelte System kann sehr empfindlich reagieren, wenn das Streckenmodell nicht exakt genug mit der realen Strecke übereinstimmt, [Föllinger 1994]. Eben dieser Effekt ist bei dem Kurbelgetriebeprüfstand wiederzuerkennen. Ursache für die Instabilität sind Wechselwirkungen zwischen dem Beobachter und dem nicht modellierten Spiel des Planetengetriebes, das sich zwischen dem Motor und dem Drehgeber in A_0 befindet. Die Genauigkeit des Modells kann bei Bedarf erhöht werden, indem ein nichtlineares Modell, das das Spiel berücksichtigt, verwendet wird. In [Röbenack 2004] wird der entsprechende Beobachterentwurf für ein nichtlineares System, dass in die Byrnes-Isidori-Normalform transformiert werden kann, beschrieben.

7 Integrative Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Konzept zur fachübergreifenden, integrativen Auslegung mechatronischer Bewegungssysteme (vgl. Bild 6/1) vorzustellen. Der Schwerpunkt liegt auf Bewegungssysteme, die durch ungleichmäßig übersetzende Getriebe mit geregeltem elektrischem Antrieb gekennzeichnet sind und außerdem elastische, schwingungsfähige Bauteile aufweisen. Die wichtigsten Voraussetzungen für einen erfolgreichen Auslegungsvorgang sind die Kenntnis über die Eigenschaften der verwendeten Systemkomponenten, die Kenntnis über die Wechselwirkungen zwischen den Systemkomponenten sowie die Kenntnis über die Entwurfsparameter und -methoden zur Gestaltung der Eigenschaften. In den vorhergehenden Abschnitten wurde dargestellt, durch welche konkreten Auslegungsschritte, Berechnungsverfahren und Berechnungswerkzeuge das abstrakte Vorgehensmodell nach der VDI Richtlinie 2206 [VDI 2004b] für mechatronische Bewegungssysteme und insbesondere für einige Beispielsysteme umgesetzt werden kann. Dabei wurden zahlreiche Wechselwirkungen und Querverbindungen zwischen den Komponenten des mechatronischen Systems aufgezeigt. Die zuvor dargestellten Grundlagen ermöglichen die zielgerichtete Gestaltung der dynamischen Eigenschaften des Gesamtsystems. Damit das Bewegungssystem seine Aufgabe in dem Be- / Verarbeitungsprozess optimal erfüllen kann, bedarf es aber zusätzlich einer Planung der Trajektorien für die Antriebsfreiheitsgrade und für die elastischen Freiheitsgrade. Die Trajektorienplanung ist ein Prozessbaustein, der das Verständnis der Dynamik des Gesamtsystems in besonderem Maße voraussetzt und im Abschnitt 7.1 dargestellt wird. Dieser Prozessbaustein verschmilzt mit dem Prozessbaustein der Bewegungsspezifikation (Abschnitt 3.1) und schließt damit den Kreis zum Anfang des Auslegungsvorgangs. Die Verknüpfung der einzelnen Auslegungsschritte zu einem Vorgehen, das die Methoden der Getriebetechnik, der Schwingungstechnik und der Regelungstechnik zu einem Gesamtentwurf zusammenführt, wird im Abschnitt 7.2 behandelt. Das gesamtheitliche Vorgehen gewährleistet, dass bei den Auslegungsmethoden aus den einzelnen Disziplinen die Randbedingungen aus den jeweils anderen Disziplinen nicht als unveränderlich gegeben vorausgesetzt werden.

7.1 Trajektorienplanung und Vorsteuerungsentwurf

Als Ergebnis der Bewegungsspezifikation liegt eine Beschreibung der gewünschten Prozesstrajektorie vor, (Abschnitt 3.1). Dabei kann es sich um Punkt-zu-Punkt Bewegungen oder um genau definierte kontinuierliche Zeitverläufe handeln. In manchen Fällen kann der Geschwindigkeits- oder der Beschleunigungsverlauf die prozessrelevante Größe sein. Beispiele hierfür sind der Tiefziehvorgang, bei dem der Geschwindigkeitsverlauf an die Duktilität des Materials angepasst werden muss, und der Siebsortierer, bei dem der Beschleunigungsverlauf an die Masse des Sortierguts angepasst werden muss. Der Glasumformprozess ist ein Beispiel für einen Vorgang, bei dem auch

die Kraft entlang der Bahn prozessrelevant ist. Die Planung der Geometrie der Prozesstrajektorie ist, wie in Abschnitt. 3.3 beschrieben wurde, eng mit der kinematischen Maßsynthese verbunden. Zusätzlich muss für den Prozess eine geeignete Zeitfunktion für den Verlauf des Abtriebsorgans entlang der Prozesstrajektorie ermittelt werden. Der zeitliche Verlauf entlang der Prozesstrajektorie wird im Wesentlichen durch eine geeignete Steuerungstrajektorie des Hauptantriebs des Bewegungssystems realisiert. Die Geometrie der tatsächlichen Prozesstrajektorie ist aber nicht allein durch die Kinematik des Starrkörpermechanismus, sondern auch durch die elastische Bauteildeformation bestimmt. Die Prozesstrajektorie wird außerdem durch die Trajektorien der Zusatzantriebe beeinflusst. Die Planung der Steuerungstrajektorie für den Hauptantrieb und der Trajektorien der zusätzlichen Aktuatoren unter Beachtung der dynamischen Eigenschaften des Gesamtsystems wird in diesem Abschnitt erörtert.

Typische Zielsetzungen bei der Trajektorienplanung sind es, eine zeitoptimale Bewegung zu erzielen, die Schwingungsanregung zu minimieren oder die Auswirkung der Schwingung auf die Prozesstrajektorie zu minimieren. Bei Robotern und anderen Systemen mit mehreren kinematischen Freiheitsgraden müssen zusätzliche Aspekte, wie die Arbeitsraumanalyse oder der Umgang mit redundanten Antrieben berücksichtigt werden. Zu den letztgenannten Problemstellungen, die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht betrachtet werden, existiert zahlreiche Literatur. Hier sind z. B. [Agirrebeitia u. a. 2003], [Altuzarra u. a. 2006], [Behzadipour und Khajepour 2004], [Capi u. a. 2002], [Dittrich und Müller 1996], [Hall und McAree 2005], [Hwang 1992], [Lange 2003], [Rogozin u. a. 2001], [Schlemmer und Hiller 2001], [Sen u. a. 2003], [Shigang 2000], [Sun und Mills 2002], [Suryawanshi u. a. 2003] und [Valero u. a. 2006] zu nennen.

Die Methoden zur Trajektorienplanung arbeiten modellbasiert und können anhand der Klasse der verwendeten Systemmodelle unterschieden werden. Im Folgenden werden Methoden zur Trajektorienplanung und zum Vorsteuerungsentwurf für zwei Klassen von Systemmodellen betrachtet: Systeme ohne und Systeme mit autonomen Teilsystem. Dabei wird jeweils unterschieden werden, ob die gewünschte Prozesstrajektorie eine Punkt-zu-Punkt Bewegung (Abschnitt 7.1.1) oder eine kontinuierliche Zeitfunktion (Abschnitt 7.1.2) ist, bei der nicht nur der Anfangs- und der Endzustand, sondern auch der Verlauf der Trajektorie zwischen diesen Zuständen prozessrelevant ist. Mit der Trajektorienplanung geht der Entwurf einer Vorsteuerung einher. Bei einer Vorsteuerung wird der für eine geplante Führungstrajektorie notwendige Stellgrößenverlauf berechnet und auf das System aufgeschaltet (s. Bild 6/1). Dadurch wird anschaulich eine Linearisierung des Systems bezüglich des Führungsgrößenverlaufs vorgenommen, was zu einer Verbesserung der Systemdynamik führt.

7.1.1 Prozessbaustein Trajektorienplanung für Punkt-zu-Punkt-Prozesstrajektorien

Die Spezifikation von Prozesstrajektorien für Bewegungsaufgaben umfasst zumeist einen oder mehrere Bahnabschnitte, bei denen nur der Anfangs- und der Endzustand und gegebenenfalls die Übergangszeit festgelegt sind. Im Folgenden werden zunächst Methoden zur Trajektorienplanung,

die die Zielsetzung eines zeitoptimalen Zustandsübergangs und einer geringen Schwingungsanregung verfolgen, vorgestellt. Im Anschluss daran wird auf Methoden für eine systemgerechte Trajektorienplanung, die die Auswirkung von Bauteildeformationen auf die Prozesstrajektorie minimieren, eingegangen.

Die Problemstellung eines zeitoptimalen Übergangs vom Anfangs- zum Endzustand wird vor allem in Forschungsarbeiten zum Themengebiet der Robotik behandelt. In [Pfeiffer und Johanni 1987]; [Pfeiffer 1986] und [Pfeiffer 1990] wird ein Konzept und ein Algorithmus zur Bestimmung einer zeitoptimalen Trajektorie für Roboter angegeben. In der Arbeit von [Jazar und Naghshineh-Pour 2005] werden zahlreiche Literaturstellen für Methoden zur Bestimmung einer zeitoptimalen Trajektorie für Bewegungssysteme genannt. Außerdem wird eine Methode, die auf einer „Bang-Bang-Steuerung“ basiert, näher vorgestellt. Diese Methode ist insbesondere für Starrköper-Bewegungssysteme mit mehreren Antrieben geeignet. Die grundlegende Idee der zeitoptimalen „Bang-Bang-Steuerung“ ist es, die maximal verfügbare Antriebsleistung auszunutzen, um höchstmögliche Beschleunigungen und Geschwindigkeiten zu erreichen. Die Antriebe werden bei diesem Verfahren mit Momentensprüngen zwischen Null und dem Maximalwert beaufschlagt. Dieses einfache Prinzip führt jedoch nur für Systeme mit einem Antrieb zu den theoretisch kürzesten Übergangszeiten. Bei Systemen mit zwei oder mehr Antrieben darf die Ansteuerung der Antriebe nicht unkoordiniert mit jeweils maximaler Leistung erfolgen, da zum einen die geometrische Länge der Trajektorie sich dann unnötig verlängern kann und da zum anderen die bei gegebenem Moment erreichbaren Beschleunigung von der Position im Arbeitsraum abhängt. Da die kinematische Übertragungsfunktion von Starrköper-Führungsgetrieben (s. Abschnitt 3.2) eine Abbildung der Eingangsgröße $q \in \mathbb{R}^1$ auf die Prozesstrajektorie $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^6$ ist, kann Elastizität im System bedeuten, dass ohne Zusatzaktuatoren ein Teil der Prozesstrajektorie $\mathbf{y}$ zum autonomen Teilssystem gehört und durch den Hauptantrieb nicht entlang beliebiger Trajektorien geführt werden kann. Daher tritt bei der praktischen Umsetzung der Bang-Bang-Steuerung das Problem der Schwingungsanregung auf, so dass am Ende der Bewegung immer noch ein Ausschwingen der elastischen Freiheitsgrade berücksichtigt werden muss.

In einem nachgeschalteten Auslegungsschritt kann die geplante Trajektorie überarbeitet werden, um die Schwingungsanregung zu minimieren. Ohne jegliche Kenntnis der Dynamik der Antriebe und der Eigenschaften eines gegebenenfalls existierenden autonomen Teilsystems kann dies durch eine Glättung der sprungbehafteten Trajektorien geschehen. Beispielsweise benutzt [Nitz 1997] Filter zur Glättung der Trajektorien für die Antriebsfreiheitsgrade eines Handhabungsgeräts, um die Schwingungsanregung zu vermindern. Als Filter werden Finite-Impulse-Filter (FIR) und Infinite-Impulse-Filter (IIR, z. B. Butterwerworth, Chebychev, Elliptic, etc.) eingesetzt. [Bonsch und Corves 2005] zeigen für das gleiche System, dass die Filterung der Prozesstrajektorie des Arbeitspunktes einen entscheidenden Einfluss auf die realisierbare Geschwindigkeit und die Genauigkeit der Bewegung hat. Bei der Filterung muss beachtet werden, dass die veränderte Trajektorie skaliert werden muss, um den ursprünglich geplanten Endwert zu erreichen.

Die Verwendung von vornherein stetigen Übergangsfunktionen, wie sie für Rast-in-Rast-Kurvengetriebe verwendet werden (s. [VDI 1980], [VDI 1987b]), führt im Vergleich zu den sprungbehafteten Momentenverläufen zu einer deutlich geringeren Schwingungsanregung. In [Aoustin und Formal'sky 1999] wird ein zweigliedriges Handhabungsgerät mit flexiblen Gliedern und einer gewöhnlichen Zustandsregelung betrachtet. Zunächst wird für den Starrkörpermechanismus gemäß der Bang-Bang-Strategie ein zeitoptimales Vorsteuermoment mit Sprüngen berechnet und auf das System aufgeprägt. Die Analyse der Schwingungsantwort zeigt zwei Anteile. Dies sind zum einen während der Phasen mit dem konstanten maximalen Antriebsmoment stationäre quasistatische Abweichung infolge der kinetostatischen Belastung und zum anderen freie Schwingungen die durch die Sprünge im Momentenverlauf angeregt werden. Nach einer Veränderung des Vorsteuermoments zu einer stetigen, weniger Schwingungen anregenden Zeitfunktion wird zusätzlich die Bewegung des Starrkörpermechanismus für dieses veränderte Moment berechnet und als Führungsgröße verwendet. Es zeigen sich deutlich verringerte Schwingungen, da die stetigen Momentenverläufe den elastischen Eigenschaften eher gerecht sind, als sprungbehaftete Momente. Es ist also vorteilhaft und teilweise zwingend notwendig, die elastischen Systemeigenschaften in die Trajektorienplanung einzubeziehen.

Elastische Freiheitsgrade bedingen ein autonomes Teilsystem das durch die Stellglieder der Hauptantriebe nicht entlang beliebiger Trajektorien geführt werden kann. Bei dem Beispiel des Kurbelgetriebes existiert ein autonomes Teilsystem, falls nur ein Aktuator $\mathbf{u} = (M_{An})$ verwendet wird. Die Momente $M_{B0}(t)$ und $M_B(t)$ haben in der Bewegungsgleichung dann die Bedeutung von Störgrößen (z. B. Reibung), nicht aber von Eingängen. Wenn Kenntnis über das autonome Teilsystem vorhanden ist, kann diese in die Planung einer zeitoptimalen Trajektorie einbezogen werden, um Nebenbedingungen, wie möglichst geringe Schwingungen und möglichst geringe Stellgrößen zu realisieren. Dazu muss die interne Dynamik des autonomen Teilsystems global stabil oder zumindest im geplanten Bewegungsbereich bzw. Arbeitsraum stabil sein. Ein Beispiel für ein System mit bereichsweise instabiler interner Dynamik findet sich in [Ridley und Algra 2004]. Dort wird ein Ziehbagger mit mehreren Antrieben, der in gewissen Bereichen des Arbeitsraums dynamische Instabilität besitzt, untersucht. Bei Bewegungssystemen mit einem Antriebsfreiheitsgrad muss die Dynamik entlang der geplanten Trajektorie und in den Bereichen um diese Trajektorie herum auf Stabilität untersucht werden. Hierzu können die Methoden aus Abschnitt 6.2.4 oder andere geeignete Verfahren verwendet werden. In [Blekhman und Sperling 2004] wird beispielsweise die Methode der direkten Bewegungsteilung angewendet, um ein Pendel mit elastischer Aufhängung auf Stabilität zu überprüfen.

Bei gegebener Stabilität kann die zeitoptimale Trajektorie durch eine Optimierung bestimmt werden. Die Optimierungsaufgabe kann mit vielfältigen Methoden gelöst werden. Die Methoden erfordern im Allgemeinen die Simulation des transienten Systemverhaltens und damit einen hohen numerischen Aufwand. Eine Methode, die mit geringerem Aufwand auskommt, da sie weitgehend analytisch arbeitet wird im Folgenden vorgestellt.

In [Pao und La-orpacharapan 2004] wird vorgeschlagen, für ein elastizitätsbehaftetes System zunächst eine zeitoptimale „Bang-Bang-Steuerung“ für die Starrkörperbewegung eines Bewegungssystems zu entwerfen. Die Steuerungstrajektorie wird anschließend durch ein geeignetes Input Shaping verändert. Das Prinzip des Input Shapings ist es, einen gewissen Zeitabschnitt einer Führungstrajektorie so zu verändern, dass das System am Ende dieser Zeitspanne möglichst kleine Abweichungen von der geplanten Trajektorie aufweist und außerdem nach dieser Zeitspanne möglichst kleine Schwingungen um die geplante Trajektorie vollführt. Dieses Prinzip der Schwingungsminderung ist besonders für Trajektorien gut geeignet, bei denen die Schwingungsanregung nur während eines begrenzten Zeitabschnitts auftritt. Kurvenscheiben mit Rast-in-Rast Bewegungen und Koppelkurven zur Realisierung von Punkt-zu-Punkt Bewegungen sind hier als wichtigste Beispiele zu nennen.

Mathematisch wird das Input Shaping realisiert, indem, die gewünschte Trajektorie f(t) mit einer geeigneten Impulsfolge g(t)

$$g(t) = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{bmatrix} \tag{7.1/1}$$

gefaltet wird. Bei dieser Schreibweise sind in der zweiten Zeile die Schaltzeitpunkte t_i (i = 1 .. n) und in der ersten Zeile die Amplituden A_i (i = 1 .. n) der Impulse angegeben. Die Faltung wird durch den Operator * gekennzeichnet und bedeutet eine Integration über das Produkt der Trajektorie f(t) mit der gespiegelten und verschobenen Impulsfolge über den gesamten Definitionsbereich D der beiden Funktionen, [Abel 1993].

$$h = f * g = \int_D f(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau \tag{7.1/2}$$

Die Laplacetransformierte G(s) der Impulsfolge g(t) kann mit der Laplacetransformierten F(s) der ursprünglichen Trajektorie f(t) nach dem Faltungstheorem multiplikativ verknüpft werden, [Rake 1993].

$$f(t) * g(t) = \int_D f(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau = \mathcal{L}f(t) \cdot \mathcal{L}g(t) = F(s) \cdot G(s) \tag{7.1/3}$$

Das Ergebnis der Integration in Gl. (7.1/2) ist eine stufige Trajektorie h(t), deren Verlauf eine Zeitverzögerung der Werte gegenüber der ursprünglichen Trajektorie aufweist, die abhängig von der gewählten Impulsfolge g(t) ist. Ist die ursprüngliche Trajektorie f(t) eine Sprungfunktion, so entspricht die Zeitverzögerung der Länge der Impulsfolge g(t), [Singh und Singhose 2001]. Daher wird für das Input-Shaping in der Regel eine Folge g(t) mit möglichst wenigen Impulsen gewählt. Impulsfolgen, die für das Input Shaping gebräuchlich sind, werden an späterer Stelle noch vorgestellt. Besteht die ursprüngliche Trajektorie f(t) aus einer zeitdiskreten Folge von mehreren veränderten Werten, so muss eine Überlagerung der Impulsfolgen g(t) vermieden werden, indem die Dauer der Impulsfolge g(t) kürzer ist, als der Abstand zwischen zwei Werten in f(t), [Pao und Singhose 1996].

Das Totzeitverhalten von h(t) aufgrund der Faltung muss außerdem bei der Reglerauslegung berücksichtigt werden.

Anschaulich beschrieben bewirkt die Faltung mit der Impulsfolge, dass der ursprünglichen Trajektorie f(t) eine zusätzliche Schwingungsanregung durch die Faltung mit der Impulsfolge überlagert wird. Diese Anregung wird so gestaltet, dass die daraus resultierenden Schwingungen möglichst gut die Schwingungen kompensieren, die aus dem ursprünglichen Signal resultieren würden. Gestaltungsparameter sind die Amplituden A_i, die Anzahl n und die Dauer $(t_i - t_{i-1})$ der Impulse, die der Trajektorie überlagert werden. Die Zeitdauer $(t_i - t_{i-1})$ hängt dabei immer von der Eigenfrequenz des Systems ab, weswegen die Eigenfrequenz a priori bekannt sein muss. Die Summe der positiven und der negativen Amplituden in der Impulsfolge g(t) muss gleich Eins sein, damit die veränderte Trajektorie h(t) zum Endzeitpunkt t_n der Impulsfolge wieder exakt der ursprünglichen Trajektorie f(t) entspricht und damit zugleich die Amplituden der Stellgrößen nicht größer werden als bei der ursprünglichen Trajektorie, [Pao und Singhose 1996], [Pao und Lau 2000]. Wenn nicht nur Impulse mit positiven Amplituden, sondern auch Impulse mit negativen Amplituden möglich sind, kann die Zeitdauer t_n der Impulsfolge g(t) verkürzt werden, [Singhose u. a. 1994a]. Der Vergleich von Input Shapern mit variabler und mit konstanter Amplitude in [Pao und Singhose 1995] zeigt, dass erstere nur auf numerische und letztere auch auf analytische Weise ausgelegt werden können.

Das Vorgehen zur Auslegung eines Input Shapers ist im Wesentlichen auf das Lösen einer Randwertaufgabe zurückzuführen. Es werden jeweils Randbedingungen

- für die Minimierung der verbleibenden Schwingungen (ZeroVibration Input Shaping, [Singhose u. a. 1994b]),
- für die Berücksichtigung von Parameterunsicherheiten (Zero Vibration Derivative Input Shaping, [Singhose u. a. 1994b], [Pao und Singhose 1995], [Pao 1996], [Pao und Singhose 1996], [Pao und Lau 2000]),
- für die Zeitdauer der Impulsfolge,
- für die Begrenzung der Stellamplituden und
- für die verbleibende Abweichung von der Solltrajektorie

formuliert, [Singhose u. a. 1996b]. Während die ersten vier Randbedingungen darauf abzielen, durch die Faltung mit der Impulsfolge bei gegebenen Aktuatorleistungen möglichst kleine Abweichungsbewegungen (z. B. von der Starrkörperbewegung) zu erhalten, stellt die letzte Randbedingung sicher, dass die aus der Faltung der ursprüngliche Trajektorie f(t) mit der Impulsfolge g(t) hervorgegangene veränderte Trajektorie h(t) ebenfalls geeignet ist, die gewünschte Trajektorie (z. B. Starrkörperbewegung) zu realisieren, [Singhose und Pao 1997]. Zur Lösung der Randwertaufgabe werden Gütekriterien benötigt, die die Einhaltung der Randbedingungen beschreiben. In [Pao u. a. 1997], [Kozak u. a. 2006] und [Chen u. a. 2006] werden geeignete Gütekriterien erläutert. Die Formulierung der Randwertaufgabe erfolgt in älteren Arbeiten auf Basis des gesteuerten Systems. Sie kann aber auch für geregelte Systeme formuliert werden, so dass das Input Shaping, d.h. die Trajektorienplanung, und der Regelungsentwurf integrativ vorgenommen werden können. Dies

wird beispielsweise in [Kapila u. a. 2000] und [Kenison und Singhose 2002] demonstriert. Der Entwurf der Input Shaper, also das Lösen der Randwertaufgabe erfolgt häufig im Zeitbereich, ist aber auch im Frequenzbereich möglich. Insbesondere bei Mehrgrößensystemen mit n Freiheitsgraden, die u. a. in [Baumgart und Pao 2001], [Baumgart und Pao 2002], [Cutforth und Pao 1999a], [Cutforth und Pao 1999b] behandelt werden, kann der Entwurf im Frequenzbereich vorteilhaft sein, da er nur eine Folge von 2n+1 Impulsen und nicht wie beim Entwurf im Zeitbereich 2^n Impulse liefert. Bei Mehrgrößensystemen können die Shaper für jeden Eingang getrennt, besser aber gemeinsam ausgelegt werden, da letzteres zu kürzeren Impulsfolgen führt, [Pao 2000]. Die anfänglich für lineare Systeme entwickelte Methode des Input Shapings kann problemlos auf nichtlineare Systeme übertragen werden, wenn die Nichtlinearität durch ein ergänztes Teilsystem kompensiert werden kann, so dass insgesamt ein lineares System entsteht. Dieses Vorgehen ist analog zum Entwurf von nichtlinearen Regelungen (s. z. B. [Föllinger 1993]) und wird in [Lawrence u. a. 2005], angewendet um ein System mit Coulomb´scher Reibung zu behandeln. Die Stellgröße wird um einen Reibungskompensierenden Anteil ergänzt (vgl. Gl. (6.1/2)), so dass dieser Anteil zusammen mit der Strecke ein lineares System bildet.

In [Pao und Singhose 1995b] wird hergeleitet, dass die Laplacetransformierte G(s) der Impulsfolge g(t) eine Folge von Nullstellen darstellt, die die Polstellen der Laplacetransformierten F(s) der ursprünglichen sprungbehafteten Trajektorie f(t) kompensieren. Daher kann die Methode des Input Shapings auch als Filterung der ursprünglichen Trajektorie der Führungsgröße f(t) betrachtet werden, [Zuo u. a. 1995]. Das Input Shaping kann aber nicht nur auf die Führungsgröße angewendet werden. Es ist auch möglich, das Input Shaping-Filter im Regelkreis, im Vorwärtszweig unmittelbar vor dem Regler oder im Rückführungszweig unmittelbar hinter dem Regler anzuordnen, [Zuo u. a. 1995]. Im Vergleich zu den anderen zuvor genannten Filter Techniken (FIR und IIR) zeigt das Input Shaping eine sehr viel kürzere Zeitverzögerung und aufgrund der Auslegung mit dem Ziel der Schwingungsauslöschung kleinere verbleibende Schwingungen in den Endlagen, [Singhose u. a. 1995b].

Das Input Shaping und die Filterung sind geeignet, um die dynamischen Unzulänglichkeiten von zuvor geplanten, stufigen Trajektorienverläufen für Punkt-zu-Punkt Bewegungen zu kompensieren. Sie verfolgen das Ziel, durch eine geeignete Gestaltung der Führungstrajektorie $\mathbf{w}(t)$ für den Systemausgang $\mathbf{y}(t)$ die Schwingungsanregung gering zu halten oder so zu gestalten, dass die verbleibenden Schwingungen in den Freiheitsgraden $\mathbf{z}(t)$ des autonomen Teilsystems möglichst klein bleiben. Sie können auf die zumeist nichtlinearen Bewegungssysteme angewendet werden, wenn diese sich im Rahmen der exakten Zustandslinearisierung (Abschnitt 6.1) in die Brunovsky-Form transformieren lassen oder wenn die zeitvariante lineare Systemgleichung durch eine Lyapunov-Floquet-Transformation in eine zeitinvariante Systemgleichung überführt werden kann (Abschnitt 6.2.4). Die Maßnahmen sind besonders dann geeignet, wenn nur geringe Kenntnis über das System vorhanden ist.

Es existieren aber auch Methoden, die das Ziel verfolgen, durch eine Invertierung des dynamischen Systemverhaltens die Führungstrajektorien so zu berechnen, dass der Systemausgang trotz der Deformationen in den elastischen Freiheitsgraden des autonomen Teilsystems exakt der gewünschten Prozesstrajektorie folgt. Dabei wird gleichzeitig eine Vorsteuerung für das System entworfen. Ursprünglich wurden dynamische Vorsteuerungen für lineare Systeme meist durch das Aufstellen der inversen Übertragungsfunktion $\mathbf{G}(s)$ der Strecke bestimmt. Die Schwierigkeit dieses Vorgehens ist die Instabilität der inversen Übertragungsfunktion bei nichtminimalphasigen Systemen, [Rake 1993]. Dies kann leicht am Beispiel eines ungedämpften Zweimassenschwingers verdeutlicht werden. Die beiden Massen m_1 und m_2 sind durch die Feder c verbunden. Die Position der beiden Massen im Inertialsystems ist durch die beiden Lagegrößen x_1 und x_2 gegeben, wobei $y = (x_1)$ als Ausgang dienen soll. Auf die Masse m_1 wirkt ein translatorisches Stellglied (u). Dieses System besitzt die Tilgungskreisfrequenz

$$\Omega_T = \sqrt{\frac{c}{m_2}} \ . \qquad (7.1/4)$$

Erfolgt eine harmonische Anregung durch (u) mit eben dieser Tilgungskreisfrequenz Ω_T, so bleibt die Masse m_1 in Ruhe, [Corves 2004b], da die Übertragungsfunktion $G(s) = Y(s)/U(s)$ bei dieser Frequenz eine Nullstelle hat. Eine Vorsteuerung auf Basis der inversen Übertragungsfunktion $U(s) = G(s)^{-1}Y(s)$ ist für eine geplante Bewegung $y^*(t)$, die Frequenzanteile mit der Tilgungskreisfrequenz Ω_T besitzt, aufgrund der Division durch Null nicht realisierbar. Eine solche Trajektorie ist anschaulich gesprochen nicht systemgerecht, da die Masse m_1 nicht mit der Tilgungskreisfrequenz Ω schwingen kann.

Zur Vermeidung der Instabilität der inversen Übertragungsfunktion wird in der Arbeit von [Cree und Damaren 2001] eine Strategie der näherungsweisen Invertierung der Übertragungsfunktion angewendet. In der Arbeit wird unter anderem ein dreigliedriges serielles Handhabungsgerät mit flexiblen Gliedern behandelt. Aufgrund eines nichtminimalphasigen Systemteils $\mathbf{G}_{nm}(s)$ kann die exakte Inverse $\mathbf{G}(s)^{-1}$ der Gesamtübertragungsfunktion der Strecke $\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_s(s)\,\mathbf{G}_{nm}(s)$ nicht gebildet werden. Die näherungsweise Invertierung $\mathbf{G}^*(s)^{-1} = \mathbf{G}_{nm}(0)^{-1}\,\mathbf{G}_s(s)^{-1}$ vermeidet die Instabilität der exakten Form der Inversen $\mathbf{G}(s)^{-1}$, indem die Inverse des nichtminimalphasigen Systemteils $\mathbf{G}_{nm}(s)^{-1}$ durch eine statische Inverse $\mathbf{G}_{nm}(0)^{-1}$ angenähert wird. In der Arbeit wird eine Methodik vorgestellt, um die dafür erforderliche Faktorisierung, die die Gesamtübertragungsfunktion in einen stabilen $\mathbf{G}_s(s)$ und einen nichtminimalphasigen $\mathbf{G}_{nm}(s)$ Anteil aufteilt $\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_s(s)\,\mathbf{G}_{nm}(s)$, zu finden. Dieses Vorgehen ändert nichts an der Tatsache, dass eine geplante Trajektorie $\mathbf{y}^*$ eventuell nicht realisierbar ist. Es stellt lediglich sicher, dass die Vorsteuerung $\mathbf{u}$ realisierbar bleibt und dass die Fehler der tatsächlichen Ausgangstrajektorie $\mathbf{y}$ gegenüber der geplanten Trajektorie $\mathbf{y}^*$ minimiert werden.

Eine Strategie der Vermeidung von Ausgangstrajektorien $\mathbf{y}^*(s)$, für die die Übertragungsfunktion $\mathbf{G}(s)$ des Systems nicht invertierbar ist, ist mit dem inversionsbasiertem Vorsteuerungsentwurf

gegeben. Der inversionsbasierte Vorsteuerungsentwurf ist eine Methodik, die auf Basis der nichtlinearen Systemgleichungen arbeitet und der das Prinzip zugrunde liegt, die Trajektorien systemgerecht zu planen. Es wird gleichzeitig für den Systemausgang **y** und für die Zustandsgrößen des autonomen Teilsystems **z** eine Trajektorienplanung vorgenommen, die sowohl **y** als auch **z** in einer gegebenen Zeit von einem Zustand in einen anderen Zustand überführt. Das Vorgehen wird in [Abel u. a. 2008], [Hagemeyer und Zeitz 2004], [Graichen u. a. 2005], [Zeitz u. a. 2005], [Graichen und Zeitz 2006] ausführlich und hier nur zusammengefasst vorgestellt. Ausgangspunkt ist die Systemgleichungen in der Byrnes-Isidori-Normalform mit der inversen der Ein-/Ausgangsdynamik Gln. (6.1/11) und mit der internen Dynamik (6.1/12). Beide Gleichungen zusammen sind eine vollständige Beschreibung der Systemdynamik und sind günstig, um gleichzeitig die Trajektorien für den Systemausgang **y***, für die n Zustandsgrößen des autonomen Teilsystems **z*** und für den Systemeingang **u*** zu planen. Das Ziel bei der Planung der Trajektorien **y*** und **z*** ist es, zum einen, sowohl für die m Freiheitsgrade des Ausgangs **y** als auch für die n Freiheitsgrade der internen Dynamik **z** die vorgegebenen 2(m + n) Anfangs- und vorgegebenen 2(m + n) Endzustände zu realisieren. Zum anderen ist es das Ziel, zu gewährleisten, dass die Trajektorien **z*** dem natürlichen Systemverhalten entsprechen. Dies bedeutet, dass die Trajektorie **z*** eine Lösung des Differentialgleichungssystems der internen Dynamik sein muss.

$$\begin{pmatrix}\dot{\mathbf{z}}\\ \ddot{\mathbf{z}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{E}\dot{\mathbf{z}}\\ \mathbf{n}_2(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})+\widetilde{\mathbf{B}}_2(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})\widetilde{\mathbf{B}}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})^{-1}\left(\ddot{\mathbf{y}}-\mathbf{n}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},\mathrm{t})\right)\end{pmatrix} \qquad (7.1/5)$$

Dadurch ergeben sich Einschränkungen für die vorzugebende Trajektorie **y*** des Ausgangs. Durch **y*** wird die Bewegung **z** des autonomen Teilsystems, die durch den Eingang **u** nicht unmittelbar gesteuert werden kann, gemäß Gl. (7.1/5) indirekt beeinflusst. Es gilt **y***(t) so zu gestalten, dass sich für **z** eine Lösung **z***(t) der Gl. (7.1/5) einstellt, die den gewünschten Anfangszustand $\mathbf{z}^*(\mathrm{t}_0)$ und den gewünschten Endzustand $\mathbf{z}^*(\mathrm{t}_\mathrm{E})$ des autonomen Teilsystems besitzt. Der Verlauf von **z*** zwischen diesen Zuständen kann nicht beliebig geplant werden, sondern ergibt sich aus Gl. (7.1/5).

Die allgemeine Lösung einer gewöhnlichen Differentialgleichung der Ordnung r enthält die Anzahl von r beliebigen Konstanten, die durch das Lösen eines Randwertproblems so bestimmt werden können, dass r gewünschte Randbedingungen erfüllt werden, [Bronstein und Semendjajew 1991]. Mit dem Differentialgleichungssystem erster Ordnung (7.1/5) stehen also nur 2n unbekannte Konstanten zur Bestimmung einer Lösung, die 2n der insgesamt 4(m + n) Anfangs- bzw. Endzustände für **y***(t) und **z***(t) erfüllt, zur Verfügung. Die fehlenden 2n+4m Designparameter werden durch eine geeignete Ansatzfunktion

$$\ddot{\mathbf{y}}^* = \hat{\boldsymbol{\alpha}}(\mathrm{t}) \qquad (7.1/6)$$

für die zu planende Trajektorie $\ddot{\mathbf{y}}^*$ zur Verfügung gestellt. Geeignete Funktionen $\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\mathrm{t})$ sind beispielsweise Polynome mit genügend Koeffizienten, [Zeitz u. a. 2005], [Graichen und Zeitz 2006]. Die Trajektorien **y*** und $\dot{\mathbf{y}}^*$ werden durch Integration aus $\ddot{\mathbf{y}}^*$ ermittelt und in Gl. (7.1/5) eingesetzt. Das so gewonnene Randwertproblem mit ausreichend Unbekannten wird in [Zeitz u. a. 2005]

in MATLAB mit dem Befehl „bvp4c“ gelöst und die Trajektorien $\mathbf{y}^*$ und $\mathbf{z}^*$ werden in die Inverse der Ein-/Ausgangsdynamik Gl. (6.1/11)

$$\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{B}}_1(\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, t)^{-1}\left(\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{n}_1(\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, t)\right) \tag{7.1/7}$$

eingesetzt, um die notwendigen Stellgrößen $\mathbf{u}^*$ für eine Vorsteuerung zu berechnen. Der Aspekt einer zeitoptimalen Bewegung unter Berücksichtigung von Stellgrößenbeschränkungen kann durch die Anpassung der Übergangszeit erfolgen. Die Planung systemgerechter Trajektorien für die Ausgänge $\mathbf{y}$ und für das autonome Teilsystem $\mathbf{z}$ unterliegt also der Einschränkung, dass die Trajektorie $\mathbf{y}^*$ ausreichend oft stetig differenzierbar sein muss und dass $\ddot{\mathbf{y}}^*$ eine Funktion mit ausreichend Designparametern sein muss. Ein Vorteil dieses Vorgehens ist, dass diese Trajektorien auch als Linearisierungstrajektorie für die Ermittlung der zeitvarianten linearen Zustandsgleichung geeignet sind. Die Vorsteuerung kann also sehr gut durch eine adaptive lineare Zustandsregelung ergänzt werden (vgl. Abschnitt 6.2.3). Beispielsweise wendet [Luca 2000] das Vorgehen für einen Roboterarm mit elastischen Gelenken und elastischen Gliedern an. Bei dem Kurbelgetriebeprüfstand ohne Zusatzaktuatoren ist zu überprüfen, ob die inversionsbasierte Vorsteuerung verwendet werden kann, um den Ausgang $\mathbf{y} = (\psi)$ trotz autonomen Teilsystems $\mathbf{z} = (\varphi)$ durch den Eingang $\mathbf{u} = (M_{an})$ entlang einer gewünschten Trajektorie zu führen. Dazu müssen die entsprechenden Voraussetzungen erfüllt sein. Zum einen muss das autonome Teilsystem $\mathbf{z} = (\varphi)$ stabil sein, was bei dem Beispielsystem gegeben ist, vgl. Bild 4.2/3. Zum anderen muss der Teil $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ der Eingangsmatrix $\mathbf{B}$ regulär sein. Die Regularität der Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ ist eine strukturelle Eigenschaft des Gesamtsystems, die von der topologischen Anordnung der Aktuatoren, auf die im Abschnitt 7.2 noch eingegangen wird, abhängt. Zugleich kann die Existenz der Inversen von $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ aber auch parameterabhängig sein. Bei dem Beispielsystem ist $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ in den singulären Stellungen (s. Abschnitt 6.1.2) nicht regulär. Dadurch treten Polstellen in den berechneten Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{z}}$ auf, die letztendlich zu unbrauchbaren Trajektorien $\mathbf{z}^*(t)$ und $\mathbf{y}^*(t)$ für die Berechung der Vorsteuerung $\mathbf{u}$ führen.

Eingangsbeschränkungen, also Grenzwerte für die Stellgrößen müssen bei diesem Verfahren durch eine entsprechende Umplanung der Ansatzfunktion $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ in Gl. (7.1/6) berücksichtigt werden, [Graichen und Zeitz 2006]. Die Stellgrößenbeschränkungen in die Berechnung einzubeziehen ist wichtig, damit sichergestellt ist, dass die geplanten Trajektorien $\mathbf{y}^*$ und die Vorsteuerung $\mathbf{u}$ realisierbar sind. Beim inversionsbasierten Vorsteuerungsentwurf wird also die Planung einer nicht realisierbaren Bewegung $y^*(t)$ verhindert. Um dies zu verdeutlichen wird wiederum das Beispiel des Zweimassenschwingers aufgegriffen. Die Inverse der Ein-/Ausgangsdynamik Gl. (6.1/11) ist für den Zweimassenschwinger durch die Zustandsgleichung für die Masse m_1 gegeben.

$$u = m_1\ddot{x}_1 + cx_1 - cx_2 \tag{7.1/8}$$

Die interne Dynamik Gl. (6.1/12) entspricht der Zustandsgleichung für die Masse m_2.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ c/m_2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_2 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -c/m_2 x_1 \end{pmatrix} \tag{7.1/9}$$

Offensichtlich führt eine Ansatzfunktion $\ddot{x}_1^* = \hat{\alpha}(t)$, die harmonische Anteile mit der Kreisfrequenz Ω_T hat, zu einer Resonanz der grenzstabilen internen Dynamik x_2^* und damit zu nicht realisierbaren Stellgrößen u* für die Vorsteuerung nach Gl. (7.1/8). Auch für Frequenzen im Bereich um Ω_T herum und bei Anwesenheit einer geringen Dämpfung sind nicht realisierbare Stellgrößen u* zu erwarten. In diesen Fällen ist bei dem inversionsbasiertem Vorsteuerungsentwurf eine Umplanung der Ansatzfunktion $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ vorgesehen. Dadurch wird sicher gestellt, dass die geplanten Trajektorien realisierbar sind und zugleich die gewünschten Endzustände erreicht werden.

7.1.2 Prozessbaustein Trajektorienplanung für kontinuierliche Prozesstrajektorien

Im vorherigen Abschnitt wurde die Trajektorienplanung für Punkt-zu-Punkt-Bewegungsaufgaben beschrieben. In diesem Abschnitt wird die Trajektorienplanung für eine andere Klasse von Bewegungsaufgaben, die durch die Vorgabe kontinuierlicher Trajektorien für die prozessrelevante Bewegung des Abtriebsorgans, oder kurz durch kontinuierliche Prozesstrajektorien, gekennzeichnet ist. Die Planung der Prozesstrajektorie wurde im Abschnitt 3.1 behandelt. Im vorliegenden Abschnitt wird die Planung der Trajektorien für die zusätzlichen elastischen Freiheitsgrade in die Planung der Führungstrajektorien für die Antriebe einbezogen.

Zunächst werden steuerbare Systeme ohne autonomes Teilsystem betrachtet. Dies sind Systeme, bei denen die Anzahl der Stellglieder der Anzahl der Freiheitsgrade entspricht und zudem jeder Freiheitsgrad durch den Eingang bzw. durch die Aktuatoren beherrscht werden kann. Dennoch können die Trajektorien nicht beliebig geplant werden, da die Zustandsgrößen realer physikalischer Systeme keinen beliebigen Trajektorien folgen können. Nicht stetige, sprungartige Verläufe sind ein einfaches Beispiel für nicht realisierbare Trajektorien. Ziel der Trajektorienplanung ist es, die Bewegung nicht nur prozessgerecht, sondern zugleich system- und antriebsgerecht zu gestalten. [Oliver u. a. 1985] führen beispielsweise bei einer Kurbelschwinge mit elastischer Koppel ein Zusatzstellglied in einem der beiden gestellfesten Gelenke ein. Dadurch können alle berücksichtigen Freiheitsgrade, nämlich der Antriebsfreiheitsgrad und die erste Eigenschwingungsform der Koppel, durch die Aktuatoren beeinflusst werden. Die Autoren planen system- und antriebsgerechte Trajektorien nach einem heuristischen Ansatz in der Form, dass diese möglichst dem natürlichen Systemverhalten entsprechen. Für den Hauptantrieb wird die Trajektorie eines entsprechenden Starrkörpermechanismus gewählt und für die Zusatzaktuatoren wird die Stellbewegung mit Hilfe der kinematischen und kinetostatischen Beziehungen so berechnet, dass die Bewegung der Zusatzaktuatoren die quasistatischen Deformationen der elastischen Koppel kompensiert.

Ein systematisches Vorgehen ist durch den flachheitsbasierten Vorsteuerungsentwurf gegeben, [Abel u. a. 2008]. Bei einer geeigneten Topologie des Bewegungssystems kann durch die Anordnung der Stellglieder erreicht werden, dass die Eingangsmatrix **B** des nichtlinearen Systems regulär ist. Enthält der Ausgang **y** nur die Lagegrößen **q**, so ist das System zugleich ein flaches System (s. Abschn. 6.1.2). Als systemgerecht kann in diesem Zusammenhang eine geplante Trajektorie $\mathbf{y} = \mathbf{q}^*(t)$ bezeichnet werden, deren zweite Ableitung $\ddot{\mathbf{q}}^*(t)$ stetig geplant wird. Diese Trajektorie

kann, abgesehen von den auszuregelnden Störungen des Systems, durch eine Vorsteuerung **u*** nach Gleichung (6.1/13) für den Systemeingang **u**

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{M}(\mathbf{q}^*, t)\ddot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{g}(\mathbf{q}^*, \dot{\mathbf{q}}^*, t) \qquad (7.1/10)$$

realisiert werden. Um die geplante Trajektorie **q***(t) nicht nur system-, sondern auch antriebsgerecht zu gestalten, müssen in dem Ansatz für $\ddot{\mathbf{q}}^*(t)$ Designparameter vorgesehen werden. Diese können dann mit Hilfe von Gl. (7.1/10) so bestimmt werden, dass Stellgrößenbeschränkungen oder andere Randbedingungen seitens des Antriebs eingehalten werden. In [Fehn 2000] ist ein Scheibenwischergetriebe mit Kreuzlenker als Anwendungsbeispiel zu finden. In [Maier und Woernle 2003] findet sich ein Beispiel für die Anwendung flachheitsbasierter Vorsteuerungen für ein seilgeführtes Handhabungsgerät, das zeigt, dass die Berechnungsgleichung (7.1/10) für die Stellgrößen **u*** sehr umfangreich werden kann. Daher ist der Einsatz von Computer-Algebra-Programmen sinnvoll. Dies gilt auch für die Behandlung von verteilt parametrischen Systemen, wie beispielsweise dem eingliedrigen Bewegungssystem mit elastischem Arm in [Rudolph und Woittennek 2003]. Der flachheitsbasierte Vorsteuerungsentwurf kann ohne weiteres von nichtlinearen Systemen auf lineare Systeme übertragen werden. Der Vorsteuerungsentwurf für lineare Systeme kann in MAPLE mit der Toolbox „OreModules“ [Chyzak u. a. 2004] durch das Aufrufen weniger Befehle schnell und systematisch durchgeführt werden, [Corves u. a. 2006].

Für das nichtlineare Beispielsystem mit dem Eingang $\mathbf{u} = (M_{An}, M_{B0})^T$ zeigt sich bei der Verwendung der Systembeschreibung mit Absolutwinkeln, Gl. (4.2/4), dass beide Eingangsgrößen jeweils nur auf eine Beschleunigungsgröße wirken. In diesem Fall ist die Matrix $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \mathbf{E}$ invertierbar. Bei dem Beispielsystem wäre eine derartige Vorsteuerung technisch allerdings kaum sinnvoll. Das Einsetzen von **M** und **g** aus (4.2/4) in Gl. (7.1/10) zeigt, dass dann allein der Antrieb im Gelenk B_0 das Moment zur Beschleunigung des Abtriebsorgans, dessen Massenträgheitsmoment in der Variable J_4 enthalten ist, aufbringen muss. Der Verzicht auf das Kurbelgetriebe zugunsten eines Direktantriebs wäre folglich das sinnvollere Konzept. Bei der Wahl eines anderen Eingangs $\mathbf{u} = (M_B, M_{B0})^T$ für das gleiche System ist die Matrix $\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ ebenfalls invertierbar

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)^{-1} = \begin{pmatrix} (2U_1'(\mathbf{q}) - U_2'(\mathbf{q})) & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{(2U_1'(\mathbf{q}) - U_2'(\mathbf{q}))} & 0 \\ \dfrac{1}{(2U_1'(\mathbf{q}) - U_2'(\mathbf{q}))} & -1 \end{pmatrix} \qquad (7.1/11)$$

An Gl. (7.1/11) ist zu erkennen, dass die Inverse allerdings für $U_2'(\mathbf{q}) = 2U_1'(\mathbf{q})$ nicht gebildet werden kann. Die Berechungsformel würde Polstellen in den berechneten Momentenverläufen liefern. Die Bedingung $U_2'(\mathbf{q}) = 2U_1'(\mathbf{q})$ tritt in Getriebestellungen auf, wo der Momentanpol der Koppel sich auf der Verbindungsgerade durch die Gelenke B_0 und B im Abstand ½ L_3 vom Gelenkpunkt B befindet. Es kann also eine oder mehrere Getriebestellungen geben, in denen die Inverse $\mathbf{B}^{-1}$ nicht existiert und somit keine Flachheit vorliegt. Der Verlust der Flachheit tritt unabhängig von der Verwendung des Absolutwinkels (s. Gl. (4.2/4)) oder des Relativwinkels (s. Gl. (4.2/3)) zur

Beschreibung der elastischen Deformation der Schwinge auf. Es handelt sich um eine antriebsbezogene Singularität des Mechanismus. In dieser Stellung können die Antriebe nicht in gewünschter Weise auf alle Freiheitsgrade wirken. Das System hat in dieser Stellung ein autonomes Teilsystem und zugleich einen redundanten Antrieb, der jedoch nicht auf das autonome Teilsystem wirken kann.

Die Existenz von singulären Stellungen ist ein Problem, dass in Forschungsarbeiten zu parallelkinematischen Handhabungssystemen vielfach behandelt wird. Der größte Teil der Arbeiten behandelt eine Trajektorienplanung mit dem Ziel singuläre Stellungen zu vermeiden. Dieses Prinzip der Vermeidung lässt sich aber nicht ohne weiteres auf die hier behandelten Bewegungssysteme mit einem umlaufenden Antrieb übertragen. Am obigen Kurbelgetriebe-Beispiel wird deutlich, dass singuläre Stellungen, sofern sie existieren, sich bei umlaufender Kurbel nicht vermeiden lassen, sondern durchlaufen werden müssen. Sowohl bei Bewegungssystemen mit nur einem Antrieb, als auch bei Parallelkinematiken bestehen aber Möglichkeiten, singuläre Stellungen ohne Instabilität in den Vorsteuerungen zu durchlaufen. Ein ebenes, fünfgliedriges, parallelkinematisches Handhabungsgerät mit zwei rotatorischen Antrieben besitzt zwei Bewegungsbereiche. Bei dem Wechsel von dem einen in den anderen Bewegungsbereich kann einer der beiden Antriebe abgeschaltet werden, [Last u. a. 2005], so dass das dadurch verursachte autonome Teilsystem seiner Eigenbewegung folgt. In [Ider 2005] wird eine Methodik zur Planung von Trajektorien, die es erlaubt, das System durch singuläre Stellungen hindurch zu bewegen, vorgestellt. Die Planung der Abtriebstrajektorien für ein fünfgliedriges Handhabungsgerät wird so vorgenommen, dass die Bewegung des autonomen Teilsystems im Bereich um die Singularität herum durch ein Polynom so geplant wird, dass die Bewegung im singulären Punkt selbst exakt der Eigenbewegung entspricht, also derjenigen Bewegung, die ohne Aktuatorkräfte auf das autonome Teilssystem erfolgt. Ider nennt diese Anforderung an die Trajektorien Konsistenzbedingungen und stellt diese Bedingungen für den Wechsel des Bewegungsbereichs auf. Durch das vorübergehende Deaktivieren eines Antriebs existiert für den entsprechenden Trajektorienabschnitt permanent ein autonomes Teilsystem, das bei aktivem Antrieb nur in der singulären Stellung existieren würde. Die Trajektorienplanung für diesen Bewegungsabschnitt kann auf die inversionsbasierte Trajektorienplanung für Punkt-zu-Punkt Bewegungsaufgaben, zurückgeführt werden. Damit ist eine Möglichkeit zum Durchlaufen singulärer Stellungen gegeben. Für den so geplanten Trajektorienabschnitt gelten die Einschränkungen, die im vorherigen Abschnitt beschrieben wurden.

Wenn die Ausgangstrajektorie $\mathbf{y}^*(t)$ kontinuierlich und exakt vorgegeben ist, und keinen Gestaltungsspielraum zulässt, kann die zugehörige Trajektorie $\mathbf{z}^*(t)$ der internen Dynamik aus Gl. (6.1/12)

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{z}} \\ \ddot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}\dot{\mathbf{z}} \\ \mathbf{n}_2(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},t) + \widetilde{\mathbf{B}}_2(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},t)\widetilde{\mathbf{B}}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},t)^{-1}\left(\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{n}_1(\dot{\mathbf{y}},\mathbf{y},\mathbf{z},\dot{\mathbf{z}},t)\right) \end{pmatrix}$$

berechnet werden. An den Ausgang des Systems wird wiederum die Forderung nach zweifacher stetiger Differenzierbarkeit gestellt, so dass auch $\ddot{\mathbf{y}}^*$ geben ist. Obige Gleichung liefert zunächst

die zweite Ableitung $\ddot{\mathbf{z}}^*$ der Zustandsgrößen der internen Dynamik. Die Trajektorien für $\dot{\mathbf{z}}^*$ und $\mathbf{z}^*$ ergeben sich durch Integration von $\ddot{\mathbf{z}}^*$. Sie folgen zwangsläufig aus der internen Dynamik und können selber nicht geplant werden. Die so berechnete Trajektorie $\mathbf{z}^*(t)$ hat gegenüber einer willkürlich vorgegebenen Trajektorie den Vorteil, dass sie durch das System realisiert werden kann. Sie ist daher auch als Linearisierungstrajektorie für das System und als Führungsgröße für die Regelung geeignet. Die Mess- und die Simulationsergebnisse (s. Abschnitt 6.2.3) für das Prüfstandsgetriebe bei dem nur der Hauptantrieb als Stellglied verwendet wird $\mathbf{u} = (M_{An})$ zeigen, dass das System den willkürlich vorgegebenen Trajektorien nicht folgen kann. Für den Antriebswinkel φ und für den Abtriebswinkel ψ wurden dort die Antriebs- und die Abtriebstrajektorie eines kinematisch äquivalenten Starrkörpermechanismus vorgegeben. Bei dem Betrieb des Bewegungssystems muss die elastische Schwinge Kräfte und Momente übertragen, so dass eine Deformation der Schwinge unvermeidlich ist. Daher muss mindestens einer der beiden Freiheitsgrade (Antriebswinkel und Abtriebswinkel) von der Trajektorie des Starrkörpermechanismus abweichen. Wenn ein inversionsbasierter Vorsteuerungsentwurf gelingt, wird erreicht, dass der Abtriebswinkel als Ausgang $\mathbf{y} = (\psi)$ des Systems der gewünschten Starrkörpertrajektorie $\mathbf{y}^*$ folgt, während der Antriebswinkel als autonomes Teilsystem $\mathbf{z} = (\varphi)$ der internen Dynamik folgt und damit von der Starrkörpertrajektorie abweicht. Die zugehörige Vorsteuerung $\mathbf{u}$ folgt dann aus der inversen Ein-/Ausgangsdynamik Gl. (6.1/11).

$$\mathbf{u} = \widetilde{\mathbf{B}}_1(\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, t)^{-1}\left(\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{n}_1(\dot{\mathbf{y}}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \dot{\mathbf{z}}, t)\right).$$

In [Devasia und Chen 1996] und [Wang und Unbehauen 2002] wird dieses Vorgehen erfolgreich für die Trajektorienplanung und den Vorsteuerungsentwurf eines eingliedrigen elastischen Bewegungssystems angewendet. Dies Verfahren setzt neben der stabilen internen Dynamik voraus, dass die Inverse $\widetilde{\mathbf{B}}_1^{-1}$ existiert, was bei den beiden Literaturbeispielen gegeben ist. Bei dem Kurbelgetriebeprüfstand sind es jedoch erneut die singulären Stellungen, in denen die Inverse $\widetilde{\mathbf{B}}_1^{-1}$ nicht existiert.

Aber selbst bei einer regulären Matrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ ist die zweifache Integration von $\ddot{\mathbf{z}}^*$ als kritisch zu betrachten. Kleine Fehler aufgrund von Abweichungen in den Modellparametern werden ebenfalls zweimal integriert und führen mit zunehmender Integrationszeit zu Trajektorien $\mathbf{z}^*$, die immer weniger dem dynamischen Verhalten des realen Systems entsprechen. Insbesondere, wenn die gewünschte Trajektorie $\mathbf{y}^*$ Frequenzanteile im Bereich von Resonanzfrequenzen des Systems hat, führt die inversionsbasierte Vorsteuerung zu entsprechend stark schwingenden Verläufen der Freiheitsgrade $\mathbf{z}^*$ des autonomen Teilsystems. Hier verursachen kleine Fehler in den Dämpfungsparametern große Amplituden- und Phasenabweichungen zwischen dem Modell und dem realem System. Dies ist unerwünscht, da die Trajektorien $\mathbf{y}^*$ und $\mathbf{z}^*$ für die Berechnung der Vorsteuerung $\mathbf{u}$ verwendet werden.

Während bei den Dämpfungswerten eine größere Parameterunsicherheit vorliegt, kann die Steifigkeit einzelner Bauteile relativ zuverlässig bestimmt werden. Daher ist ein robusterer Vorsteuerungs-

entwurf möglich, indem in Analogie zu [Cree und Damaren 2001] nur die quasistatischen Deformationen in die inversionsbasierte Trajektorienplanung einzubeziehen, statt wie zuvor beschrieben, die vollständige interne Dynamik zu invertieren. In [Bayo u. a. 1989] wird hierfür ein numerisch iteratives Verfahren zur Trajektorienplanung verwendet. Betrachtet wird ein Handhabungsgerät mit serieller Struktur und elastischen Gliedern, die als Timoshenko-Balken modelliert werden. Das System wird durch eine linearisierte, zeitvariante Bewegungsgleichung beschrieben. Im ersten Schritt erfolgt die Planung der Trajektorien für einen Starrkörpermechanismus und es werden die kinetostatischen Lasten, die im Starrkörpermechanismus auftreten, berechnet. Durch die Inversion der Steifigkeitsmatrix **Q** kann mit der Gl. (4.2/17) anschließend die quasistatische Verformung bestimmt werden. Im nächsten Rekursionsschritt werden die geplanten Trajektorien für die Antriebsfreiheitsgrade so korrigiert, dass diese quasistatische Verformung kompensiert wird. Auch in den Arbeiten von [Scheideler 1995] und [Bormann und Ulbrich 1996] wird eine Trajektorienplanung mit der Zielsetzung, Bahnabweichungen aufgrund kinetostatischer Belastungen zu kompensieren, vorgenommen. Minimiert wird die Bahnabweichung des Koppelpunktes einer Kurbelschwinge mit elastischer Koppel (ähnlich der Darstellung in Bild 4.4/8). Es werden Zusatzaktuatoren eingesetzt, die die ursprünglich gestellfesten Gestellgelenken B und B_0 translatorisch bewegen.

Den Arbeiten von [Bayo u. a. 1989], [Scheideler 1995] und [Bormann und Ulbrich 1996] ist gemeinsam, dass anstelle der vollständigen nichtlinearen Systemgleichungen nur die kinetostatischen Zusammenhänge aus der linearisierten Bewegungsgleichung des Bewegungssystems gemäß Gl. (4.2/16) zur Planung der Sollantriebstrajektorie verwendet. Wird diese kinetostatische Beziehung zwecks einer systematischen Betrachtung in die Byrnes-Isidori-Normalform gebracht, so ergeben sich im Vergleich zu Gl. (6.1/11) und Gl. (6.1/12) einfachere Formen für die Inverse der Ein/-Ausgangsdynamik

$$\mathbf{u}(t) = \overline{\alpha}^{-1}(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \tag{7.1/12}$$

und für die interne Dynamik.

$$\mathbf{z} = \overline{\beta}(\mathbf{y}) \tag{7.1/13}$$

In diesen Gleichungen sind keine Ableitungen des Ausgangs **y** oder der Zustandsgrößen des autonomen Teilsystems **z** enthalten, so dass die Problematik der Integration von Fehlern entfällt. Die Problematik der nicht regulären Eingangsmatrix $\widetilde{\mathbf{B}}_1$ in den singulären Stellungen bleibt allerdings bestehen, so dass hier die Trajektorie gegebenenfalls umgeplant werden muss. Dies soll anhand des Beispielsystems verdeutlicht werden.

Bei dem Beispielsystem tritt während des Betriebs eine Deformation der elastischen Schwinge auf, die sich aus einem quasistatischen Anteil, der durch die kinetostatischen Lasten hervorgerufen wird, und aus einem Anteil, der auf die Anregung von Schwingungen im Bereich der Eigenfrequenz zurückzuführen ist, zusammensetzt (s. z. B. Bild 4.3/6). Die Schwingungsamplitude des letztgenannten Anteils kann durch die Polplatzierung bei der Auslegung der Zustandsregelung stark ge-

mindert werden. Im Abschnitt 4.4.2 wurden die kinematischen Abmessungen des Kurbelgetriebes so verändert, dass der Abtriebswinkelverlauf des veränderten Starrkörpermechanismus $U_1^*(\varphi)$ sich zusammen mit den zusätzlich überlagerten quasistatischen Deformationen (Bild 4.4/5) in den singulären Stellungen zu einem Gesamtabtriebswinkel ergänzen, der dem gewünschten Abtriebswinkel $U_1(\varphi)$ des original Starrkörpermechanismus entspricht. Im **Bild 7.1/1** sind die Ergebnisse für die Kombination dieser Maßnahme zur Optimierung der kinematischen Abmessung mit der Zustandsregelung zur Minimierung der Eigenschwingungen bei einer Antriebsdrehzahl von 120 U/min dargestellt. Gegenüber dem PID-Drehzahlgeregeltem Originalsystem („original DZR“) und dem kinematisch verändertem System („optimiert DZR“) zeigt das System mit einer Zustandsregelung („optimiert ZR“) abklingende vibrodynamische Schwingungsanteile. Der Verlauf des Abtriebswinkels $U_1 = \psi$ ist zur Kennzeichnung der singulären Stellungen, die in der Streck- und der Decklage auftreten, eingezeichnet. In den Bewegungsabschnitten zwischen den singulären Stellungen tritt allerdings noch eine relativ große Abweichung des Abtriebswinkels auf. Daher soll nur der quasistatische Deformationsanteil durch die inversionsbasierte Trajektorienplanung minimiert werden.

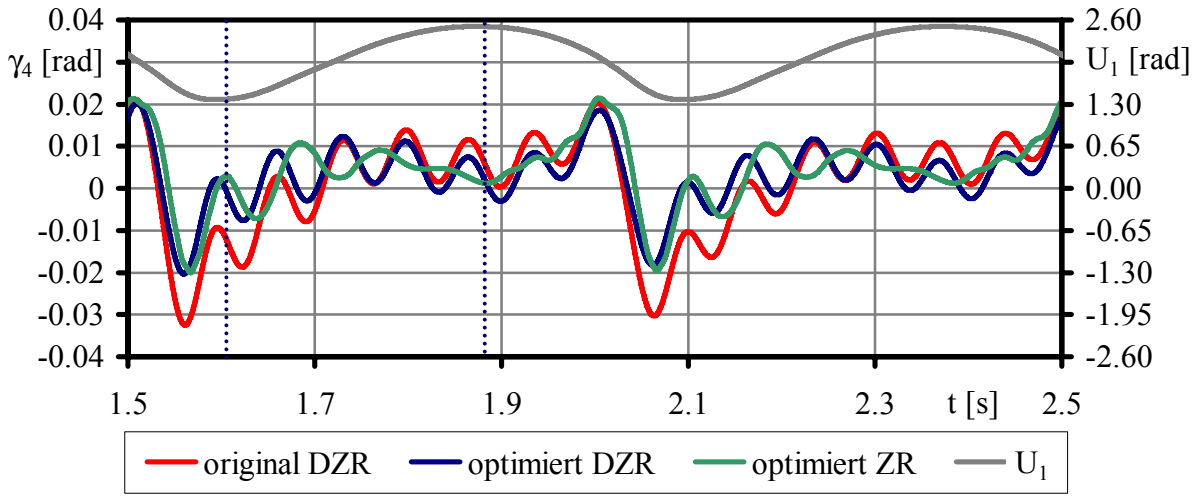


Bild 7.1/1: Winkelfehler am Abtrieb

Für die kinetostatikbasierte Trajektorienplanung wird die Systemgleichung für das System mit veränderten kinematischen Abmessungen verwendet. Der Systemausgang $\mathbf{y} = (\gamma_4)$ beschreibt darin die Abweichung des Abtriebswinkels von der Linearisierungstrajektorie. Als Linearisierungstrajektorie wird der Abtriebswinkelverlauf $U_1^*(\varphi)$ des kinematisch veränderten Starrkörpermechanismus gewählt. Die gewünschte Abweichung $\mathbf{y}^* = (\gamma_4^*)$ wird so gewählt dass insgesamt der Abtriebswinkelverlauf $U_1(\varphi)$ des original Starrkörpermechanismus erreicht wird.

$$\gamma_4^* = U_1(\varphi) - U_1^*(\varphi) \qquad (7.1/14)$$

Die Gleichung (7.1/13) kann in MAPLE für das System ausgewertet werden, um die entsprechende Trajektorie für die Abweichung γ_2^* des Antriebswinkels von der Linearisierungstrajektorie zu berechnen:

$$\gamma_2^* = \frac{c_2\gamma_4 + J_{4-5}(U_1'(\gamma_{20})\ddot{\gamma}_{20} + U_1''(\gamma_{20})\dot{\gamma}_{20}^2)}{2J_5(U_1''(\gamma_{20})\ddot{\gamma}_{20} + U_1'''(\gamma_{20})\dot{\gamma}_{20}^2) + k_2U_1''(\gamma_{20})\dot{\gamma}_{20} + c_2U_1'(\gamma_{20})} \qquad (7.1/15)$$

Dabei wurden keine zeitabhängigen Lastmomente M_B oder M_{B0} berücksichtigt. Die so geplante Abweichungstrajektorie für den Antriebsfreiheitsgrad γ_2^* in **Bild 7.1/2** berücksichtigt die kinetostatische Deformation der Schwinge. In dem Diagramm ist der Verlauf von U_1', der die singulären Stellungen kenntlich macht, ebenfalls eingezeichnet.

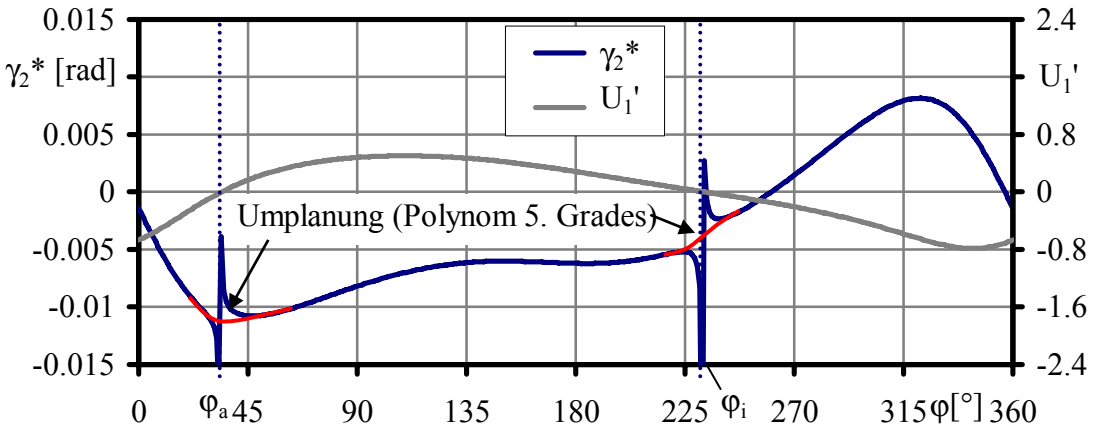


Bild 7.1/2: Verlauf der Abweichungstrajektorie für den Antriebsfreiheitsgrad bei kinetostatikbasierter Trajektorienplanung

In den singulären Stellungen zeigt die Antriebstrajektorie erwartungsgemäß Polstellen. Sie muss so umgeplant werden, dass sicher gestellt ist, dass die Abweichungen der Freiheitsgrade von der Linearisierungstrajektorie nicht zu groß werden. Die singulären Stellungen sind die beiden im Abschnitt 4.4.2 erläuterten Totlagen des Getriebes und die beiden zugehörigen Antriebswinkel φ_a und φ_i können leicht bestimmt werden. Für einen kleinen Winkelbereich um diese Totlagen herum wird ein Polynom fünften Grades als Übergangsfunktion für γ_2^* verwendet, s. **Bild 7.1/2**. Dadurch ist ein stetiger Beschleunigungsverlauf für die geplante Abweichung γ_2^* von der Linearisierungstrajektorie gewährleistet und außerdem ist eine umlaufende Bewegung des Antriebs sicher gestellt. Für die so umgeplante Trajektorie γ_2^* der internen Dynamik $\mathbf{z} = (\gamma_2)$ und für die geplante Trajektorie γ_4^* des Ausgangs $\mathbf{y} = (\gamma_4)$ kann mit Gl. (7.1/12) das erforderliche Antriebsmoment zur Vorsteuerung berechnet werden.

Die Trajektorienplanung ist in den beiden Bereich der singulären Stellungen aufgrund der Umplanung unwirksam. In diesen Bereichen wirkt sich aber die Veränderung der kinematischen Abmessungen (Abschnitt 4.4.2) schwingungsmindernd aus, so dass die quasistatische Deformation im Vergleich zum System ohne diese beiden Minderungsmaßnahmen stark reduziert werden kann. Im **Bild 7.1/3** sind Simulationsergebnisse für drei Systemkonfigurationen, die jeweils mit Drehzahlregelung betrieben wurden, dargestellt. Es handelt sich um das Getriebe mit den ursprünglichen kinematischen Abmessungen („original“), um das Getriebe mit den optimierten kinematischen Abmessungen („optimiert“) und um letztgenanntes Getriebe mit zusätzlicher Trajektorienplanung

(„optimiert TP“). Bei ersteren beiden wird eine konstante Antriebsdrehzahl als Sollwert vorgegeben. Bei letzterem wird der Antriebswinkelverlauf gemäß der Trajektorienplanung (7.1/15) mit anschließender Umplanung in den Polstellen vorgegeben. Außerdem ist als „Referenz“ der Verlauf des Abtriebswinkels ψ eingezeichnet um die singulären Stellungen sichtbar zu machen.

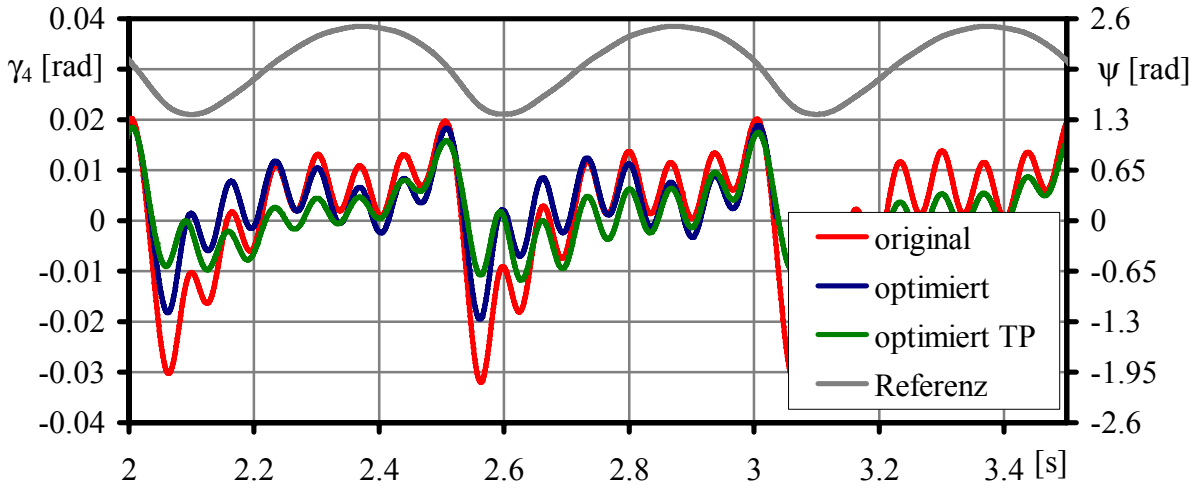


Bild 7.1/3: Reduktion der quasistatischen Abweichungen am Abtrieb durch die Trajektorienplanung und die Optimierung der kinematischen Abmessungen.

Die stationäre Schwingungsantwort setzt sich im Wesentlichen aus der quasistatischen Deformation und den angeregten Schwingungen mit der Eigenfrequenz zusammen. Letztere sind im Bild 7.1/3 noch stark enthalten und können durch eine Zustandsregelung gut bedämpft werden (s. Abschnitt 6.2.3). Die Wirksamkeit der Kombination der Zustandsregelung mit der kintetostatikbasierten Trajektorienplanung und der Veränderung der kinematischen Abmessungen („optimiert TP PiZR (-1/-20/-20)“) ist in **Bild 7.1/4** zu erkennen. Im Vergleich zur Drehzahlregelung in Bild 7.1/3 aber auch im Vergleich zur Zustandsregelung („PIZR (-1/-20/-20)“) sind die maximalen Amplituden im Bereich der Strecklage von 0,03 rad auf 0,003 gesunken. Dies entspricht einem Rückgang um 90%. Im gesamten restlichen Winkelbereich liegt die verbleibende Schwingungsamplitude unter 0,001 rad.

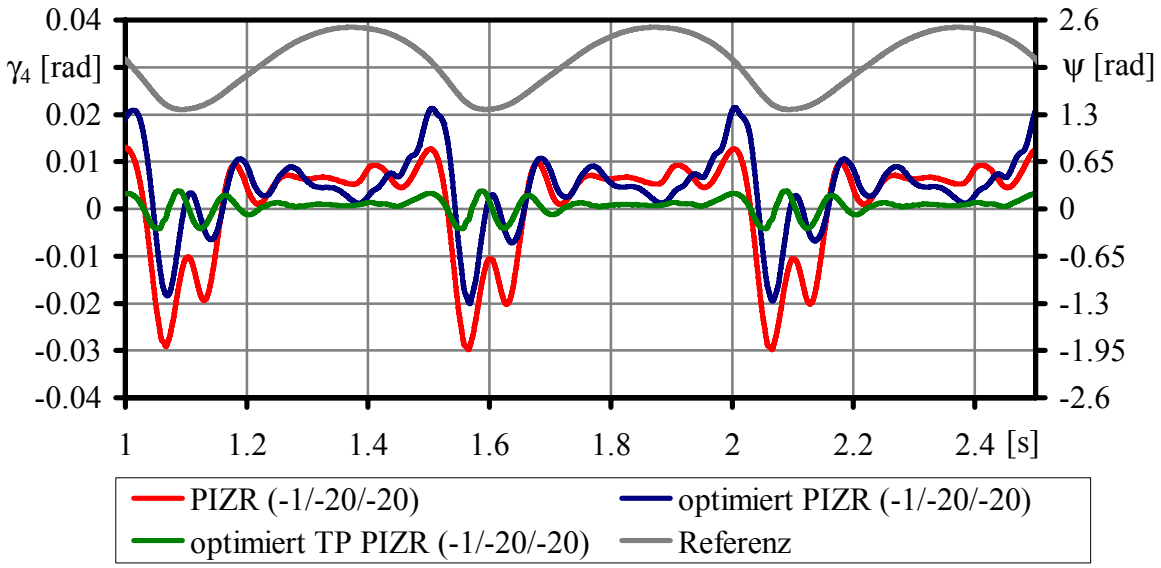


Bild 7.1/4: Reduktion der quasistatischen Abweichung und der angeregten Schwingungen mit Eigenfrequenz

7.2 Iterativer Auslegungsprozess

Zum Abschluss dieser Arbeit wird die Integration aller zuvor behandelten Prozessbausteine zu einem Gesamtentwurf dargestellt. Der Auslegungsvorgang lässt sich weder bezüglich der Abfolge der Prozessbausteine noch bezüglich der verwendeten Werkzeuge und Methoden in ein standardisiertes Schema zwängen. Er muss vielmehr spezifisch für das jeweilige System, die jeweilige Zielsetzung und den jeweiligen Randbedingungen vorgenommen werden. Eine starke Standardisierung des Vorgehens ist nur für eine häufig wiederkehrende Auslegung sehr spezifischer Produkte sinnvoll. Ein praxistaugliches Vorgehen zur Auslegung eines mechatronischen Bewegungssystems kann sich am handlungsorganisatorischen V-Modell nach der VDI-Richtlinie 2206 oder auch an anderen Vorgehensmodellen orientieren (s. Abschnitt 2). Wichtig ist, dass die Vorgehensweise folgende Merkmale aufweist

- eine Gliederung des Gesamtsystems in Teilsysteme,
- die Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den Systemteilen,
- eine starke Vernetzung der Auslegungsschritte und
- ein iteratives Vorgehen mit zunehmendem Detaillierungsrad.

Wie diese vier Merkmale sich im gesamtheitlichen Entwurf von mechatronischen Bewegungssystemen manifestieren, wird in diesem Abschnitt erläutert. Eine Bestimmung der optimalen Designparameter des mechatronischen Gesamtsystems in einem Schritt ist aufgrund der Vielfalt der Zielsetzungen und der Randbedingungen praktisch nicht möglich. Das Gesamtsystem wird im **Bild 7.2/1** durch den äußeren Ring symbolisiert und muss in Komponenten, die in aufeinanderfolgenden Prozessbausteinen ausgelegt werden, gegliedert werden.

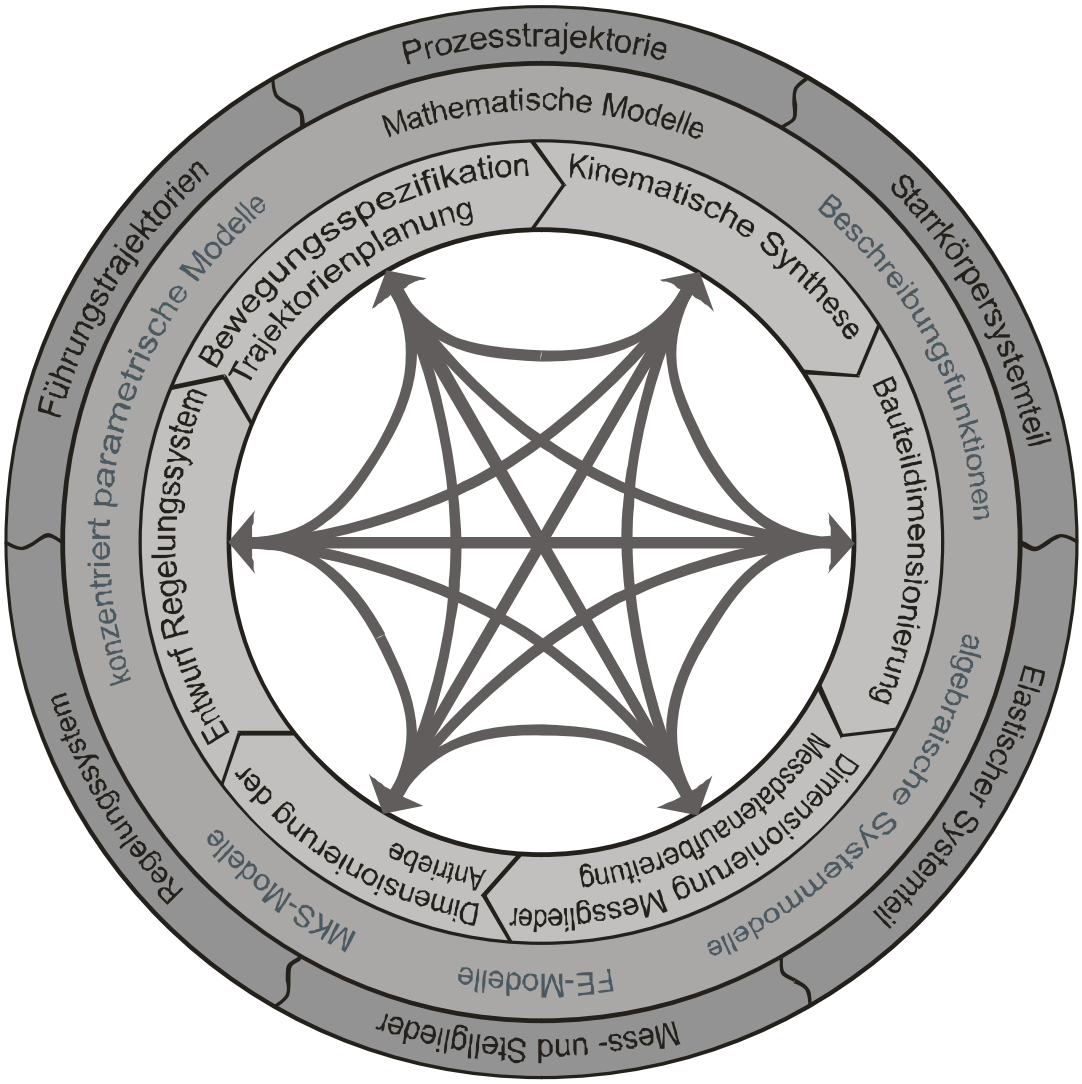


Bild 7.2/1: Schematische Darstellung des iterativen Entwurfsprozesses

Die Prozessbausteine werden im Bild 7.2/1 durch den inneren Ring symbolisiert. Der formale Zugang zu den Systemkomponenten und deren Eigenschaften erfolgt durch mathematische Modelle, die im mittleren Ring abgebildet sind. Wesentlich für den Erfolg des Auslegungsprozesses ist, dass die Auslegung der einzelnen Teilsysteme vernetzt und unter Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens des Gesamtsystems erfolgt. Dies ist im Bild 7.2/1 durch die Pfeile angedeutet. Die einzelnen Systemkomponenten wurden in den vorherigen Abschnitten ausführlich behandelt und auch auf zahlreiche Wechselwirkungen zwischen den Komponenten wurde bereits eingegangen. Im Folgenden wird dargestellt, wie diese Komponenten sich zu einem Gesamtsystem zusammenfügen und wie die Struktur des Gesamtsystems geplant werden kann. Anschließend wird dargestellt, wie die Wechselwirkungen durch eine Vernetzung der einzelnen Prozessbausteine und durch ein iteratives Vorgehen berücksichtigt werden können, um die gewünschten Eigenschaften des Gesamtsystems zu erlangen.

Das Bewegungssystem kann durch die Gesamtheit seiner Eigenschaften und seiner Funktionen abstrakt beschrieben werden. Die Eigenschaften und die Funktionen werden durch Designparameter gestaltet und können in mehrere Gruppen bzw. Teilsysteme gegliedert werden. In dieser Arbeit wird eine Gliederung in folgende Teilsysteme mit ihren charakteristischen Eigenschaften und Parametern verwendet (vgl. Bild 7.2/1):

- Die Prozesstrajektorie mit ihren geometrischen und ihren zeitlichen Eigenschaften wird durch Designparametern in den mathematischen Beschreibungsfunktionen gestaltet.
- Das Starrkörpersystem mit seinen kinematischen und kinetostatischen Eigenschaften wird durch die kinematische Struktur, durch die kinematischen Abmessungen und durch die Bauteildimensionen gestaltet. Nichtlineare Effekte wie Eingriffsstöße oder trockene Reibung wurden in dieser Arbeit nur am Rande betrachtet.
- Das elastische Teilsystem ist durch die Deformationsfreiheitsgrade im mechanischen Systemteil und durch Abweichungen von der Starrkörperbewegung gekennzeichnet. Die Gestaltung der dynamischen Eigenschaft erfolgt insbesondere über Bauteilparameter.
- Die Dynamik der Stellglieder und der Messglieder wird in dieser Arbeit zwar berücksichtigt, aber nicht in dem Sinne gestaltet, dass Parameter dieser Systemkomponenten verändert werden. Sehr wohl wird aber die topologische Anordnung der Mess- und der Stellglieder im Gesamtsystem gestaltet.
- Die Struktur und die dynamischen Eigenschaften des Regelungssystems können durch Designparameter in den beschreibenden Differentialgleichungen sehr frei gestaltet werden.
- Die geometrischen und die zeitlichen Eigenschaften der Antriebstrajektorien und Führungstrajektorien werden ebenfalls durch Designparameter in den Beschreibungsfunktionen gestaltet.

Der Entwurf der Struktur bzw. der Topologie des Gesamtsystems erfolgt in dem iterativen Auslegungsprozess nicht in einem gesonderten Prozessbaustein, sondern ist integraler Bestandteil der verschiedenen Prozessbausteine. Die Struktur wird suksezzive festgelegt und immer wieder verändert, indem die Eigenschaften einzelner Komponenten verändert werden. Während des gesamten Auslegungsvorgangs ist daher die vorausschauende Planung der (strukturellen) Eigenschaften des Gesamtsystems wichtig. Im Hinblick auf die Topologie des Gesamtsystems ist es das Ziel, das günstigste Konzept für die kinematische Struktur, für die denkbaren Bauteilelastizitäten, für die Stellglieder und die Messglieder sowie für das Regelungssystem zu bestimmen. In einer frühen Phase des Auslegungsprozesses wird beispielsweise im Prozessbaustein der kinematischen Struktursynthese (Abschnitt 3.3) zunächst nur die Realisierbarkeit der geforderten Bewegung durch ein Starrköpersystem berücksichtigt. Beim wiederholten Durchlauf müssen aber darüber hinaus weitere technologische, wirtschaftliche und konstruktive Aspekte berücksichtigt werden. [Modler und Grün 2000] betrachten beispielsweise für einen Mechanismus mit gegebener Getriebestruktur die Zusammenhänge zwischen der topologischen Anordnung der Antriebe und der Arbeitsgenauigkeit des Systems.

Welche dynamische Struktur einzelner Komponenten für die Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems die günstigste ist, ist immer auch parameterabhängig. Abhängig von den Bauteildimensionen kann eine Struktur mit Direktantrieb oder eine Struktur mit ungleichmäßig übersetzendem Getriebe günstiger sein (s. Abschnitt 3.5). Erst mit der Kenntnis des quantitativen Einflusses einzelner elastischer Verformungen oder Schwingungsformen auf die Prozesstrajektorie kann über die Notwendigkeit bestimmter Maßnahmen zur Schwingungsminderung oder über die Erforderlichkeit bestimmter Stellglieder entschieden werden. Daher ist es wichtig, bei der Festlegung der Eigenschaften einzelner Systemkomponenten auch immer wieder die Auswirkung auf die Gesamtstruktur zu überprüfen und gegebenenfalls die Gesamtstruktur zu ändern.

Um die strukturelle Bedeutung einzelner Entscheidungen oder Gestaltungsvarianten beurteilen zu können, kann deren Auswirkung auf die strukturellen Eigenschaften des mathematischen Systemmodells (z. B. Gl. (6.2/18)) analysiert werden. Zu den strukturellen Eigenschaften des Gesamtsystems zählt unter anderem die Möglichkeit der Transformation auf bestimmte Normalformen, die wiederum Voraussetzung für bestimmte Maßnahmen zur Schwingungsminderung sind (s. Abschnitt 6.1.2). Das Gesamtsystemmodell ist dabei immer aus Bestandteilen zusammengesetzt, die die einzelnen Systemkomponenten repräsentieren (vgl. Gl. (5.2/1)). Die Struktur der drei physikalischen Systemkomponenten Mechanismus, Stellglied und Sensor ist durch die Verknüpfung von Energiespeichern gegeben. Die Abhängigkeit zwischen den Energiespeichern wird durch Differentialgleichungen in Minimalkoordinaten beschrieben. Diese beschreiben zudem den Energiefluss über die Systemgrenzen hinweg, der beispielweise durch Prozesslasten oder Störgrößen erfolgt. Die innere Struktur des mechanischen Systemteils ist im Wesentlichen durch die Anzahl der Antriebsfreiheitsgrade und der elastischen Freiheitsgrade geprägt. Sie ist mathematisch z. B. in der Systemmatrix **A** eines linearen Systems Gl. (4.2/14) manifestiert. Die Gestaltung der inneren strukturellen Eigenschaften des mechanischen Systemteils erfolgt durch die kinematische Struktursynthese (Abschnitt 3.3) und durch die Dimensionierung der Getriebebauteile (Abschnitt 3.5 und 4.4). Die Gestaltung der inneren strukturellen Eigenschaften der Stellglieder und der Messglieder wird in dieser Arbeit auf die zielgerichtete Auswahl marktüblicher Komponenten mit gegebener dynamischer Struktur beschränkt (Abschnitt 5). Die innere dynamische Struktur dieser Komponenten wird wiederum durch Differentialgleichungen (s. z. B. Abschnitte 5.1, 5.5) beschrieben. Die Topologie der Stellglieder ist mathematisch in der Eingangsmatrix **B** erfasst. Die Topologie der Messglieder findet sich in der Rückführungsmatrix **C** wieder (s. Bild 6.2/4). Die Festlegung der Anzahl und der Anordnung der Mess- und der Stellglieder, sowie ihrer inneren dynamischen Struktur sind integraler Bestandteil der Gestaltung der Struktur des Regelungssystems, also des logischen Systemteils (s. Abschnitt 6.2.2). Die Struktur des logischen Systemteils kann ebenfalls durch Zustandsgrößen und Differentialgleichungen beschrieben werden. Hier sind unzählige Strukturen (Abschnitt 6.2.2) möglich, die in dieser Arbeit aber auf Strukturen mit einer linearen Zustandsregelungen (s. Abschnitt 6.2.3), die gegebenenfalls durch einen Beobachter (Abschnitt 6.2.5) und eine Störgrößenkompensation (Abschnitt 6.2.1) ergänzt wird, beschränkt wurden. Außerdem ist eine Trajektorienplanung und eine Vorsteuerung (Abschnitt 7.1) vorgesehen.

Einige strukturelle Eigenschaften des Gesamtsystems ergeben sich erst aus dem Zusammenwirken der Teilstrukturen. Hier sind beispielsweise die Steuerbarkeit und die Existenz autonomer Teilsysteme zu nennen. Diese ergeben sich aus der Topologie der Stellglieder und des mechanischen Systemteils. Die Beobachtbarkeit hängt von der Topologie der Messglieder und gleichzeitig von der Topologie des mechanischen Systemteils ab. Die strukturellen Eigenschaften einzelner Komponenten sind also häufig mit den strukturellen Eigenschaften des Gesamtsystems verknüpft. Wenn im Rahmen der Bauteildimensionierung beispielsweise eine Leichtbauweise realisiert wird und so die Topologie des elastischen Systemteils verändert wird, hat dies Auswirkungen auf die Anzahl und Anordnung der notwendigen Aktuatoren für bestimmte Maßnahmen zur Schwingungsminderung. Sind aufgrund der gewählten Signalart (z. B. analoge oder digitale Drehgeber) oder aufgrund der Anordnung der Sensoren (s. Abschnitt 5.5) bestimmte Größen messtechnisch unzugänglich, so kann dies in der Regelungsstruktur einen zusätzlichen Beobachter erforderlich machen. Bei Verwendung gut dimensionierter Motoren kann die Struktur des Motors einschließlich der Leistungselektronik in der Regel durch Verzögerungselemente erster Ordnung (Abschnitt 5.1) beschrieben werden und muss im Hinblick auf die Schwingungsminderung vielfach nicht beachtet werden (Abschnitt 5.2). Werden Stellglieder der Klasse der semiaktiven Aktuatoren verwendet (Abschnitt 5.4), so muss beachtet werden, dass dort nur die Amplitude, nicht aber die Wirkrichtung der Stellglieder frei vorgegeben werden kann. Dies macht gegebenenfalls redundante Aktuatoren und eine geeignete Schaltungsstruktur im logischen Systemteil notwendig. Es müssen insbesondere die Struktur des Regelungssystems und die Struktur des restlichen Teilsystems aufeinander abgestimmt sein. Für die Umsetzung der Synthese der Struktur des Gesamtsystems können Werkzeuge und Vorgehensweisen der allgemeinen Konstruktionsmethodik (s. Abschnitt 2) angewendet werden, um die problemspezifischen Entscheidungen zu treffen.

Neben den strukturellen Auswirkungen muss bei der Festlegung der Eigenschaften und der Designparameter eines Teilsystems auch immer die Auswirkung auf die anderen Teilsysteme berücksichtigt werden. Dies kann durch ein iteratives vernetztes Vorgehen realisiert werden, s. Bild 7.2/1. Dazu muss eine sinnvolle Abfolge der Abarbeitung der Prozessbausteine gewählt werden. Sie kann sich zwar an der Reihenfolge orientieren, in der die Prozessbausteine in dieser Arbeit vorgestellt wurden, es gibt aber keinen Königsweg für die Reihenfolge der Abarbeitung der Prozessbausteine. Es sind immer wieder Rücksprünge und erneute Durchläufe von vorherigen Prozessbausteinen notwendig, die zu Beginn des Auslegungsprozesses kaum planbar sind. Bei dem iterativen Vorgehen liegen in den Systemmodellen zunehmend detailliertere Systeminformationen vor. Es entstehen laufend neue Entwurfsgenerationen, bei denen neue Zielsetzungen für noch unberücksichtigte Eigenschaften ergänzt werden oder bei denen Zielsetzungen für bestimmte Eigenschaften verändert werden. In der industriellen Praxis umfasst der Entwicklungsprozess auch die Umsetzung einzelner Entwurfsgenerationen in Produktgenerationen, die gefertigt und verkauft werden. Dadurch ergeben sich wirtschaftliche, organisatorische und fertigungstechnische Randbedingungen, die den weiteren Entwurfsprozess stark beeinflussen. Darauf wird aber in dieser Arbeit aber nicht näher eingegangen.

Die Vorgabe der Zielsetzung und das Treffen von Richtungsentscheidungen setzt die Kenntnis der Komponenteneigenschaften und ihrer Auswirkung auf das Systemverhalten sowie die Kenntnis der Gestaltungsmöglichkeiten voraus. Diese Kenntnis ist die essentielle Voraussetzung für den erfolgreichen Entwurf eines mechatronischen Bewegungssystems. Im Folgenden wird daher die Vernetzung der Teilsysteme und der Auslegungsschritte zusammengefasst.

Eine besonders intensive Vernetzung liegt zwischen der Trajektorienplanung und der Gestaltung aller anderen Systemkomponenten vor. Aus den geplanten Prozess- und Führungstrajektorien ergeben sich Randbedingungen und Restriktionen für alle anderen Auslegungsschritte. Erfolgt die Definition der gewünschten Prozesstrajektorie bereichsweise durch nicht kontinuierliche oder durch unscharfe geometrische Vorgaben (s. Abschnitt 3.1), so existieren Entwurfsfreiheitsgrade die nutzbar sind, um bei der kinematischen Struktur- und Maßsynthese (s. Abschnitte 3.3 und 3.4) ergänzend zur prozessgerechten Geometrie der Trajektorie auch die Kompensation von elastischen Deformationen (s. Abschnitt 4.4.2), die Belastung des Antriebs (s. Abschnitt 3.2), die Stärke der Anregung (s. Abschnitt 4.4.3) oder weitere, hier nicht behandelte Anforderungen wie Toleranzunempfindlichkeit zu berücksichtigen. Die geometrischen aber auch die zeitlichen Entwurfsfreiheitsgrade ermöglichen außerdem die Anwendung unterschiedlicher Verfahren zur Trajektorienplanung für die Führungsgrößen (s. Abschnitt 7.1). Sind nur Punkt-zu-Punkt-Bewegungsaufgaben (s. Abschnitt 7.1.1) vorgegeben, so können zusätzliche Kriterien wie ein zeitoptimaler Übergang berücksichtigt werden. Dabei muss besonders beachtet werden, ob aufgrund der strukturellen Eigenschaften des elastischen Systemteils im Zusammenspiel mit der Topologie der Mess- und der Stellglieder autonome Teilsysteme existieren und ob die Dynamik dieser autonomen Teilsysteme stabil oder instabil ist. Durch eine geeignete Gestaltung der Führungsgrößen mittels Filterung, Input-Shaping, etc. kann die Anregung in den Freiheitsgraden des autonomen Teilsystems minimiert werden. Durch einen inversionsbasierten Vorsteuerungsentwurf kann die Bewegung in den Freiheitsgraden des autonomen Teilsystems gezielt in die Planung einbezogen werden. Dabei wird mit der Planung der Trajektorien gleichzeitig die Vorsteuerung für die Stellglieder berechnet. Bei der Planung von kontinuierlichen Bewegungsaufgaben (Abschnitt 7.1.2) sollten die Führungstrajektorie und die Vorsteuerung systemgerecht gestaltet werden. Bei differentiell flachen Systemen bedeutet dies, dass die zu planenden Beschleunigungsverläufe stetig sein müssen. Bei Systemen mit autonomem Teilsystem kann eine systemgerechte Trajektorienplanung wiederum durch einen inversionsbasierten Vorsteuerungsentwurf vorgenommen werden. Dabei kann es unter anderem aufgrund der Parameterunsicherheit ratsam sein, nicht die vollständige Dynamik, sondern nur die Quasistatik zu invertieren. Beim Vorsteuerungsentwurf fließen Stellgrößenbeschränkungen als Nebenbedingung in die Rechnung ein. Die Stellgrößenbeschränkung darf dabei nicht als unveränderbare Randbedingung angesehen werden. Die Stellgrößenanforderungen durch die Vorsteuerung und die Stellgrößenbeschränkung durch den Motor können nämlich durch ein iteratives Durchlaufen der Prozessbausteine Dimensionierung der Antriebe (Abschnitt 5.3) und Vorsteuerungsentwurf (Abschnitt 7.1) aufeinander abgestimmt werden. Natürlich muss bei der Trajektorienplanung und beim Vorsteuerungsentwurf auch der Zusammenhang mit den Eigenschaften des mechanischen Systemteils beachtet wer-

den. Der auszuregelnde Fehler im Systemausgang enthält häufig große Schwingungsanteile mit der Eigenfrequenz des mechanischen Systemteils. Die Eigenfrequenzen schlagen sich beim inversionsbasierten Vorsteuerungsentwurf (Abschnitt 7.1) außerdem in den geplanten Trajektorien nieder. Daher muss bei der Antriebsdimensionierung (Abschnitt 5.3) darauf geachtet werden, dass die Stellantriebe diese Frequenzen realisieren können und keine störenden Wechselwirkungen auftreten (Abschnitt 5.2 und 5.4). Umgekehrt ist auch die Anpassung der Eigenfrequenzen des mechanischen Systemteils an die Antriebe und an die Regelung möglich (s. Abschnitt 4.4.1). Zielsetzung ist es dabei, eine gegenseitige Anregung zu vermeiden (s. Abschnitt 6.2.3). Zusätzlich kann durch eine günstige Gestaltung der Eigenformen erreicht werden, dass an einzelnen Eigenformen nahezu ausschließlich nur bestimmte Freiheitsgrade beteiligt sind. Dadurch ist eine einfache Bestimmung der Polvorgaben für die Berechnung der Reglerparameter möglich (vgl. Abschnitt 6.2.3). Nullstellen in der dynamischen Übertragungsfunktion der Strecke führen zu Instabilitäten der Vorsteuerung, falls eine Ausgangstrajektorie gewünscht ist, die Frequenzanteile mit der Tilgungsfrequenz besitzt. Durch eine Anpassung der elastodynamischen Streckeneigenschaften können die Nullstellen in der dynamischen Übertragungsfunktion in unkritische Frequenzbereiche verschoben werden. Durch das iterative vernetzte Vorgehen ist es also möglich, die Trajektorien prozessgerecht und zugleich system- und antriebsgerecht zu gestalten.

Bei Entscheidungen, die eine starke Auswirkung auf die Struktur des Gesamtsystems haben, muss deren Auswirkung auf das Gesamtsystem in besonderem Masse beachtet werden. Die kinematische Struktursynthese in Kombination mit der kinematischen Maßsynthese (Abschnitt 3.4) beinhaltet solche Entscheidungen. Hierbei muss zugleich die Auswirkung der Designparameter auf die Prozesstrajektorie und auf den Antrieb beachtet werden (s. z. B. Abschnitte 3.2 und 4.4.3). Die Festlegung der Grobgestalt der Bauteile ist ein zweites Beispiel für eine stark strukturrelevante Entscheidung. Die Bauteile können mit Hilfe von numerischen oder analytischen Methoden so dimensioniert (Abschnitt 4.4.1) werden, dass die Bauteile die für die gewünschte Systemtopologie erforderlichen Steifigkeitseigenschaften aufweisen und dass Maßnahmen zur Schwingungsminderung umgesetzt werden können. Es kann auch eine strukturelle Erweiterung des Systems durch Tilgermassen vorgenommen werden. Auf Wechselwirkungen zwischen den elastodynamischen Systemeigenschaften des mechanischen Systemteils und der Regelung oder dem Antrieb wurde oben schon eingegangen. Aber auch die Abstimmung der kinematischen und der kinetostatischen Eigenschaften des mechanischen Systemteils auf den Motor und die Regelung ist wichtig. Anhand kinetostatischer Berechnungen (Abschnitt 3.5) können die Massen, die Massenträgheitsmomente und die Schwerpunktslagen der Bauteile so gestaltet werden, dass ein optimaler Kompromiss zwischen den Gestell- und Gelenkkräften, dem Gestellmoment sowie dem notwendigen Antriebsmoment erzielt wird. Das Auslegungsziel ist dabei die Verringerung der Anregung der Schwingungen einerseits und der Belastung des Antriebs andererseits. Nicht zuletzt können die kinematischen Abmessungen auch an das elastische Bauteilverhalten (Abschnitt 4.4.2) angepasst werden. Berechnete Bauteildeformationen werden zur Generierung neuer Vorgabewerte für klassische Maßsyntheseverfahren, die für Starrkörpermechanismen entworfen wurden (Abschnitt 3.4), eingesetzt. Der Vorteil dieser Maß-

nahme liegt darin, dass sie auch in singulären Stellungen wirksam ist, wo einige Maßnahmen zur aktiven Schwingungsminderung ihre Wirksamkeit verlieren.

Die zuvor beschriebene Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen den Systemteilen mit dem Ziel der Abstimmung der Komponenteneigenschaften aufeinander kann zu dem Bereich der passiven Schwingungsminderung gezählt werden. Diese kann durch eine aktive Schwingungsminderung ergänzt werden. Dazu müssen in der Topologie des Gesamtsystems entsprechende Stellglieder vorgesehen sein. Den Kern der aktiven Schwingungsminderung bilden die dynamischen Gesetzmäßigkeiten, nach denen die Stellglieder betrieben werden. Diese werden durch die Regelung und durch die Trajektorienplanung erzeugt. Unerwünschte Abweichungen von den vorgegebenen Trajektorien werden erfasst und durch geeignete Rückführungen (Abschnitt 6.2.2) werden daraus Stellgrößen erzeugt. Wie oben schon erwähnt müssen die Reglerdynamik und die Dynamik der Stellglieder sowie die Dynamik des mechanischen Systemteils aufeinander abgestimmt werden, um unerwünschte Wechselwirkungen zu vermeiden. Um die gewünschte Abstimmung zu erhalten kann dabei jede Systemkomponente verändert werden. Soll eine lineare Zustandsregelung verwendet werden, so werden Systemgleichungen benötigt, die bezüglich geeigneter Trajektorien linearisiert sind. Diese Linearisierungstrajktorien können neben der Starrkörperbewegung auch kinetostatische Verformungen und andere Bewegungsanteile umfassen (Abschnitt 7.1). Durch die Gestaltung der elastischen Systemeigenschaften muss gewährleistet werden, dass die verformungsbedingten Abweichungen von der Linearisierungstrajektorie im Betrieb nicht zu groß werden, so dass die Linearisierung gültig bleibt (Abschnitt 4.2). Darüber hinaus muss den singulären Stellungen Beachtung geschenkt werden. Singuläre Stellungen führen insbesondere bei inversionsbasierten Maßnahmen zur Schwingungsminderung zu Problemen. Beispiele für diese Maßnahmen sind die Trajektorienplanung (Abschnitt 8.1) und die Störgrößenkompensation (Abschnitt 6.2.1). Im Bereich um diese Stellungen herum zeigen die berechneten Kraft- oder Bewegungsverläufe häufig Polstellen, so dass das System durch eine geeignete Übergangsfunktion durch die singuläre Stellung hindurch geführt werden muss. Dadurch geht allerdings die Wirksamkeit der Minderungsmaßnahme in diesem Bereich verloren. Die Existenz von singulären Stellungen (s. Abschnitt 3.2) ist eine strukturelle Eigenschaft der Getriebe, die aber zugleich von den kinematischen Abmessungsparametern abhängt. Sie kann daher durch eine Veränderung der kinematischen Struktur (s. Abschnitt 3.3) oder der kinematischen Abmessungen (s. Abschnitt 3.4) beeinflusst werden und gegebenenfalls in günstigere Bewegungsabschnitte verlegt werden.

Abschließend ist anzumerken, dass die obige Ausführung nur einige wichtige Wechselwirkungen zwischen den Komponenten von Bewegungssystemen mit ungleichmäßig übersetzenden Getrieben umfasst. Die Wechselwirkungen sind vielfältig und je nach betrachtetem System unterschiedlich stark ausgeprägt, so dass sie für jedes System spezifisch beachtet werden müssen. Um dies zu tun und um das wiederholte Durchlaufen von Prozessbausteinen effizient durchführen zu können, ist zum einen die Verwendung algebraischer Systemmodelle und zum anderen die Nutzung einer

durchgängigen Werkzeugkette notwendig (s. Abschnitt 2 und 6.1). Insbesondere die Verwendung von Computer-Algebra-Programmen ermöglicht die echtzeitfähige Implementierung modellbasierter Schwingungsminderungsmaßnahmen, da beispielsweise numerisch aufwändige Matrizeninvertierungen offline symbolisch vorgenommen werden können (Abschnitt 6.2.3) und da die Gleichungen in eine rechnergerechte Form ohne Nullstellen in den Nennern gebracht werden können (Abschnitt 6.1). Durch Exportfunktionalitäten wird außerdem der Aufbau parametrischer Modelle in Simulationsprogrammen unterstützt. Beispielsweise können die kinematischen Übertragungsfunktionen höherer Ordnung (Abschnitt 3.2), die die wesentliche Nichtlinearität des Systems beschreiben und für viele Auslegungsschritte eine zentrale Bedeutung haben, im Computer-Algebra-Programm berechnet und anschließend exportiert werden. Durch die Automatisierung werden Übertragungsfehler minimiert. Außerdem sind im Computer-Algebra-Programm strukturelle Analysen möglich. Als einfaches Beispiel ist hier die parameterabhängige Bestimmung der Existenzbedingungen für singuläre Stellungen (s. Abschnitt 3.2) zu nennen. Für quantitative Analysen und für die konkrete Dimensionierung von Systemkomponenten können FEM- und Mehrkörpersimulationsprogramme (Abschnitt 4.1 und 4.2) eingesetzt werden. Die Modelle können gegebenenfalls durch experimentelle Verfahren verifiziert werden und es kann eine Anpassung der Modellparameter vorgenommen werden (Abschnitt 4.3).

Die Stärke des vernetzten Vorgehens zeigt sich eindrucksvoll an dem Beispiel des Kurbelgetriebeprüfstands. Das dynamische Verhalten des Gesamtsystems wird im Wesentlichen durch die Dynamik des mechanischen Systemteils und durch die Regelung bestimmt. Die Eigenfrequenzen der Teilsysteme sind so aufeinander abgestimmt, dass die Eigenfrequenz des mechanischen Systemteils oberhalb der 7. Ordnung der maximalen Antriebsfrequenz liegt. Die Eigenfrequenz, die dem Antriebsfreiheitsgrad zugeordnet werden kann, ist durch die Reglerauslegung mittels Polplatzierung wiederum deutlich oberhalb der ersten Eigenfrequenz des mechanischen Systemteils gelegt. Gleichzeitig ist beachtet worden, dass Stellgrößen mit dieser Frequenz durch den Stellantrieb noch realisierbar sind. Durch die Anordnung der Sensoren in den Abtriebsgelenken wird erreicht, dass Schwingungen mit der zweiten Eigenform durch die Sensoren kaum erfasst werden. Somit werden Wechselwirkungen zwischen der Regelung und dieser Schwingungsform minimiert. Durch drei aufeinander abgestimmte Ansätze zur Schwingungsminderung wird gegenüber dem Ausgangssystem eine Reduktion der Schwingungsamplitude um 87,1 % erreicht, ohne zusätzliche Stellglieder einzusetzen, s. **Bild 7.2/2**. Die kinematischen Abmessungen werden mit der Zielsetzung, die Abweichung im Bereich um die singulären Stellungen herum zu verringern, an die dynamischen Eigenschaften des Mechanismus angepasst. Die inversionsbasierte Planung der Trajektorien für den Antriebsfreiheitsgrad erfolgt unter Berücksichtigung der kinetostatischen Deformationen im Mechanismus. Die Trajektorie muss im Bereich um die singulären Stellungen herum allerdings umgeplant werden. Die kinematische Optimierung und die inversionsbasierte Trajektorienplanung minimieren zusammen den kinetostatischen Anteil der Abweichung in der Abtriebsbewegung. Der vibrodynamische Anteil wird durch eine dritte Maßnahme, nämlich eine aktive Schwingungsminderung durch eine Zustandsregelung für den Hauptantrieb, minimiert. Die berechneten Winkelfehler

am Abtrieb sind für das Ausgangssystems mit Drehzahlregelung („DZR“) und für das System mit den Maßnahmen zur Schwingungsminderung („SM“) im Bild 7.2/2 dargestellt. Bei allen Simulationen wurde das Spiel im Planetengetriebe berücksichtigt. Für das System mit Schwingungsminderungsmaßnahmen wurden zum einen analoge Drehgeber („SM analog“) und zum anderen wurden die digitalen Drehgeber („SM digital“) in Kombination mit der Interpolation der Winkelgeschwindigkeit, die auch am Prüfstand verwendet werden, simuliert. Da sich bereits bei der praktischen Überprüfung der Regelung (s. Bild 6.2/15) eine gute Übereinstimmung zwischen dem Verhalten des realen Prüfstands und des Modells zeigte, wird auf eine praktische Überprüfung der ergänzenden Minderungsmaßnahmen und der damit verbundenen konstruktiven Veränderung des Prüfstands verzichtet. Als Referenzlinie ist in Bild 7.2/2 noch der Abtriebswinkelverlauf eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass im Bereich der Decklage des Getriebes die größten Schwingungsamplituden verbleiben. Es handelt sich um Eigenschwingungen, die von der Regelung in der Nähe der singulären Stellungen nur unzureichend beeinflusst werden können.

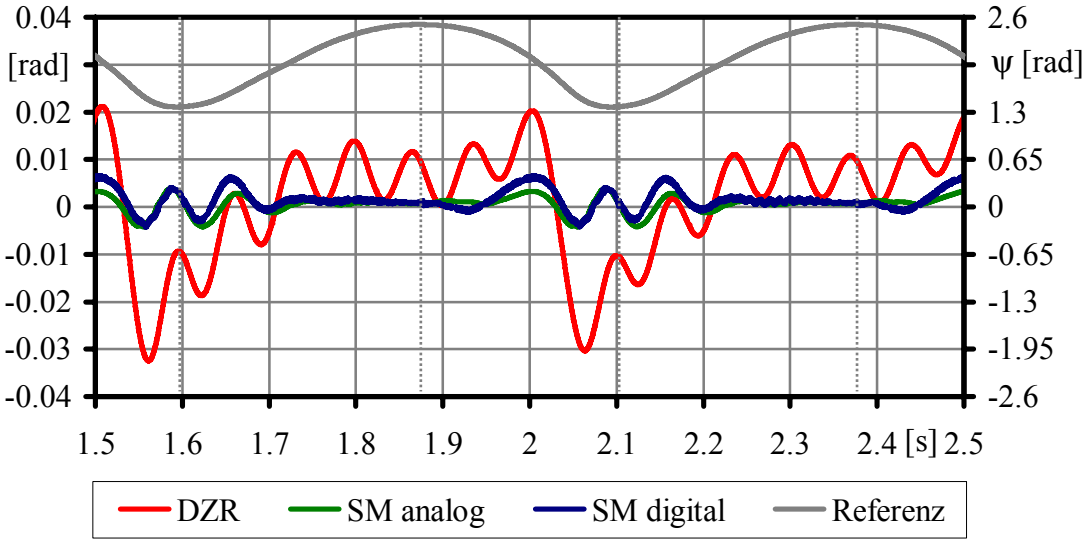


Bild 7.2/2: Verlauf des Abtriebswinkelfehlers für das Referenzsystem und für ein System mit drei kombinierten Maßnahmen zur Schwingungsminderung

8 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Konzept zur Schwingungsminderung bei mechatronischen Bewegungssystemen vorgestellt. Bei dem Konzept wird die Zielsetzung verfolgt, einen Kompromiss zwischen der Qualität der prozessrelevanten Bewegung einerseits sowie den beiden wirtschaftlich relevanten Faktoren Leichtbau und erreichbare Arbeitsgeschwindigkeit andererseits zu erzielen. Das vorgestellte Konzept umfasst sowohl eine Methodik zur ganzheitlichen Auslegung des mechatronischen Systems als auch Werkzeuge zur Umsetzung dieser Methodik.

Die Methodik greift das abstrakte Vorgehensmodell zur Auslegung mechatronischer Systeme aus der VDI-Richtlinie 2206 auf. Kennzeichnend für dieses und auch für andere in der Literatur bekannte Vorgehensmodelle ist ein iteratives Abarbeiten von Prozessbausteinen zur Gestaltung einzelner Systemkomponenten. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf dem Entwurf mechatronischer Bewegungssysteme, die einen geregelten elektrischen Antrieb und ein ungleichmäßig übersetzendes Getriebe mit elastischen Bauteilen umfassen. Für diese Gruppe von Systemen werden Prozessbausteine in Form von konkreten Auslegungsschritten und Berechnungsverfahren aus der Getriebetechnik, der Schwingungstechnik und der Regelungstechnik zu einem fachübergreifenden, integrativen Gesamtentwurf zusammengeführt.

Die essentielle Voraussetzung für eine erfolgreiche gesamtheitliche Synthese ist die Kenntnis der Eigenschaften der Systemkomponenten und ihrer Auswirkung auf das Gesamtsystemverhalten sowie die Kenntnis der Gestaltungsmöglichkeiten. Ein Beitrag dieser Arbeit liegt darin, die wesentlichen Eigenschaften und Designparameter der betrachteten Gruppe von Bewegungssystemen zusammenzustellen, die Wechselwirkungen zwischen den Teilsystemen aufzuzeigen und schließlich Werkzeuge und Methoden zum integrativen Entwurf vorzustellen. Dies wird zum einen auf der Ebene abstrakter algebraischer Systemgleichungen vollzogen. Die abstrakten Systemgleichungen werden hinsichtlich der strukturellen Systemeigenschaften analysiert und klassifiziert. Die Kenntnis über die Systemklasse ist dabei der Schlüssel zur Anwendbarkeit bestimmter Methoden zur Schwingungsminderung und für die Übertragung der Methoden auf Systeme, die nicht im Mittelpunkt dieser Arbeit standen. Hier sind beispielsweise Systeme mit mehreren Antrieben oder mit hydraulischen und pneumatischen Systemkomponenten zu nennen. Zum anderen wird ergänzend zu den abstrakten Betrachtungen die Anwendung und Wirksamkeit einiger Methoden anhand von Beispielsystemen demonstriert und an einem Kurbelgetriebeprüfstand theoretisch und praktisch überprüft. Außerdem werden für nahezu alle Prozessbausteine Literaturstellen mit weiterführender Theorie, weiteren Anwendungsbeispielen oder Abwandlungen der Vorgehensweisen angegeben.

Eine wesentliche Neuerung dieser Arbeit liegt in der systematischen Berücksichtigung und Ausnutzung der Wechselwirkungen im mechatronischen Bewegungssystem. Beispielsweise sind hier die Berücksichtigung der elastischen Deformationen und der Antriebsdynamik bei der Starrkörpersyn-

these und bei der Trajektorienplanung oder auch die systemspezifische Kombination mehrerer Minderungsmaßnahmen zu nennen.

Ein zentraler Bestandteil des vorgestellten Konzepts ist die Nutzung einer durchgängigen Werkzeugkette für den Systementwurf. Es wurden für die relevanten Systemklassen Berechnungswerkzeuge in einem Computer-Algebra-Programm erstellt. Ergänzt werden diese durch numerische Simulationswerkzeuge aus dem Bereich der Mehrköper-, Finite-Elemente- und Dynamiksimulation. Der zielgerichtete Einsatz von marktüblichen Softwarewerkzeugen erleichtert Forschern und Entwicklern den Zugang zu den Erfahrungen und den Methoden zur Durchführung der komplexen Entwicklung von mechatronischen Bewegungssystemen. Insgesamt ist ein praxistaugliches Konzept entstanden, das sowohl konkrete Anweisungen, welche Berechnungen bei den Auslegungsschritten durchzuführen sind, als auch eine Werkzeugkette, die es erlaubt, diese Rechnungen für eine Vielzahl Bewegungssystemen automatisiert durchführen, umfasst.

9 Literatur

[Abd-Elwahab und Sherif 2006] Abd-Elwahab, M.; Sherif, H.A.: *"Pre-tensioned Layer Damping as a New Approach for Vibration Control of Elastic Beams".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.3, (2006), S. 338-346.

[Abel 1993] Abel, D.: *Entwurf und Realisierung digitaler Steuerungen und Regelungen.* Vorlesungsumdruck, Aachen, RWTH, Institut für Regelungstechnik (1993).

[Abel und Bollig 2006] Abel, D.; Bollig, A.: *Rapid Control Prototyping*. Berlin: Springer Verlage (2006).

[Abel u. a. 2008] Abel, D.; Epple, U.; Spohr, G.-U.: *Integration von Advanced Control in der Prozessindustrie*. Weinheim: Wiley-VCH (2008)

[ADAMS 2003] ADAMS, N.N.: *2003BFLXTH-01.* Programmhandbuch, USA: MSC.Software Corporation (2003).

[Agirrebeitia u. a. 2003] Agirrebeitia, J.; Avilés, R.; de Bustos, I. F.; Ajuria, g.: *"Inverse position problem in highly redundant multibody systems in environments with obstacles".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 11, (2003), S. 1215-1235.

[Albers und Schyr 2005] Albers, A.; Schyr, C.: *"Modellgestützte Methodik zur Erprobung von mechatronischen Antriebskomponenten".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 211-227.

[Allgöwer und Gilles 1995] Allgöwer, F.; Gilles, E. D.: *"Einführung in die exakte und näherungsweise Linearisierung nichtlinearer Systeme".* In: Engell, S. (Hg.): *Entwurf nichtlinearer Regelungen,* München, Wien: Oldenbourg Verlage (1995), S. 23-52.

[Allmendinger 2007] Allmendinger, F.: *Anwendung regelungstechnischer Methoden zur Schwingungsminderung in elastizitätsbehafteten Getrieben mit elektrischem Aktuator.* Diplomarbeit, Aachen: RWTH, Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik (2007).

[Altenbach und Altenbach 1994] Altenbach, J.; Altenbach, H.: *Einführung in die Kontinuumsmechanik*. Stuttgart, Teubner-Verlag (1994).

[Altschuller 1984] Altschuller, G. S.: *Erfinden - Wege zur Lösung technischer Probleme.* Berlin: Technik Verlag (1984).

[Altuzarra u. a. 2006] Altuzarra, O.; Salgado, O.; Petuya, V.; Hernández, A.: *"Point-based Jacobian formulation for computational kinematics of manipulators".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.41, Issue 12, (2006), S. 1407-1423.

[Ambarish und Parker 2006] Ambarish, V. K.; Parker, R. G.: *"Suppression of Planet Mode Response in Planetary Gear Dynamics Through Mesh Phasing".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No. 2, (2006), S. 133-142.

[Anderson u. a. 1992] Anderson, E. H.; Hagood, N. W.; Goodliffe, J. M.: *"Self-Sensing Piezoelectric Actuation: Analysis and Applications to Controlled Structures".* In *Proceedings of the AIAA / ASME / ASCE / ASH Structures, Structural Dynamics and Materials Conference,* Paper No. 92-2465, Texas, Dallas (1992).

[Ansorge und Oberle 2000] Ansorge, R.; Oberle, H. J.: *Mathematik für Ingenieure.* Band 1-3, Berlin: Akademie Verlag (2000).

[Antoniou 2006] Antoniou, A.: *Digital signal processing - signals, systems, and filters*. USA, New York, McGraw-Hill (2006).

[Aoustin und Formal'sky 1999] Aoustin, Y.; Formal'sky, A.: *"On the Feedforward Torques and Reference Trajectory for Flexible Two-Link Arm".* In *Multibody System Dynamics,* vol. 3, issue 3, (1999), S. 241-265.

[Arczewski und Pietrucha 1993] Arczewski, K.; Pietrucha, J.: *Mathematical Modelling of Mechanical Complex Systems: volume 1; discrete models.* New York: Ellis Horwood (1993).

[Arnhold und Konigorsky 2007] Arnhold, U.; Konigorsky, U.: *"Ein ganzheitlicher, systemtheoretischer Ansatz für die Regelung von Werkzeugmaschinenachsen".* In *VDI-Berichte 1971,* (2007), S. 293-306.

[Artobolevsky 1975, 76, 77] Artobolevsky, I.: *Mechanism in Modern Engineering Design.* vols. 1-3, Moskau: MIR Publishers (1975,76,77).

[Asami u. a. 2002] Asami, T.; Nishihara, O.; Baz, A. M.: *"Analytical Solutions to H¥ and H2 Optimization of Dynamic Vibration Absorbers Attached to Damped Linear Systems".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 124, No. 2, (2002), S. 284-295.

[Aselmann 2004] Aselmann, G.: *Theoretische und experimentelle Verifikation einer Regelung für eine semi-aktive Schwingungsdämpfung in ungleichmäßig übersetzenden Getrieben.* Studienarbeit, Aachen: RWTH, Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik (2004).

[Bailey und Hubbard Jr. 1985] Bailey, T.; Hubbard Jr., J. E.: *"Distributed Piezoelectrc-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam".* In *Journal of Guidance, Control and Dynamics,* vol. 8, No. 5, (1985), S. 601-611.

[Baumgart und Pao 2001] Baumgart, M. D.; Pao, L. Y.: *"Cooperative Multi-Input Shaping for Arbitrary Inputs".* In *Proc. American Control Conf., Arlington,* VA, USA (2001), S. 275-280.

[Baumgart und Pao 2002] Baumgart, M. D.; Pao, L. Y.: *"Discrete Time-Optimal Command Shapers and Controls for Multi-Input Multi-Output System".* In *Proc. American Control Conf,* Anchorage, AK, USA (2002), S. 2279-2284.

[Bayo u. a. 1989] Bayo, E.; Papadopoulos, P.; Stubbe, J.: *"Inverse Dynamics and Kinematics of Multi-Link Elastic Robots: An Iteratve Frequency Domain Approach".* In *The International Journal of Robotics Research,* vol. 8, no. 6, (1989), S. 49-62.

[Becker und Älijev 2000] Becker, W. J.; Älijev, F.: *Handbuch elektrische Meßtechnik*. Heidelberg, Hüthig-Verlag (2000).

[Beggs 1983] Beggs, J. T.: *Kinematics.* Hemisphere Publishing Corporation (1983).

[Behzadipour und Khajepour 2004] Behzadipour, S.; Khajepour, A.: *"Design of reduced DOF parallel cable-based robots".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 10, (2004), S. 1051-1065.

[Belfiore und Pennestri 1997] Belfiore, N.P.; Pennestri, E.: *"An Atlas of Linkage-Type Robotic Grippers".* In: IFToMM (Hg.): *Mechanism and Machine Theory,* Vol 32, No. 7, (1997), S. 811-833.

[Bernstein 1998] Bernstein, H.: *Sensoren und Meßelektronik - praktische Anwendungen: analoge und digitale Signalverarbeitung, elektronische Meßtechnik, PC-Meßtechnik*. München: Pflaum-Verlag (1998).

[Bertram u. a. 2000] Bertram, T.; Pertersen, J; Heckes, M.; u.a.: *"Ein objektorientiertes Abbildungskonzept für Ordnungsstrukturen mechatronischer Systeme in Kraftfahrzeugen".* In *Mechatronik-Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1533, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 219-240.

[Blekhman und Sperling 2004] Blekhman, I. I.; Sperling, L.: *"Zum Einfluss eines inneren Freiheitsgrades auf das Verhalten eines Pendels mit vibrierender Aufhängung".* In *TECHNISCHE MECHANIK,* Band 24, Heft 3-4, (2004), S. 277-288.

[Bock 1982] Bock, A.: *Arbeitsblätter für die Konstruktion von Mechanismen.* Suhl: Kammer der Technik, Bezirksverband Suhl (1982).

[Bonfig 1996] Bonfig, K. W.: *Meßtechnik und Meßsignalverarbeitung*. Renningen-Malmsheim, expert-Verlag (1996).

[Bonsch und Corves 2005] Bonsch, F.; Corves, B.: *"Optimierung von Bewegungsprofilen".* In *IGM-Kolloqium Getriebetechnik 2005,* Aachen: Shaker Verlag (2005).

[Bormann und Ulbrich 1996] Bormann, J.; Ulbrich, H.: *Optimierung der Dynamik nichtlinearer Übersetzungsgetriebe durch geregelte Stelleingriffe - Theorie und Experiment.* VDI-Berichte Nr. 1285, Düsseldorf: VDI-Verlag (1996), S. 547-556.

[Bottema und Roth 1990] Bottema, O.; Roth, B.: *Theoretical Kinematics.* New York: Dover Publications (1990).

[Bowong und Kakmeni 2006] Bowong, S.; Kakmeni, F. M.: *"Chaos Control of Uncertain Chaotic Systems via Backstepping Approach".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.1, (2006), S. 21-27.

[Braccesi und Cianetti 2001] Braccesi, C.; Cianetti, F.: *"An interaction model between flexible structures and piezoelements useful in multi-body modelling".* In *Journal of Multi-body Dynamics,* vol. 215, No. K4, (2001), S. 207-217.

[Bremer und Pfeiffer 1992] Bremer, H.; Pfeiffer, F.: *Elastische Mehrkörpersysteme*. Stuttgart Teubner-Verlag (1992).

[Braune 2000] Braune, R.: *Bewegungsdesign - Eine Kernkompetenz des Getriebetechnikers.* VDI Berichte Nr. 1567, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 1-23.

[Bronstein und Semendjajew 1991] Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A.: *Taschenbuch der Mathematik.* Stuttgart: B.G. Teubner (1991).

[Bucher und Rosenstein 2006] Bucher, I.; Rosenstein, M.: *"Determination of External Forces - Application to the Calibration of an Electromagnetic Actuator".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.5, (2006), S. 545-554.

[Burmester 1888] Burmester, L.: *Lehrbuch der Kinematik.* Leipzig: Verlag von Arthur Felix (1888).

[Butcher 2000] Butcher, E. A.: *"Normal Forms and the Structure of Resonance Sets in Nonlinear Time-Periodic Systems".* In *Nonlinear Dynamics,* Vol. 23, No. 1, (2000), S. 35-55.

[Callesen und Braune 2004] Callesen, M.; Braune, R.: *„Kombination von gesteuerten Antrieben mit Koppelgetrieben - Nutzungspotenziale und Konzipierungsaspekte“*. In: VDI/VDE (Hg.): *Elektrisch-mechanische Antriebssysteme. Innovationen - Trends – Mechatronik*, Berlin: VDE-Verlag (2004), S. 283 - 302.

[Capi u. a. 2002] Capi, G.; Kaneko, S.; Mitobe, K.; Barolli, L.; Nau, Y.: *"Optimal trajectory generation for a prismatic joint biped robot using genetic algorithms".* In *Robotics and Autonomous Systems,* vol. 38, (2002), S. 119-128.

[Caracciolo und Trevisani 2001] Caracciolo, R.; Trevisani, A.: *"Simultaneous rigid-body motion and vibration control of a flexible four-bar linkage".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 36, issue 2, (2001), S. 245-259.

[Carbone u. a. 2006] Carbone, G.; Lim, H.-o.; Takanishi, A.; Ceccarelli, M.: *"Stiffness analysis of biped humanoid robot WABIAN-RIV".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, issue 1, (2006), S. 17-41.

[Chakrabarti und Bligh 1983] Chakrabarti, A.; Bligh, T. P.: *"An Approach to Functional Synthesis of Solutions in Mechanical Conceptional Design".* In: ASME (Hg.): *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design,* vol. 105, No. 2, (1983), S. 259-268.

[Chakrabarti 1991] Chakrabarti, A.: *Design by function.* PhD thesis, University of Cambridge (1991).

[Che 2006] Che, C.-H.: *"Geometrical way for describing body motion and equations of relationships between geometrical and kinematical parameters".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, issue 3, (2006), S. 283-306.

[Chen und Chian 2001] Chen, J.-S.; Chian, C.-H.: *"Effects of Crank Length on the Dynamics Behaviour of a Flexible Connecting Rod".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 123, (2001), S. 318-323.

[Chen u. a. 2002] Chen, C.-L.; Yau, H.-T.; Li, Y.: *"Subharmonic and Chaotic Motions of a Hybrid Squeeze-film Damper-Mounted Rigid Rotor With Active Control".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 124, No. 2, (2002), S. 198-208.

[Chen u. a. 2006] Chen, K. S.; Yang, T. S.; Yin, J.F.: *"Residual vibration Suppression for Duffing Nonlinear Systems With Electromagnetical Actuation Using Nonlinear command Shaping Techniques".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.6, (2006), S. 778-789.

[Chironis 1965] Chironis, N. P.: *Mechanisms, Linkages and Mechanical Controls.* New York: McGraw-Hill (1965).

[Cho u. a. 1998] Cho, K. S.; Hori, N.; Angeles, J.: *"Feedback Control of Planar Linkages Using a Linearizing Filter: Theory and Experiments".* In *Multibody System Dynamics,* Vol. 2, (1998), S. 253-276.

[Choi u. a. 1994] Choi, S.-B.; Cheong, C.-C.; Thompson, B. S.; Gandhi, M. V.: *"Vibration Control of Flexible Mechanisms Using Piezoelectric Films".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 29, No. 4, (1994), S. 535-546.

[Choi u. a. 1999] Choi, S. B.; Cho, S. S.; Shin, H. C.; Kim, H. K.: *"Qantitative feedback theory control of a single-link flexible manipulator featuring piezoelectric actuator and sensor".* In *Smart Materials, Structures and Mathematical Issues,* (1999), S. 338-349.

[Chyzak u. a. 2004] Chyzak, F.; Quadrat, A.; Robertz, D.: *Effective Algorithms for Parametrizing Linear Control Systems over Ore Algebras.* Rapport de Recherche, No. 5181, Frankreich, Le Chesnay, Institut national de recherche en informatique et en automatique (2004).

[Cleghorn u. a. 1981] Cleghorn, W. L.; Fenton, R. G.; Tabarrok, B.: *"Optimum Design of High-Speed Flexible Mechanisms".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 16, (1981), S. 339-406.

[Cole u. a. 2006] Cole, M. O. T.; Keogh, P. S.; Burrows, C. R.; Sahinkaya: *"Adaptive Control of Rotor Vibration Using Compact Wavelets".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.5, (2006), S. 653-665.

[Cong Shuan 1997] Cong Shuan: *"An Innovative Repetetive Control System".* In *International Confrerence on Intelligent Processing Systems,* Peking, China (1997), S. 640-644.

[Corves 2004a] Corves, B.: *"Computer-aided Lectures and Exercises: Graphical Analysis and Synthesis".* In *Mechanism Theory. Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science,* Vol.2, April 1-4, Tianjin, China: China Machine Press (2004), S. 673-677.

[Corves 2004b] Corves, B.: *Maschinendynamik I.* Vorlesungsskript, Aachen: Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik der RWTH Aachen (2004).

[Corves und Niemeyer 2004] Corves, B.; Niemeyer, J.: *Das IGM-Getriebelexikon als Instrument der Wissensverarbeitung in der Getriebetechnik..* Proceedings of the IX. International Conference on the Theory of Machines and Mechanism, Liberec, Czech Republic (2004).

[Corves und Niggemann 2004] Corves, B.; Niggemann, H.: *"CAD-gestützte, grafische Maßsynthese sphärischer und räumlicher Übertragungskurvengetriebe mit dem Programm CADiS".* In: VDI-EKV (Hg.): *Bewegungstechnik. Lösung von Bewegungsaufgaben mit Koppelgetrieben, Kurvengetrieben und gesteuerten Antrieben,* VDI-Berichte Nr. 1845, Düsseldorf: VDI-Verlag (2004), S. 145-167.

[Corves 2005] Corves, B.: *Getriebetechnik I und II.* Vorlesungsskript, Aachen: Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik der RWTH Aachen (2005).

[Corves u. a. 2005] Corves, B.; Brix, T.; Henkel, V.; Höhne, G.; Kloppenburg, J.: *"Sammlung, Aufbereitung und Vernetzung von getriebetechnischem Expertenwissen in der Digitalen Mechanismen-/ und Getriebebibliothek („DMG-Lib“)".* In *50. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium,* Ilmenau: Technische Universität (2005).

[Corves u. a. 2006] Corves, B.; Abel, D.; Plesken, W.; Harmeling, F. Maschuw, J.; Robertz, D.: *"Methoden und Werkzeuge zum Entwurf mechatronischer Bewegungssysteme mit un-gleichmäßig übersetzenden Getrieben".* In: VDI/VDE (Hg.): *Elektrisch-mechanische Antriebssysteme. Innovationen - Trends – Mechatronik,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2006), S. 557-573.

[Corves 2007] Corves, B.: *Schwingungstechnik.* Vorlesungsskript, Aachen: Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik der RWTH Aachen (2007).

[Corves und Harmeling 2007] Corves, B.; Harmeling, F.: *"Maßsynthese, Mehrkörpersimulation und elastizitätsbehaftete Getriebe".* In: Lohe, R. (Hg.): *Getriebetechnik-Kolloqium, Siegen 2007,* Siegen: Lehrstuhl für Konstruktionsmethodik-CAD-Mechatronik, (2007), S. 34-59.

[Cottin 2001] Cottin, N.: *"DYNAMIC MODEL UPDATING—A MULTIPARAMETER EIGENVALUE PROBLEM".* In *Mechanical Systems and Signal Processing,* (2001), S. 649-665.

[Cree und Damaren 2001] Cree, A. G.; Damaren, C. J.: *"Causal Approximate Inversion for control of Structurally Flexible Manipulators Using Nonlinear Inner-Outer Factorization".* In *Journal of Robotic Systems,* Vol. 18, No 7, (2001), S. 391-399.

[Crossley 1964] Crossley, F. E.: *"The Permutation of Ten-Link Planar Kinematic Chain".* In *Antriebstechnik,* Band 3, Nr. 5, (1964), S. 181-185.

[Cusimano 2003] Cusimano, G.: *"A procedure for a suitable selection of laws of motion and electric drive systems under inertial loads".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 6, (2003), S. 519-533.

[Cusimano 2005] Cusimano, G.: *"Generalization of a method for the selection of drive systems and transmissions under dynamic loads".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.40 Issue 5, (2005), S. 530-558.

[Cusimano 2007] Cusimano, G.: *"Optimization of the choice of the system electric drive-device—transmission for mechatronic applications".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.42 Issue 1, (2007), S. 48-65.

[Cutforth und Pao 1999a] Cutforth, C.; Pao, L. Y.: *"An Analysis of Frequency-Domain Input Shaping Designs for Three-Mode Flexible Systems".* In *American Control Conference,* San Diegeo, CA, USA (1999), S. 4388-4392.

[Cutforth und Pao 1999b] Cutforth, C.; Pao, L. Y.: *"A Modified Method for Multiple Actuator Input Shaping".* In *American Control Conference,* San Diegeo, CA, USA (1999), S. 66-70.

[Dado 2005] Dado, M. H.F.: *"Limit position synthesis and analysis of compliant 4-bar mechanisms with specified energy levels using variable parametric pseudo-rigid-body model".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.40 Issue 8, (2005), S. 977-992.

[Dangelmaier u. a. 2004] Dangelmaier, W.; Giese, H.; Klein, F. Renken, H.; Scheideler, P.: *"SHARED EXPERIENCES IN INTELLIGENT TRANSPORTATION SYSTEMS".* In *Proc. of the IAV 2004 - The 5th Symposium on intelligent Autonomous Vehicles, Lisbon, Portugal,* IFAC, (2004).

[De Silva 2005] De Silva, C. W.: *Mechatronics: An Integrated Approach.* Boca Raton, London: CRC Press (2005).

[Deckers u. a. 2000] Deckers, J.; Nissing, D.; Schwarz, R.: *"Erprobung neuer Regelungskonzepte zur aktiven Schwingungsdämpfung am Beispiel eines Schmiederoboters".* In *Mechatronik-Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1533, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 465-482.

[Den Hartog 1934] Den Hartog, J. P.: *"Mechanical Vibrations"*, New York: McGraw Hill (1934).

[Deshmukh u. a. 2006] Deshmukh, V.; Butcher, E. A.; Sinha, S. C.: *"Order Reduction of Parametrically Excited Linear and Nonlinear Structural Systems".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.4, (2006), S. 458-468.

[Devasia und Chen 1996] Devasia, S.; Chen, D.: *"Nonlinear inversion-based output tracking".* In *Transaction on Automation and Control,* Vol. 41, (1996), S. 930-942.

[Dittrich u. a. 1983] Dittrich, G.; Braune R.; Franzke W.: *Algebraische Maßsynthese ebener viergliedriger Kurbelgetriebe. Programmalgorithmen für Tisch- und Großrechner.* Fortschrittsberichte VDI Reihe 1 Nr. 109, Düsseldorf: VDI-Verlag (1933).

[Dittrich 1985] Dittrich, G.: *Systematik der Bewegungsaufgaben und grundsätzliche Lösungsmöglichkeiten.* VDI-Berichte Nr. 576, Düsseldorf: VDI-Verlag (1985), S. 1-20.

[Dittrich u. a. 1995] Dittrich, G.; Müller, J.; Nitz, G.; Schmeink, M.; Wehn, V.: *IGM-Getriebesammlung.* 52062 Aachen: Eilfschornsteinstr. 18, Günter Dittrich (Selbstverlag) (1995).

[Dittrich u. a. 1996] Dittrich, G.; Braune, R.; Meyer I.: *"Die Struktursynthese am Anfang der Auslegung von Getrieben".* In: VDI (Hg.): *VDI-Getriebetagung 96: Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe, Gesteuerte Antriebe – Problemlösungen in der Bewegungstechnik,* VDI-Berichte Nr. 128, Düsseldorf: VDI-Verlag (1996), S. 1-15.

[Dittrich und Müller 1996] Dittrich, G.; Müller, J.: *"Bahnplanung".* In: Ameling, E. (Hg.): *Flexible Handhabungsgeräte im Maschinenbau: Grundlagen, Komponenten, Applikationen; Ergebnisse aus dem Sonderforschungsbereich 208 "Grundlagen und Komponenten flexibler Handhabungsgeräte im Maschinenbau" der RWTH Aachen,* Deutsche Forschungsgemeinschaft, Weinheim:VCH Verlagsgesellschaft mbH (1996), S. 56-65.

[Dittrich und Wehn 1988] Dittrich, G.; Wehn, V.: *"Getriebetechnische Lösungssammlung".* In *Der Konstrukteur,* 19, (1988), S. 85-88.

[Doulgeri und Golfakis 2006] Doulgeri, Z.; Golfakis, A.: *"Nonlinear Manipulation Control of a Compliant Object by Dual Fingers".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* vol. 128, Issue 3, (2006), S. 473-481.

[Dresig 2001] Dresig, H.: *Schwingungen mechanischer Antriebsysteme.* Berlin: Springer Verlage (2001).

[Dresig und Rockhausen 2002] Dresig, H.; Rockhausen, L.: *"Vom Schwingungsphänomen zur Schwingungsursache bei schnell laufenden Mechanismen".* In: VDI (Hg.): *Kurvengetriebe, Koppelgetriebe, gesteuerte Antriebe,* VDI-Berichte Nr. 1887, Düsseldorf: VDI-Verlag (2002).

[Dresig und Rockhausen 2005] Dresig, H.; Rockhausen, L.: *"Schwingungen in Verarbeitungsmaschinen".* In: VDI (Hg.): *Schwingungen in Verarbeitungsmaschinen,* VDI-Berichte Nr. 1887, Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 83-92.

[Dresig 2006] Dresig, H.: *Maschinendynamik.* 7. Auflage, Berlin: Springer (2006).

[Dusch 2001] Dusch, T.: *Einsatz des Internet zur Akquisition und Vermittlung technischer Sachverhalte am Beispiel kinematischer Problemstellungen.* Fortschrittsberichte VDI Reihe 10 Nr. 679, Düsseldorf: VDI-Verlag (2001).

[Dwivedy und Eberhard 2006] Dwivedy, S. K.; Eberhard, P.: *"Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.41, Issue 7, (2006), S. 749-777.

[Dyla 2002] Dyla, A.: *Modell einer durchgängigen rechnerbasierten Produktentwicklung.* Dissertation, München: Institut für Maschinen- und Fahrzeugtechnik - Lehrstuhl für Maschinenelemente, TU München (2002).

[Edberg u. a. 1991] Edberg, D. L.; Bicos, A. S.; Fetcher, J. S.: *"On Piezoelectric Energy Conversion of Electronic Passive Damping Enhancement".* In *Proceedings of Damping,* Paper No. GBA-1, San Diego (1991).

[Edelmann 1961] Edelmann, H.: *"Die Berechnung von Impedanz-, Admittanz- und gemischten Matrizen für besondere Klemmenpaare eines Netzes".* In *Archiv für Elektrotechnik,* Ausg. 46, Nr. 5, (1961), S. 325-336.

[Eicker 2000] Eicker, C.: *Toleranz und Gelenkspieluntersuchungen an mehrgliedrigen ebenen Punkt-Führungsgetrieben.* Dissertation, Aachen: Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik, RWTH (2000).

[Enge und Maißer 2000] Enge, O.; Maißer, P.: *"Virtuelles Prototyping elektromechanischer Systeme".* In *Institutsreport 6/00 (DFG Sonderforschungsbereiches 379 „Mikromechanische Sensor- und Aktorarrays“).,* Chemnitz: Institut für Mechatronik e.V., TU Chemnitz (2000).

[Enge und Maißer 2003] Enge, O.; Maißer, P.: *"Investigation of a micro-electromechanical bandpassfilter based on a tongue array".* In: Gesser, T. (Hg.): *Annual Report 2003; Center for Microtechnologies (ZfM),* Chemnitz: ZfM (2003).

[Epureanu und Hashmi 2006] Epureanu, B. I.; Hashmi, A.: *"Parameter Reconstruction Based on Sensivity Vector Fields".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.6, (2006), S. 732-740.

[Erdman und Sandor 1972] Erdman, A. G.; Sandor, G. N.: *"A General Method of Kineto-elastodynamic analysis and synthesis of mechanisms".* In: ASME (Hg.): *Journal for Engineering Industry,* vol. 94, (1972), S. 1193-1205.

[Erdman 1993] Erdman, A. G.: *Modern Kinematics: Development in The Last Forty Years.* John Wiley & Sons, Inc. (1993).

[Erdman und Sandor 1997] Erdman, A.; Sandor, N.: *Mechanism Design: Analysis and Synthesis.* 3. ed., Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, Inc. (1997).

[Ewald 1975] Ewald, O.: *Lösungssammlungen für das methodische Konstruieren.* Düsseldorf: VDI-Verlag (1975).

[Fassois 2001] Fassois, S. D.: *"MIMO LMS-ARMAX IDENTIFICATION OF VIBRATING STRUCTURES—PART I: THE METHOD".* In *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 15, No.4, (2001), S. 723-735.

[Fassois und Hemez 2001] Fassois, S. D.; Hemez, F.M.: *"MIMO LMS-ARMAX IDENTIFICATION OF VIBRATING STRUCTURES—PART II: A CRITICAL ASSESSMENT".* In *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 15, No.4, (2001), S. 737-758.s

[Fehn 2000] Fehn, A. A. R.: *Modellierung und Regelung einer Scheibenwischeranlage.* Diplomarbeit, Stuttgart: Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik (2000).

[Felszeghy 2005] Felszeghy, S. F.: *"Steady-State Residual Vibrations in High-Speed, Dwell-Type, Rotating Disk Cam-Follower Systems".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 1, (2005), S. 12-17.

[Filipović u. a. 1996] Filipović, D.; Schröder, D.; Straub, S.: *Absorption mechanischer Schwingungen mittels Linearem Aktivem Resonator - Einmassen-Mehrfrequenz-Absorber.* VDI-Berichte Nr. 1285, Düsseldorf: VDI-Verlag (1996), S. 507-520.

[Fischer 1995] Fischer, R.: *Elektrische Maschinen.* 9. Auflage, München: Hanser Verlag (1995).

[Fliess u. a. 1995] Fliess, M.; Lévine, J.; Martin, P; Rouchon, P.: *"Flatness and Defect of Nonlinear Systems: Introductory Theory and Examples".* In *International Journal of Control,* Vol. 61, No. 6, (1995), S. 1327-1361.

[Flocke 1931] Flocke, K. A.: *"Zur Konstruktion von Kurvenscheiben bei Verarbeitungsmaschinen".* In *VDI Forschungsheft 345,* Berlin: VDI Verlag (1931).

[Föllinger 1993] Föllinger, O.: *Nichtlineare Regelungen Band II.* 7. Auflage, München: Oldenbourg Verlag (1993).

[Föllinger 1994] Föllinger, O.: *Regelungstechnik.* 8. Aufl, Heidelberg: Hüthig Verlag (1994).

[Frank u. a. 2004] Frank, U.; Giese, H.; Klein, F.; Oberschelp, O.: Schmidt, A.; Schulz, B.; Vöcking, H.; Witting, K.: *'"*. In: Gausemeier, J. (Hg.): *Selbstoptimierende System des Maschinenbaus - Definition und Konzepte,* Band 155, Paderborn: HNI-Verlagsschriftenreihe (2004).

[Frank und Gausemeier 2005] Frank, U.; Gausemeier, J.: *"Specification of the Principle-Solution of Self-Optimizing Systems".* In *Journal of Research in Engineering Design,* (2005).

[Franke 1948] Franke, R.: *Vom Aufbau der Getriebe.* Berlin: Beuth-Vertrieb (1948).

[Freudenstein und Dobrjanskyj 1964] Freudenstein, F.; Dobrjanskyj, L.: *"On a theory of type synthesis of mechanisms".* In *Proceedings of the Eleventh International Conference of Applied Mechanics,* ASME (1964), S. 420-428.

[Freudenstein und Maki 1979] Freudenstein, F.; Maki, : *"The creation of mechanisms according to kinematic structure and function".* In *Environment and Planing B,* vol. 6, (1979), S. 375-391.

[Freund 1971] Freund, E.: *Zeitvariable Mehrgrößensysteme.* Darmstadt: Springer Verlag (1971).

[Friedmann u. a. 1977] Friedmann, P.; Hammond, C. E.; Woo, T.-H.: *"Efficient Numerical Treatment of Periodic Systems with Application to Stability Problems".* In *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 11, (1977), S. 1117-1136.

[Fung u. a. 2004] Fung, E. H. K.; Zou, J. Q.; Lee, H. W. J.: *"Lagrangian Formulation of Rotating Beam With Active Constrained Layer Damping in Time Domain Analysis".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol 126, issue 2, (2004), S. 359-364.

[Garcia und Zangwill 1981] Garcia, C. B.; Zangwill, W. I.: *Pathways to Solutions, Fixed Points and Equilibira.* New Jersey: Prentice Hall (1981).

[Gasch und Knothe 1987] Gasch, R.; Knothe, K.: *Strukturdynamik, Band 1: Diskrete Systeme.* Berling: Springer Verlag (1987).

[Gasch und Knothe 1989] Gasch, R.; Knothe, K.: *Strukturdynamik, Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung.* Berling: Springer Verlag (1989).

[Gaul u. a. 2000] Gaul, L.; Albrecht, H.; Wirnitzer, J.: *Schwingungsreduktion in Leichtbaustrukturen durch Reibung.* VDI-Berichte Nr. 1550, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000).

[Gausemeier u. a. 2004] Gausemeier, J.; Bauch, W.; Müller, W.; Radkowski, R.; Shen, Q.; Paelke, V.: *Lösungselement-basiertes Virtual Prototyping von selbstoptimierenden mechatronischen Systemen.* (2004).

[Gausemeier 2005a] Gausemeier, J.: *"Entwicklung selbstoptimierender Systeme".* In *Konstruktion,* 57. Jahrgang, Heft 10, (2005).

[Gausemeier 2005b] Gausemeier, J.: *"DESIGNING TOMORROW'S MECHANICAL ENGINEERING PRODUCTS".* In *Proceedings of the ITI 3rd International Conference on Information & Communication Technology (ICICT 2005). 5-6th December 2005, Cairo, Egypt,* (2005b).

[Gawronski 1996] Gawronski, W.: *Balanced Control of flexible structures.* London: Springer Verlag (1996).

[Gawronski 1998] Gawronski, W.: *Dynamics and Control of Structures: A Modal Approach.* Berlin: Springer-Verlag (1998).

[Geike und McPhee 2003] Geike, T.; McPhee, J.: *"Inverse dynamic analysis of parallel manipulators with full mobility".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 6, (2003), S. 549-562.

[Georgiu und Mrad 2006] Georgiu, H. M. S.; Mrad, R. B.: *"Electromechanical Modeling of Piezoceramic Actuators for Dynamic Loading Applications".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* vol. 128, Issue 3, (2006), S. 558-567.

[Gerlach u. a. 2005] Gerlach, E.; Zimmermann, K.; Tröbs, A.: *"Simulationsgestützter Entwurf einer hochpräzisen Positioniereinrichtung für Nanopositionier- und Nanomessmaschinen".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 125-136.

[Giese u. a. 2004] Giese, H.; Burmester, S.; Schäfer, W.; Oberschelp, W.: *"Modular Design and Verification of Component Based Mechatronic Systems with Online Reconfiguration".* In *Proc. of 12th ACM SIGSOFT Foundations of Software Engineering 2004 (FSE 2004), Newport Beach, USA,* (2004).

[Gimpel u. a. 2000] Gimpel, B.; Herb, R.; Herb, T.: *Ideen finden, Produkte entwickeln mit TRIZ.* München: Hanser Verlag (2000).

[Gold u. a. 2006] Gold, W.; Schelenz, R.; Augustino, R.; Frenschek, W.; Kube, A.; Möller, D.: *Benutzerhandbuch zum Drehschwingungssimulationsprogramm DRESP.* Frankfurt a.M.: Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V (2006).

[Goldenberg und Rakhsha 1985] Goldenberg, A. A.; Rakhsha, F.: *"Feedforward control of a single-link flexible robot".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 21, (1985), S. 325-335.

[Gosavi und Kelkar 2004] Gosavi, S. V.; Kelkar, A. G.: *"Modelling, Identification, and Passivity-Based Robust Control of Piezo-actuated Flexible Beam".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 126, issue 2, (2004), S. 260-271.

[Gosselin und Angeles 1990] Gosselin, C.; Angeles, J.: *"Singularity analysis of closed-loop kinematic chains.".* In *IEEE Trans. on Robotics and Automation,* Vol.6, No. 3 (1990), S. 281-290.

[Graichen u. a. 2005] Graichen, K.; Hagemeyer, V.; Zeitz, M.: *"A New Approach to Inversion-Based Feedforward Control Design for Nonlinear Systems".* In *Automatica,* (2005).

[Graichen und Zeitz 2006] Graichen, K.; Zeitz, M.: *"Inversionsbasierter Vorsteuerungsentwurf mit Ein- und Ausgangsbeschränkungen".* In *at-automatisierungstechnik,* Nr. 4, (2006).

[Grünnewig 2000] Grünnewig, J.: *Optimierte aktive Schwingungsdämpfung von Leichtbaustrukturen.* Dissertation, Aachen, RWTH, Institut für Regelungstechnik (2000).

[Günzel 1995] Günzel, D.: *Koppelkurvenatlas ebener viergliedriger Gelenkgetriebe.* Aachen: Shaker Verlag (1995).

[Guserle u. a. 2005] Guserle, R.; Alvarez, C.; Feldmann, K.; Zäh, M.F.: *"Multidisziplinäre Simulation und Optimierung mechatronischer Systeme am Beispiel einer Werkzeugmaschine".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 173-189.

[Hadwich 1998] Hadwich, V.: *"Modellbildung in mechatronischen Systemen".* In *VDI Fortschrittsberichte,* Reihe 8, Nr. 704, Düsseldorf: VDI-Verlag (1998).

[Hagemeyer und Zeitz 2004] Hagemeyer, V.; Zeitz, M.: *"Flachheitsbasierter Entwurf von linearen und nichtlinearen Vorsteuerungen".* In *at-automatisierungstechnik,* Ausg. 1, (2004), S. 3-12.

[Hagood u. a. 1990] Hagood, N. W.; Chung, W. H.; Flotow, A. V.: *"Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for active Structural Vibrations".* In *Journal if Intelligent Material Systems and Structures,* vol. 1, (1990), S. 327-354.

[Hahn und Koch 2000] Hahn, M.; Koch, T.: *"CAMeL-View - Ein Werkzeug zum integrierten CAD-gestützten Entwurf mechatronischer Systeme".* In *SIM 2000, Simulation im Maschinenbau,* Dresden (2000).

[Hahn 2005] Hahn, M.: *"Einsatz von Computeralgebrasystemen zum Entwurf mechatronischer Systeme am Beispiel von CAMeL-View".* In *Computeralgebra-Rundbrief 35,* (2005).

[Hain 1955] Hain, K.: *Die Analyse und Synthese achtgliedriger Gelenkgetriebe.* VDI-Berichte Band 5, (1955), S. 81-93.

[Hain 1967] Hain, K.: *Getriebeatlas für verstellbare Schwing-Dreh-Bewegungen.* Braunschweig: Vieweg und Sohn (1967).

[Hain 1973] Hain, K.: *Getriebebeispielatlas.* Düsseldorf: VDI-Verlag (1973).

[Hall und McAree 2005] Hall, A. S.; McAree, P. R.: *"Robust bucket position tracking for a large hydraulic excavator".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.40, Issue 1, (2005), S. 1-16.

[Han 1999] Han, Y.: *Conceptual Design of Mechanisms: Synthesis of Design Alternatives and Spatial Configuration Design.* Dissertation, Im Internet unter: citeseer.ist.psu.edu/han99conceptual.html (1999).

[Hannig 2003] Hannig, S.: *Semiaktive Schwingungsdämpfung mit magnetorheologischen Aktuatoren in ungleichmäßig übersetzenden Getrieben.* Studienarbeit, Aachen: RWTH, Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik (2003).

[Hargreaves 2002] Hargreaves, G. I.: *"Interval Analysis in MATLAB".* In *Numerical Analysis Report,* No. 416, Manchester, Großbritannien: The University of Manchester, Departments of Mathematics (2002).

[Harmeling 1998] Harmeling, F.: *Konzeption und Erstellung eines Programmoduls zur Untersuchung des Einflusses von verschiedenen Antriebsaggregaten auf das Schwingungsverhalten von Kurven-Kurbelgetrieben.* Diplomarbeit, Aachen: Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik der RWTH Aachen (1998).

[Harmeling und Corves 2004] Harmeling, F.; Corves, B.: *"Einsatz von Antriebs- Regelungs- und Mechanikmodellen bei dem Entwurf von Maßnahmen zur Schwingungsminderung bei ungleichmäßig übersetzenden Getrieben".* In: VDI/VDE (Hg.): *Elektrisch-mechanische Antriebssysteme. Innovationen - Trends – Mechatronik,* Berlin: VDE-Verlag (2004), S. 329-345.

[Hartenberg und Denavit 1964] Hartenberg, R. S.; Denavit, J.: *Kinematic Synthesis of Linkages.* New York: McGraw Hill (1964).

[Hartung u. a. 2001] Hartung, A.; Schmieg, H.; Vielsack, P.: *"Passive vibration absorber with dry friction".* In *Archieve of Applied Mechnics,* vol. 71, Springer-Verlag (2001), S. 463-472.

[Heertjes u. a. 2005] Heertjes, M.; Graaff, K. de; Toorn, J.-G. van der: *"Active Vibration Isolation of Metrology Frames; A Modal Decoupled Control Design".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 3, (2005), S. 223-233.

[Henneberger 1990] Henneberger, G.: *Elektrische Maschinen I, II.* Vorlesungsumdruck, Aachen: (RWTH) Institut Für Elektrische Maschinen, (1990).

[Henrichfreise und Jusseit 2001] Henrichfreise, J.; Jusseit, J.: *"Modellprädiktive Zustandsregelung für einen elastischen und reibungsbehafteten Positionierantrieb".* In: VDI (Hg.): *4. VDI Mechatroniktagung 2001, Innovative Produktentwicklung,* VDI-Berichte Nr. 1631, Düsseldorf: VDI-Verlag (2001).

[Herb u. a. 2000] Herb, R.; Herb, T.; Kohnhauser, V.: *TRIZ Der systematische Weg zur Innovation.* Landsberg / Lech: Verlag moderne Industie (2000).

[Hestermeyer u. a. 2004] Hestermeyer, T.; Oberschelp, O. K.; Giese, H.: *"STRUCTURED INFORMATION PROCESSING FOR SELF-OPTIMIZING MECHATRONIC SYSTEMS".* In: Araújo, H.; Vieira, A.; Braz, J.; Encarnaçao, B.; Carvalho, B. (Hg.): *Proceedings of 1st International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2004). Setubal, Portugal,* (2004).

[Hiller und Müller 2000] Hiller, M.; Müller, J.: *"Design und Realisierung des autonomen Schreitfahrwerks ALDURO".* In *Mechatronik-Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1533, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 323-341.

[Hoffmann und Adunka 2002] Hoffmann, J.; Adunka, F.: *Taschenbuch der Messtechnik*. München: Fachbuchverlag Leipzig im Carl-Hanser-Verlag (2002).

[Hohenbichler und Abel 2006] Hohenbichler, N.; Abel, D.: *"Robust PID-Controller Design Meeting Pole Location and Gain/Phase Margin Requirements for Time Delay Systems"*. In *at-automatisierungstechnik,* Nr. 10, (2006), S 495-501.

[Hohenbichler und Six 2006] Hohenbichler, N.; Six, K.: *„Potenziale aktiver und semiaktiver Skyhook-Regelgesetzte in der Sekundärfederstufe von Schienenfahrzeugen“*. In *at-automatisierungstechnik,* Nr. 3, (2006), S 130-138.

[Hoover und Rinderle 1989] Hoover, S.; Rinderle, A.: *"A synthesis strategy for mechanical devices".* In *Research in Engineering Design,* vol. 1, (1989).

[Horsch 2005] Horsch, R.: *Entwurf eines Zustandsbeobachters und einer Zustandsregelung für ein System zur aktiven Schwingungsminderung bei ungleichmäßig übersetzten Getrieben mit elastischen Bauteilen.* Diplomarbeit, Aachen, RWTH, Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik (2005).

[Hu und Vukovich 2001] Hu, Y.-R.; Vukovich, G.: *"Position and force control of flexible joint robots during constrained motion tasks".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 36, issue 7, (2001), S. 853-871.

[Hüsing 1996] Hüsing, M.: *"Toleranzbedingte Bewegungsfehler von mehrgliedrigen Kurbelgetrieben exakt bestimmen.".* In: VDI (Hg.): *VDI-Getriebetagung 96: Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe, gesteuerte Antriebe: Problemlösungen in der Bewegungstechnik,* VDI Berichte Nr. 1283, Düsseldorf: VDI-Verlag (1996), S. 199-214.

[Hüsing und Corves 1997] Hüsing, M.; Corves, B.: *"Toleranzuntersuchungen an einem Mechanismus zur Hohlglaserzeugung".* In: Hirschmann, K.-H. und Ch. Woernle (Hg.): *Getriebetechnik, Warnemünde, 8. - 10. September 1997,* Rostock (1997), S. 93-102.

[Huston u. a. 2003] Huston, R. L.; Liu, C. Q.; Li, F.: *"Equivalent Control of Constrained Multibody Systems".* In *Multibody System Dynamics,* vol. 10, no3, (2003), S. 313-321.

[Husty 1994] Husty, M. L.: *An Algorithm for Solving the Direct Kinematic Of Stewart-Gough-Type Platforms.* Im Internet unter: http://citeseer.ist.psu.edu/husty94algorithm.html, (1994).

[Hwang 1992] Hwang, Y.: *"Gross motion planing - A survey".* In *ACM Computing Surveys 24,* No. 3, (1992).

[Ider u. a. 2002] Ider, S. K.; Özgören, M. K.; Ay, V.: *"Trajectory tracking control of robots with flexible links".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 37, issue 11, (2002), S. 1377-1394.

[Ider 2005] Ider, S. K.: *"Inverse dynamics of parallel manipulators in the presence of drive singularities".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.40, Issue 1, (2005), S. 33-44.

[Imam und Sandor 1973] Imam, I.; Sandor, G. N.: *"A General Method of Kineto-elastodynamic design of high-speed mechanisms".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 8, No. 5, (1973), S. 497-516.

[Innocenti 1995a] Innocenti, C.: *"Polynomial Solution of the Spatial Burmester Problem".* In: ASME (Hg.): *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 117, (1995), S. 64-68.

[Innocenti 1995b] Innocenti, C.: *"Polynomial Solution to the Position Analysis of the 7-Link Assur Kinematic Chain with one Quarterny Link".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 30, (1995b), S. 1295-1301.

[Inoue u. a. 1981] Inoue, T.; Nakano, M.; Kubo, T.; Matsumotot, S.; Baba, H.: *"High accuracy Control for a Servomechanism for repeated contouring".* In *Proceedings of the 10th Annual Symposium in Incremental Motion Control Systems and Devices,* (1981), S. 258-292.

[Inoue u. a. 1983] Inoue, T.; Nakano, M.; Iwai: *"High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply".* In *Proceedings of the 8th. IFAC World Congrss,* Kyoto, Japan (1983), S. 216-221.

[Isermann 1987] Isermann, R.: *Digitale Regelungssysteme Band II.* 2. Aufl., Berlin: Springer Verlag (1987).
[Isermann 1992] Isermann, R.: *Identifikation dynamischer System.* Berlin: Springer-Verlag (1992).
[Isermann 2002] Isermann, R.: *Mechatronische Systeme für den Maschinenbau.* Weinheim: Wiley-VCH (2002).
[Isermann 2008] Isermann, R.: *Mechatronische Systeme.* Berlin: Springer-Verlag (2008).
[Isidori 1989] Isidori, A.: *Nonlinear control systems.* 2nd edition, Berlin: Springer-Verlag (1989).
[Itzkov 2007] Itzkov, M.: *Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers.* Berlin: Springer-Verlag (2007).
[Jahr und Knechtel 1938] Jahr, W.; Knechtel, P.: *Grundzüge der Getriebelehre, zweiter Band.* Leipzig: Jänecke Verlag (1938).
[Jandrey 2007] Jandrey, H.: *Erstellung einer Vorsteuerung für ein koppelkurvengesteuertes Malteserkreuzgetriebe.* Studienarbeit, Aachen: RWTH, Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik (2007).
[Jazar und Naghshineh-Pour 2005] Jazar, G. N.; Naghshineh-Pour, A.: *"Floating time algorithm for time optimal control of multi-body dynamic systems".* In *Journal of Multibody Dynamics,* vol. 219, No. K3, (2005), S. 225-236.
[Jeong u. a. 2004] Jeong, J. i.; Kang, D.; Cho, Y. M.; Kim, J.: *"Kinematic Calibration for Redundantly Actuated Parallel Mechanisms".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol 126, issue 2, (2004), S. 307-318.
[Jerreling und Dankowicz 2006] Jerreling, J.; Dankowicz, H.: *"A Global Control Strategy for Efficient Control of a Braille Impact Hammer".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No. 2, (2006), S. 184-189.
[Jones u. a. 1930-1967] Jones, F. D.; Horton, H. L.; Newell J. A.: *Ingenious Mechanisms for Designers and Inventors.* vols. 1-4, Industrial Press (1930-1967).
[Joskowicz und Neville 1992] Joskowicz, L.; Neville, D.: *"A representation language for mechnism design".* In *Technical Report,* University of Washington (1992).
[Junkins und Kim 1993] Junkins, J. L.; Kim, Y.: *Introduction to Dynamics and control of Flexible Structures.* USA: Wahington: AIAA (1993).
[Justus 1993] Justus, O.: *Dynamisches Verhalten elektrischer Maschinen.* 2. Auflage, Braunschweig: Vieweg Verlag (1993).
[Kahn u. a. 1978] Kahn, M. R.; Thornton, W. A.; Willmert, K. D.: *"Optimality Criterion Techniques Applied to Mechanism Design".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 100, (1978), S. 319-327.
[Kakatsios und Tricamo 1987] Kakatsios, A. J.; Tricamo, S. J.: *"Integrated Kinematic and Dynamical Optimal Design of Flexible Planar Mechanisms".* In: ASME (Hg.): *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design,* 109, (1987), S. 338-347.
[Kakatsios und Tricamo 1988] Kakatsios, A. J.; Tricamo, S. J.: *"Integrated Kinematic and Dynamical Optimal Design of Flexible Planar Mechanisms".* In: ASME (Hg.): *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design,* vol. 152, (1988), S. 407-416.
[Kalnas und Kota 2001] Kalnas, R. S.; Kota, S.: *"Incorporating Uncertainity into Mechanism Synthesis".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 36, (2001), S. 843-851.
[Kapila u. a. 2000] Kapila, V.; Tsez, A.; Yan, Q.:: *"Closed-Loop Input Shaping for Flexible Structures Using Time-Delay Control".* In: ASME (Hg.): *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* Vol. 122, (2000), S. 454-462.

[Karampetakis und Vardulakis 2006] Karampetakis, N. P.; Vardulakis, A. I. G.: *"Special issue on the use of computer algebra systems for computer aided control system design".* In *International Journal of Control,* vol. 79, No. 11, (2006).

[Karkoub und Yigit 1999] Karkoub, M. A.; Yigit, A.S.: *"Vibration control of a four-bar mechanism with very flexible coupler".* In *Journal of Sound and Vibration,* vol. 222, No. 2, (1999), S. 171-189.

[Karkoub und Zribi 2000] Karkoub, M. A.; Zribi, M.: *"Hybrid neuro-PD control of flexible slider-crank mechanism".* In *International Journal of Knowlegde-Based Intelligent Engineering Systems,* vol. 4, No. 2, (2000), S. 118-129.

[Karkoub und Zribi 2001] Karkoub, M. A.; Zribi, M.: *"Active damping of the elastodynamik vibration of a flexible slider-crank mechanism using an energy approach".* In *Journal of Multi-body Dynamics,* vol. 215, No. K1, (2001), S. 7-20.

[Kenison und Singhose 2002] Kenison, M.; Singhose, W.: *"Concurrent Design of Input Shaping and Proportional Plus Derivative Feedback Control".* In: ASME (Hg.): *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* Vol. 124, (2002), S. 398-405.

[Kerle u. a. 2007] Kerle, H.; Pittschellis, R.; Corves, B.: „Einführung in die Getriebelehre". 3., bearbeitete und ergänzte Auflage, Stuttgart: Teubner-Verlag (2007).

[Kertscher und Matthes 1999] Kertscher, U.; Matthes, J.: *"Neue Werkzeuge für die Konstruktion von ebenen und räumlichen Kurvengetrieben".* In *Tagungsband zur 7. Chemnitzer Textilmaschinentagung,* (1999), S. 219-220.

[Kett 2005] Kett, R.: *"Einbindung von Hardwarereglern in die Simulation hydraulisch-mechanischer Systeme".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 449-463.

[Khatait u. a. 2006] Khatait, J. P.; Mukherjee, S.; Seth, B.: *"Compliant design for flapping mechanism: A minimum torque approach".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, issue 1, (2006), S. 3-16.

[Klanke und Dittrich 2001] Klanke, H.; Dittrich, G.: *Untersuchung und Optimierung des Schwingungsverhaltens von Kurven-Kurbelgetrieben unter Berücksichtigung der Charakteristik elektrischer Antriebsmotoren.* Fortschrittsberichte VDI Reihe 11 Nr. 293, Düsseldorf: VDI-Verlag (2001).

[Klotter 1988] Klotter, K.: *Technische Schwingungslehre I, Teil A: Lineare Schwingungen.* 2. korr. Auflage, Berling: Springer Verlag (1988).

[Kochev 2000] Kochev, I. S.: *"General theory of complete shaking moment balancing of planar linkages: a critical review".* In *Mechanism and Maschine Theory,* Vol.35, Issue 11, (2000), S. 1501-1514.

[Koller 1994] Koller, R.: *Konstruktionslehre für den Maschinenbau.* 3., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage, Berlin: Springer-Verlag (1994).

[Koller und Nastrup 1994] Koller, R.; Nastrup, N.: *Prinziplösungen zur Konstruktion technischer Produkte.* Berlin: Springer-Verlag (1994).

[Konigorski 2004] Konigorski, U.: *Entwurf von Zustandsregelungen.* Vorlesungsskript, Clausthal: Technische Universität Clausthal – Institut für Elektrische Informationstechnik (2004).

[Konigorski 2003a] Konigorski, U.: *Regelungstechnik I.* Vorlesungsskript, Clausthal: Technische Universität Clausthal – Institut für Elektrische Informationstechnik (2003).

[Konigorski 2003b] Konigorski, U.: *Regelungstechnik II.* Vorlesungsskript, Clausthal: Technische Universität Clausthal – Institut für Elektrische Informationstechnik (2003).

[Konigorski 2003c] Konigorski, U.: *Systemtheorie.* Vorlesungsskript, Clausthal: Technische Universität Clausthal – Institut für Elektrische Informationstechnik (2003).

[Konigorski 2003d] Konigorski, U.: *Digitale Regelungssysteme.* Vorlesungsskript, Clausthal: Technische Universität Clausthal – Institut für Elektrische Informationstechnik (2003).

[Kositza u. a. 2003] Kositza, N.; Fleck, C.; Schlosser, A.; Abel, D.: „Repetitive Control am Beispiel eines Dieselmotors“, GMA Kongress 2003, VDI-Berichte Nr. 1756, Düsseldorf, VDI-Verlag (2003).

[Kota 1990] Kota, S.: *"Qualitative motion synthesis: Towards automating mechanical systems configuration".* In *Proceedings of the NSF Design and Manufacturing System Conference,* (1990), S. 77-91.

[Kota und Chiou 1992] Kota, S.; Chiou, S.: *"Design representation and computational synthesis of mechanical motions.".* In: Taylor, D. L.; Stauffer, L. A. (Hg.): *Design Theory and methodology,* vol. 42, ASME (1992), S. 365-372.

[Kozak u. a. 2006] Kozak, K.; Singhose, W.; Ebert-Uphoff, I.: *"Performance Measures For Input Shaping and Command Generation".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* vol. 128, Issue 3, (2006), S. 731-736.

[Krämer 1984] Krämer, E.: *Maschinendynamik.* Berling: Springer Verlag (1984).

[Kuo u. a. 2006] Kuo, Y. L.; Cleghorn, W. L.; Behdinan, K.; Fenton, R. G.: *"The h–p–r-refinement finite element analysis of a planar high-speed four-bar mechanism".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, issue 5, (2006), S. 505-524.

[Lange 2003] Lange, F.: *Adaptiv Vorausplanende Steuerung für schnelle sensorbasierte Roboterbewegung.* Dissertation, Karlsruhe: Technische Hochschule, Fakultät für Informatik (2003).

[Laribi u. a. 2004] Laribi, M.A.; Mlika, A.; Romdhane, L.; Zeghloul, S.: *"A combined genetic algorithm–fuzzy logic method (GA–FL) in mechanisms synthesis".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 7, (2004), S. 715-735.

[Last u. a. 2005] Last, P.; Hesselbach, J.; Wahl, F. M.: *Hochdynamische Parallelroboter im Bereich Handhabung und Montage* .In: VDI/VDE (Hg.): *GMA Kongress 2005, Automation als interdisziplinäre Herausforderun*g. Düsseldorf, VDI-Verlag (2005), S. 243-253.

[Lawrence u. a. 2005] Lawrence, J.; Singhose, W.; Hekman, K.: *"Friction-Compensating Command Shaping for Vibration Reduction".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 4, (2005), S. 307-314.

[Lenzen 1994] Lenzen, A.: *"Singulärwertzerlegung und Systemidentifikation".* In *Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum,* Heft 94, Bochum: Institut für Mechanik (1994), S. 2-12.

[Lerch 2007] Lerch, R.: *Elektrische Messtechnik - analoge, digitale und computergestützte Verfahren*. Berlin, Springer-Verlag (2007)

[Li u. a. 2000] Li, Q.; Tso, S. K.; Zhang, W. J.: *"Improving motion tracking of closed-loop mechanisms using mass-redistribution".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 35, (2000), S. 1033-1045.

[Li u. a. 2001] Li, Q.; Zhang, W. J.; Chen, L.: *"Design for Control—A Concurrent Engineering Approach for Mechatronic Systems Design".* In *Transactions on Mechatronics,* vol. 6 no. 2, (2001), S. 161-170.

[Li und Römer 2005] Li, W. Y.; Römer, S.: *"Entwicklung von Verfahren und Komponenten zur Funktionsprüfung und Erzeugnisoptimierung von Sondermaschinen durch Hardware-in-the-Loop-Simulation".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 403-426.

[Li u. a. 2006] Li, Y.-Q.; Marcassa, F.; Horowitz, R.; Oboe, R.; Evans, R.: *"Track-Following Control With Active Vibration Damping of a PZT-Actuated Suspension Dual-Stage Servo System".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,* vol. 128, Issue 3, (2006), S. 568-576.

[Liao und Sung 1991] Liao, C. Y.; Sung, C. K.: *"Vibration Suppression of flexible Linkage Mechanism Using Piezoelectric Sensors and Actuators".* In *Journal of Intelligent Matrial Systems and Structures,* vol. 2, (1991), S. 177-197.

[Liao und Sung 1993] Liao, C. Y.; Sung, C. K.: *"An Elastodynamic Analysis and Control of Flexible Linkages Using Piezoceramic Sensors and Actuators".* In: ASME (Hg.): *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 115, (1993), S. 658-665.

[Lichtenheld 1961] Lichtenheld, W.: *Konstruktionslehre der Getriebe.* Berlin: Akademie Verlag (1961).

[Lin 1995] Lin, C.-K.: „*Synthese viergliedriger sphärischer Drehgelenkgetriebe zur Erfüllung von Punkten einer Übertragungsfunktion*". Aachen: IGM, RWTH (1995)

[Linde und Hill 1993] Linde, H.; Hill, B.: *Erfolgreich erfinden: widerspruchsorientierte Innovationsstrategien für Entwickler und Konstrukteure.* Darmstadt: Hoppenstedt Technik Tabellen Verlag (1993).

[Liu und McPhee 2005] Liu, Y.; McPhee, J.: *"Automated Type Synthesis of Planar Mechanisms Using Numeric Optimization With Genetic Algorithms".* In: ASME (Hg.): *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 127 Issue 5, (2005), S. 901-909.

[Liu-Henke u. a. 2000] Liu-Henke, X.; Lückel, J.; Jäker, K.-P.: *"Ganzheitlicher Entwurf eines aktiven Feder- /Neigemoduls".* In *Mechatronik-Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1533, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 91-107.

[Lohse 1983] Lohse, P.: *Getriebesynthese - Bewegungsabläufe ebener Koppelmechanismen.* Berlin: Springer Verlag (1983).

[Lu und Leinonen 2005] Lu, Y.; Leinonen, T.: *"Type synthesis of unified planar–spatial mechanisms by systematic linkage and topology matrix-graph technique".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.40, Issue 10, (2005), S. 1099-1208.

[Luca 2000] Luca, A. de: *"Feedforward/Feedback Laws for the Control of Flexible Robots".* In *Proceedings of the 2000 IEEE Internatioal Conference on Robotics and Automation,* (2000).

[Luck und Modler 1987] Luck, K.; Modler, K. H.: *Getriebetechnik.* Wien: Springer Verlag (1987).

[Luck und Modler 1995] Luck, K.; Modler, K. H.: *Getriebetechnik.* 2. Aufl., Berlin: Springer-Verlag (1995).

[Luo 2006] Luo, A. C. J.: *"Grazing and Chaos in a Periodically Forced, Piecewise Linear System".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.1, (2006), S. 29-34.

[Luo und Dai 2007] Luo, Z.; Dai, J. S.: *"Patterned Bootstrap: A New Method That Gives Efficiency tor some Precision Position Synthesis Problems".* In: ASME (Hg.): *Journal of Mechanical Design,* Vol. 129, No 2, (2007).

[Mabie und Reinhotz 1987] Mabie, H. M.; Reinhotz, C. F.: *Mechanisms and Dynamics of Machinery.* 4. Edition, John Wiley and Sons (1987).

[Maier und Woernle 2003] Maier, T.; Woernle, C.: *"Flachheitsbasierte Bahnsteuerung von seilgeführten Handhabungssystemen".* In *at-automatisierungstechnik,* Nr. 6, (2003).

[Martins und Guenther 2003] Martins, D.; Guenther, R.: *"Hierarchical kinematic analysis of robots".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 6, (2003), S. 497-518.

[Mase 1970] Mase, G. E.: *Theory and Problemsof Continuum Mechanics.* USA, New York: Mc Graw-Hill, Inc (1970).

[Matthes und Schönherr 2000] Matthes, J.; Schönherr, J.: *Integration des Bewegungsdesigns für ebene Führungsgetriebe in ein CAD-System.* Proceedings of IFToMM, (2000), S. 445-450.

[Matthes 2002] Matthes, J.: *Systematische Auslegung von Kurvenkoppelgetrieben für Führungsbewegungen.* Dissertation, Chemniz: Technische Universität (2002).

[Meinders 1997] Meinders, T.: *"Rotordynamik eines elastischen Radsatzes".* In *DFG Zwischenberichtt,* (1997).

[Meirovitch 1970] Meirovitch, L.: *Methods of Analytical Dynamics.* USA, New York: Mc Graw-Hill, Inc (1970).

[Meng u. a. 2004] Meng, C.-F.; Zhang, C.-S.; Lu, Y.H.; Shen, Z.-G.: *"Optimal design and control of a novel press with an extra motor".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 8, (2004), S. 811-818.

[Merlet 1989] Merlet, J. P.: *"Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry".* In *The International Journal of Robotics Research,* vol8, No.5 (1989), S. 45-56.

[Merten 1999] Merten, F. w.: *Untersuchungen zur Selbstsynchronisation unwuchtiger Rotoren.* Dissertation, Magdeburg: Otto-von-Guericke-Universität (1999).

[Milde 1993] Milde, F.: *Dynamisches Verhalten von Drehfeldmaschinen.* Offenbach: VDE-Verlag (1993).

[Miller 1981] Miller, S.: *"Some Remarks on Finding a Solution for the Structure when Designing a Mechanism".* In: IFToMM (Hg.): *Mechanism and Machine Theory,* Vol 16, No. 6, (1981), S. 645-651.

[Modler und Grün 2000] Modler, K.-H.; Grün, J.: *"Einflüsse auf die Bahngenauigkeit offener Mechanismenketten mit lagegeregelten hydraulischen Linearantrieben".* In *Mechatronik-Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1533, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 442-464.

[Möhringer 2005] Möhringer, S.: *"Gibt es ein gemeinsames Vorgehen in der Mechatronik?".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 229-251.

[Moosheimer und Waller 1996] Moosheimer, J.; Waller, H.: *Adaptive Schwingungsminderung mittels Elektrorheologischer Fluide in Echtzeit (Theorie und Experiment).* VDI-Berichte Nr. 1285, Düsseldorf: VDI-Verlag (1996), S. 521-546.

[Mühl 2008] Mühl, T.: *Einführung in die elektrische Messtechnik - Grundlagen, Messverfahren, Geräte*. Wiesbaden, Vieweg + Teubner (2008).

[Müller und Schiehlen 1976] Müller, P. C.; Schiehlen, W. O.: *Lineare Schwingungen.* Wiesbaden: Akademische Verlagsgesellschaft (1976).

[Müller 1977] Müller, P. C.: *Stabilität und Matrizen.* Berlin: Springer-Verlag (1977).

[Müller 1997] Müller, J.: *Entwicklung eines Expertensystems zur Auswahl von Greifern für Handhabungsgeräte.* Dissertation, Aachen: IGM, RWTH (1997).

[Niebuhr und Lindner 2002] Niebuhr, J.; Lindner, G.: *Physikalische Meßtechnik mit Sensoren*. München, Oldenbourg-Industrieverlag (2002).

[Niemeyer 2000] Niemeyer, J.: *"Das Getriebelexikon - Wissensverarbeitung in der Getriebetechnik mit Hilfe der Internettechnologie".* In: Dittrich, G. (Hg.): *IGM-Kolloqium Getriebetechnik 2000, Forschung und Lehre 1972-2000,* Aachen: Mainz (2000), S. 53-66.

[Niemeyer 2003] Niemeyer, J.: *Methodische Entwicklung von Prinziplösungen bei der Auslegung ungleichmäßig übersetzender Getriebe unter Verwendung eines praxisorientierten interaktiven Wissensspeichers.* Dissertation, Aachen: Shaker Verlag (2003).

[Nitz 1997] Nitz, G.: *Gesteuerter Antrieb fünfgliedriger Drehgelenkgetriebe mit gefilterten skalierten Bewegungsfunktionen zur Vermeidung von Schwingungen der Getriebeglieder.* Dissertation, Aachen: IGM, RWTH (1997).

[Oh u. a. 2004] Oh, H.-U.; Onoda, J.; Minesugi, K.: *"Semiactive Isolator With Liquid-Crystal Type ER Fluid for Momentum-Wheel Vibration Isolation".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 126, issue 2, (2004), S. 272-277.

[Olfati-Saber 2001] Olfati-Saber, R.: *Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotic and Aerospace Vehicles.* Massachusetts: Massachusetts Institut of Technology, Phd-Thesis (2001).

[Oliver u. a. 1985] Oliver, J. H.; Wysocki, D. A.; Thompson, B. S.: *"The Synthesis of Flexible Linkages by Balancing the Tracer Point Quasi-Static Deflections Using Microproces-*

sor and Advanced Materials Technologies". In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 20, No. 2, (1985), S. 103-114.

[Ouyang und Zhang 2005] Ouyang, P. R.; Zhang, W. J.: *"Force Balancing of Robotic Mechanisms Based on Adjustment of Kinematic Parameters".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 127 Issue 3, (2005), S. 433-440.

[Ozer und Royston 2005] Ozer, M. B.; Royston, T. J.: *"Extending Den Hartog's Vibration Absorber Technique to Multi-Degree-of-Freedom Systems".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 4, (2005), S. 341-350.

[Pahl u. a. 2005] Pahl, G.; Beitz, W.; Feldhusen, J.; Grote, K. H.: *Konstruktionslehre. Methoden und Anwendungen.* 6. Auflage, Berlin: Springer-Verlag (2005).

[Pao und Singhose 1995] Pao, L. Y.; Singhose, W. E.: *"A Comparison of Constant and Variable Amplitude Command Shaping Techniques for Vibration Reduction".* In *Proceedings of the fourth IEEE Conference on Control Applications,* Albany, NY (1995), S. 875-881.

[Pao 1996] Pao, L. Y.: *"An Analysis of the Total Insensitivity of Input Shaping Designs".* In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control conference,* San Diegeo, CA, USA (1996).

[Pao und Singhose 1995b] Pao, L. Y.; Singhose, W. E.: *"On the Equivalence of Minimum Time Input Shaping with Traditional Time-Optimal Control".* In *Proceedings of the fourth IEEE Conference on Control Applications,* Albany, NY (1995), S. 1120-1125.

[Pao und Singhose 1996] Pao, L. Y.; Singhose, W. E.: *"UNITY-MAGNITUDE INPUT SHAPERS AND THEIR RELATION TO TIME-OPTIMAL CONTROL".* In *IFAC World Congress,* San Diegeo, CA, USA (1996), S. 385-390.

[Pao u. a. 1997] Pao, L. Y.; Chang, T. N.; Hou, E.: *"Input Shaper Designs for Minimizing the Expected Level of Vibration in Flexible Structures".* In *Proceedings of the American Control conference,* Alburquerque, NM, USA (1997), S. 3542-3546.

[Pao und Lau 2000] Pao, L. Y.; Lau, M. A. : *"Robust Input Shaper control Design for Parameter Variations in Flexible Structures".* In: ASME (Hg.): *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* Vol. 122, No.2, (2000), S. 63-70.

[Pao 2000] Pao, L. Y.: *"Strategies for Shaping Commands in the Control of Flexible Structures".* In *Proceedings Japan-USA-Vietnam Workshop on Research and Education in Systems, Computation, and Control Engineering,* (2000), S. 309-318.

[Pao und La-orpacharapan 2004] Pao, L.Y.; La-orpacharapan, C.: *"Shaped Time-Optimal Feedback Controllers for flexible Structures".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* (2004), S. 173-186.

[Parenti-Castelli und Venanzi 2005] Parenti-Castelli, V.; Venanzi, S.: *"Clearance influence analysis on mechanisms".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.40, Issue 12, (2005), S. 1316-1329.

[Park und Asada 1994] Park, J. H.; Asada, H.: *"Concurrent design optimization of mechanical structure and control for high speed robots".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* vol. 116, (1994), S. 344-356.

[Pennock und Hasan 2002] Pennock, G. R.; Hasan, A.: *"A Polynomial Equation for a Coupler Curve of the Double Butterfly Linkage".* In *Journal of mechanical engineering,* vol. 124, (2002), S. 39-46.

[Petersmann 1986] Petersmann, n. n.: *Substrukturtechnik und Kondensation bei der Schwingungsanalyse.* Reihe111, Nr. 76, Düsseldorf: VDI-Verlag (1986).

[Petsounis und Fassois 2001] Petsounis, K. A.; Fassois, S. D.: *"PARAMETRIC TIME-DOMAIN METHODS FOR THE IDENTIFICATION OF VIBRATING STRUCTURES—A CRITICAL COMPARISON AND ASSESSMENTs".* In *Mechanical Systems and Signal Processing,* Vol. 15, No.6, (2001), S. 1031-1060.

[Pfeiffer 1986] Pfeiffer, F. G.: *"Optimierungsgesichtspunkte der Bahnplanung, Bahnsteuerung und -regelung".* In *Steuerung und Regelung von Robotern,* Düsseldorf: VDI-Verlag (1986), S. 415-430.

[Pfeiffer und Johanni 1987] Pfeiffer, F. G.; Johanni, R.: *"A Concept for Manipulator Trajectory Planning".* In *Journal of Robotics and Automation,* RA-3, (1987), S. 115-123.

[Pfeiffer 1990] Pfeiffer, F. G.: *"Path and Force Control of Elastic Manipulators".* In *Proc. of the 28th Conf. on Dec. and Contr.,* (1990), S. 514-519.

[Pil und Asada 1996] Pil, A. C.; Asada, H.: *"Integrated structure/control design of mechatronics systems using a recursive experimental optimization method".* In *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,* vol. 1, (1996), S. 191-203.

[Preiswerk und Venkatesh 1994] Preiswerk, M.; Venkatesh, A.: *"An Analysis of Vibration Control Using Piezoceramic in Planar Flexible-Linkage Mechanisms".* In *Journal of Smart Materials and Structures,* vol. 3, (1994), S. 290-300.

[Queiroz und Dawson 2000] Queiroz , M., De; Dawson, D.: *Liapunov-Based conrtol of Mechanical Systems.* USA, Boston: Birkhäuser (2000).

[Rake 1993] Rake, H.: *Regelungstechnik A.* Vorlesungsumdruck, Aachen, RWTH, Institut für Regelungstechnik (1993).

[Rauh 1954] Rauh, K.: *Praktische Getriebelehre.* 2. Band, Berlin: Springer-Verlag (1954).

[Reuleaux 1875] Reuleaux, F.: *Theoretische Kinematik: Grundzüge einer Theorie des Maschinenwesens.* Braunschweig: Vieweg und Sohn (1875).

[Ridley und Algra 2004] Ridley, P.; Algra, R.: *"Dragline bucket and rigging dynamics".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 9, (2004), S. 999-1016.

[Röbenack 2004] Röbenack, K.: *"Zum High-Gain-Beobachterentwurf für eingangs-/ausgangslinearisierbare SISO-Systeme".* In *at automatisierungstechnik,* Ausg. 52 Nr. 10, (2004), S. 481-488.

[Roberts 1875] Roberts, S.: *"On three-bar motion in plane space".* In *Proc. London Math Society VIII,* (1875), S. 14-23.

[Rodenacker 1970] Rodenacker, W. G.: *Methodisches Konstruieren.* Berlin: Springer-Verlag (1970).

[Rogozin u. a. 2001] Rogozin, V.; Yael, E.; Tamar, F.: *"A real-time trajectory modification algorithm".* In *Robotica,* vol. 19, (2001), S. 395-405.

[Rosenbrock 1963] Rosenbrock, H. H.: *"The stability of linear time-dependent control systems".* In *Jounal of Electronics and Control,* No. 15, (1963), S. 73-80.

[Roth 2000] Roth, K.H.: *Konstruieren mit Konstruktionskatalogen. Band 1: Konstruktionslehre.* 3. erw. u. neu gestaltete Auflage, Berlin: Springer-Verlag (2000).

[Roth 2001] Roth, K.H.: *Konstruieren mit Konstruktionskatalogen. Band 2: Kataloge.* 3., wesentl. erg. Auflage, Berlin: Springer-Verlag (2001).

[Rothfusss u. a. 1997] Rothfusss, R.; Rudolph, J.; Zeitz, M.: *"Flachheit: Ein neuer Zugang zur Steuerung und Regelung nichtlinearer Systeme".* In *at-automatisierungstechnik,* (1997), S. 518-525.

[Rubin 1967] Rubin, S.: *"Mechanical Immittance- and Transmission-Matrix Concepts".* In *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 41, No. 5, (1967), S. 1171-1179.

[Rudolph und Woittennek 2003] Rudolph, J.; Woittennek, F.: *"Flachheitsbasierte Steuerung eines Timoshenko-Balkens".* In *ZAMM - Z. Angew. Math. Mech.,* Ausg. 83, No. 2, (2003), S. 119-127.

[Rump 1999] Rump, S.M.: *"INTLAB - INTerval LABoratory".* In: Csendes, T. (Hg.): *Development in Reliable Computing,* dordrecht, Niederlande: Kluwer Verlag (1999), S. 77-105.

[Russel und Sodhi 2005] Russel, K.; Sodhi, R. S.: *"On the design of slider-crank mechanisms. Part I: multi-phase motion generation".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.40, Issue 3, (2005), S. 285-299.

[Rustemeier u. a. 2005] Rustemeier, C.; Liu-Henke, X.; Goldau, A.; Jäker, K.-P.: *"Simulationsumgebung zur Modellkopplung von Black-Box-Modellen mechatronischer Funktionsmodule und MKS-Fahrzeugmodellen".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 191-209.

[Sacks u. a. 2002] Sacks, E.; Joskowicz, R.; Schultheiss, R.; Kyung, M.: *Robust Kinematic Synthesis of Mechanical Systems with the Configuration Space Method.* Im Internet unter: citeseer.ist.psu.edu/sacks02robust.html (2002).

[Salmon 1985] Salmon, G.: *Modern Higher Algebra.* Dublin: Hodges, Figgs & Co (1985).

[Sánchez Marín und Pérez Gonzáles 2003] Sánchez Marín, F. T. ; Pérez Gonzáles, A.: *"Global optimization in path synthesis based on design space reduction".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 6, (2003), S. 579-594.

[Sánchez Marín und Pérez Gonzáles 2004] Sánchez Marín, F. T. ; Pérez Gonzáles, A.: *"Open-path synthesis of linkages through geometrical adaptation".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 9, (2004), S. 943-955.

[Sancibrian u. a. 2004] Sancibrian, R.; Viadero, F.; BGarcía, P.; Fernández, A.: *"Gradient-based optimization of path synthesis problems in planar mechanisms".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 8, (2004), S. 839-856.

[Sannah u. a. 1995] Sannah, M.; Smaili, A.; Lahdhiri, T.: *"Digital Optimal Multivariable Control a of Smart Structure Featurering Piezoelectric Sensors and Actuators".* In: ASME (Hg.): *15. Biennial Conference on Mechanical Vibrations and Noise,* MA, Boston (1995).

[Sannah und Smaili 1998] Sannah, M.; Smaili, A.: *"Active Control of Elastodynamic Vibrations of a Four-Bar Mechanism System With a Smart Coupler Link Using Optimal Multi Variable Control: Experimental Implementation".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 120, (1998), S. 316-326.

[Santibañez und Kelly 2001] Santibañez, V.; Kelly, R.: *"PD control with feedforward compensation for robot manipulators: analysis and experimentation".* In *Robotica,* Vol. 19, (2001), S. 11-19.

[Smaili und Diab 2007] Smaili, A.; Diab, N.: *"Optimum synthesis of hybrid-task mechanisms using ant-gradient search method".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.42, Issue 1, (2007), S. 115-130.

[Scheideler 1995] Scheideler, E. M.: *Dynamik von aktiven Getriebemechanismen.* Fortschrittsberichte VDI Reihe 11 Nr. 221, Düsseldorf: VDI-Verlag (1995).

[Schlemmer und Hiller 2001] Schlemmer, M.; Hiller, M.: *"Bahnplanung kinematisch redundanter Manipulatoren".* In *ZAMM - Z. Angew. Math. Mech.,* Ausg. 81, Nr. 3, (2001), S. 175-184.

[Schlensok 2005] Schlensok, C.: *Numerische Berechnung und Optimierung einer Asynchronmaschine mit Käfigläufer zur elektrischen Lenkunterstützung im Kfz.* Dissertation, Aachen: RWTH, Institut für elektrische Maschinen (2005).

[Schönherr 2001] Schönherr, J.: *"Integration der Auslegung und Grobgestaltung von ebenen Führungsgetrieben mit Kurbel-, Kurven- oder Servoantrieb in den rechnerunterstützten Konstruktionsprozess".* In *Im Internet unter: http://www.tu-chemnitz.de/mb/MechAntrTech/pdf/abericht_scho604_5.pdf,* Chemnitz (2001).

[Schordered und Gmür 2004] Schordered, A.; Gmür, T: *"Structural Dynamics Optimization Based on a Hybrid Inverse Synthesis Method Using a Quadratic Approximation".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 126, issue 2, (2004), S. 253-259.

[Schreiber 2000] Schreiber, H.: *Maßsynthese ebener Kurbelgetriebe durch Kreispunktsucht und Homotopieverfahren.* Dissertation, Aachen: IGM, RWTH (2000).

[Schuller 1995] Schuller, J.: *Modellierung von Kurven-Kurbelgetrieben mit elastischen Getriebegliedern und Simulation ihres Eigenverhaltens sowie des stationären und instatio-*

nären Zeitverhaltens. VDI Fortschrittsberichte, Reihe 11: Schwingungstechnik, Nr. 222, Düsseldorf: VDI-Verlag (1995).

[Schwabe 2002] Schwabe, J.-H.: *Schwingungstechnische Auslegung von Betonrohrfertigern.* Dissertation, Chemniz: Technische Universität (2002).

[Schwarz 1980] Schwarz, H. R.: *Methode der finiten Elemente.* Stuttgart: B.G. Teubner (1980).

[Sechelmann 1993] Sechelmann, C. E.: *Vollständige digitale Zustandsregelung von Permanentmagnet-Synchronservomotoren für den Einsatz am Roboter.* Dissertation, Berlin: Technische Universität, Fachbereich Elektrotechnik (1993).

[Seinsch 1993] Seinsch, H.-O.: *Grundlagen elektrische Maschine und Antriebe.* 3. Auflage, Stuttgart: Teubner Verlag (1993).

[Sen u. a. 2003] Sen, S.; Dasgupta, B.; Mallik, A. K.: *"Variational approach for singularity-free path-planning of parallel manipulators".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 11, (2003), S. 1165-1183.

[Serban und Freeman 2001] Serban, R.; Freeman, J. S.: *"Identification and Identifiability of Unknown Parameters in Multibody Dynamic Systems".* In *Multibody System Dynamics,* Vol. 5, (2001), S. 335-350.

[Shaw und Pierre 1993] Shaw, S. W.; Pierre, C.: *"Normal Modes for Non-Linear Vibration Systems".* In *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 164, No. 1, (1993), S. 85-96.

[Shchuka und Goldenberg 1989] Shchuka, A.; Goldenberg, A. A.: *"Tip control of a single-link flexible arm using a feedforward technique".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol. 24, (1989), S. 439-455.

[Shigang 2000] Shigang, Yue: *"Weak-vibration configurations for flexible robot manipulators with kinematic redundancy".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 35, issue 2, (2000), S. 165-178.

[Silva u. a. 2005] Silva, L. A.; Austin, E. M.; Inman, D. J.: *"Time-Varying Controller for Temperature-Dependent Viscoelasticity".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 3, (2005), S. 215-222.

[Singh und Singhose 2001] Singh, T.; Singhose, W.: *Tutorial on Input Shaping / Time Delay control of Maneuvering Flexible Structures.* USA: Buffalo: Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, University of Buffalo (2001).

[Singhose u. a. 1994a] Singhose, W. E.; Singer, N. C.; Seering, W. P.: *"Design and Implementation of Time-Optimal Negative Input Shapers".* In: ASME (Hg.): *Int. Mech. Engr. Confress and Expo.,* Chicago, IL (1994), S. 151-157.

[Singhose u. a. 1994b] Singhose, W. E.; Derezinski, S.; Singer, N.: *"Input Shapers for Improving the Throughput of Torque-Limited Systems".* In: (Hg.): *Proceedings of the 1994 Conference on Control Applications,* (1994).

[Singhose u. a. 1995b] Singhose, W.; Singer, N.; Seering, W. P.: *"Comparison of Command Shapings Methods for Reducing Residual Vibrations".* In *Proceedings of the 1995 European Control Conference,* (1995).

[Singhose u. a. 1996b] Singhose, W.; Singer, N.; Seering, W. P.: *"TIME-OPTIMAL REST-TO-REST SLEWING OF MULTI-MODE FLEXIBLE SPACECRAFT USING ZVD ROBUSTNESS CONSTRAINTS".* In *Guidance, Navigation and Control Conference,* San Diegeo, CA, USA (1996b).

[Singhose und Pao 1997] Singhose, W.; Pao, L.: *"A COMPARISON OF INPUT SHAPING AND TIME-OPTIMAL FLEXIBLE-BODY CONTROL".* In *Control Engineering Practise,* vol. 5, No 4 (1997), S. 459-467.

[Sinha und Wu 1991] Sinha, S. C.; Wu, D.-H.: *"An efficient computational scheme for the analysis of periodic systems".* In *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 151, No. 1, (1991), S. 91-117.

[Sinha u. a. 1993] Sinha, S. C.; Wu, D.-H.; Juneja, V.; Joseph, P.: *"Analysis of Dynamic Systems With Periodically Varying Parameters Via Chebyshev Polynomials".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 115, (1993), S. 96-102.

[Sinha u. a. 1996] Sinha, S. C.; Pandiyan, R.; Bibb, J. S.: *"Liapunov-Floquet Transformation: Computation and Applications to Periodic Systems".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 118 No.2, (1996), S. 209-219.

[Sinha u. a. 1998] Sinha, S. C.; Butcher, E. A.; Dávid, A.: *"Construction of Dynamically Equivalent Time-Invariant Forms for Time-Periodic Systems".* In *Nonlinear Dynamics,* Vol. 16 No. 2, (1998), S. 203-221.

[Sinha und Wooden 2007] Sinha, S. C.; Wooden, S.: *"Analysis of periodic-quasiperiodic nonlinear systems via Lyapunov-Floquet transformation and normal forms".* In *Nonlinear Dynamics,* No. 47, (2007), S. 263-273.

[Sipahi und Olgac 2003] Sipahi, R.; Olgac, N.: *"Active Vibration Suppression With Time Delayed Feedback".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 125, (2003), S. 384-388.

[Skudelny 1989] Skudelny, H.-Ch.: *Elektrische Antriebe und Steuerungen.* Vorlesungsumdruck, Aachen: (RWTH) Institut für Stromrichtertechnik und elektrische Antriebe (1989).

[Smaili und Diab 2007] Smaili, A.; Diab, N.: *"Optimum synthesis of hybrid-task mechanisms using an gradient search method".* In *Mechanism and Machine Theory,* Vol.42, Issue 1, (2007), S. 115-130.

[Smith 2004] Smith, R.: *OPEN DYNAMICS ENGINE - V0.5 USER GUIDE.* Im Internet unter: http://ode.org/ode.html (2004).

[Song u. a. 2005] Song, X.; Ahmadian, M.; Southward, S.; Miller, L. R.: *"An Adaptive Semiactive Control Algorithm for Magnetorheological Suspension Systems".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 5, (2005), S. 493-502.

[Spiteri u. a. 1998] Spiteri, R. J.; Montagnier, P.; Angeles, J.: *CONTROL OF A SHAKING BELT CONVEYOR BY A NOVEL APPLICATION OF FLOQUET LYAPUNOV THEORY.* (1998).

[Starek und Inman 2004] Starek, L.; Inman, D. J.: *"Design of Nonproportional Damped Systems via Symmetric Positive Inverse Problems".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 126, issue 3, (2004), S. 212-219.

[Starns und Flugrad 1993] Starns, G.; Flugrad, D. R.: *"Five-Bar Path Generation Synthesis by Continuation Methods".* In: ASME (Hg.): *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 115, (1993), S. 988-994.

[Stolle und Corves 2002] Stolle, G.; Corves, B.: *"Maßsynthese mehrgliedriger ebener Drehgelenkgetriebe durch Kreispunktsuche und Homotopieverfahren".* In: VDI (Hg.): *Kurvengetriebe, Gelenkgetriebe, gesteuerte Antriebe: Problemlösungen in der Bewegungstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1707, Düsseldorf: VDI-Verlag (2002), S. 101-121.

[Stolle u. a. 2004] Stolle, G.; Corves, B.; Hüsing, M.: *Dimensional Synthesis of 6- and 8-Bar Planar Mechanisms Using Centerpoint Search and Polynomial Continuation Method in Automotive Engineering.* Proceedings of the 11th World Congress in Mechanism and Machine Science, Vol.3, Tianjin, China: China Machine Press (2004).

[Stolle 2005] Stolle, G.: *Verfahren zur Maßsynthese sechs- und achtgliedriger ebener Gliedführungs- und Übertragungsgetriebe.* Dissertation, Aachen: Shaker Verlag (2005).

[Straßberger 1997] Straßberger, M.: *"Aktive Schallreduktion durch modale Zustandsrückführung mit Hilfe Piezo-elektrischer Aktoren".* In *Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Ruhr-Universität Bochum,* Heft 111, Bochum: Institut für Mechanik (1997), S. 34-44.

[Subbian und Flugrad 1991] Subbian, T.; Flugrad, D. R.: *"Four-Bar Path Generation Synthesis by a Continuation Method".* In: ASME (Hg.): *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 113, (1991), S. 63-69.

[Subbian und Flugrad 1993] Subbian, T.; Flugrad, D. R.: *"Five Positions Triad Synthesis with Applications to Four- and Six-Bar Mechanisms".* In: ASME (Hg.): *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 115, (1993), S. 262-268.

[Subramanian und Wang 1993a] Subramanian, D.; Wang, C.-S.: *Kinematic Synthesis with Configuration Spaces.* (1993).

[Subramanian und Wang 1993b] Subramanian, D.; Wang, C.-S.: *"Constraint-Based Kinematic Synthesis".* In *IJCAI,* (1993b).

[Sun und Mills 2002] Sun, D.; Mills, J. K.: *"Manipulating Rigid Payloads With Multiple Robots Using Compliant Grippers".* In *Transactions on Mechatronics,* Vol. 7, No. 1, (2002), S. 23-34.

[Sung und Thompson 1984] Sung, C. K.; Thompson, B. S.: *"Material Selection - An Important Parameter in the Design of High-speed Linkages".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 19, Issue 4, (1984), S. 389-396.

[Sung und Chen 1991] Sung, C. K.; Chen, Y. C.: *"Vibration Control of the Elastodynamic Response of High-Speed Flexible Linkage Mechanisms".* In *Journal of Sound and Vibration,* vol. 113, (1991).

[Suryawanshi u. a. 2003] Suryawanshi, A. B.; Joshi, M. B.; Dasgupta, b.; Biswas, A.: *"Domain mapping as an expeditionary strategy for fast path planning".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.38 Issue 11, (2003), S. 1237-1256.

[Swevers u. a. 1994] Swevers, J.; Torfs, D.; u. a.: *"Theoretical Aspects of Lightweight Robot Control".* In: Faillot, J. L. (Hg.): *Vibration Control of Flexible Servo Mechanisms,* Berlin: Springer-Verlag (1994).

[Szász und Flowers 2001] Szász, G.; Flowers, G. T.: *"Time Periodic Control of a Bladed Disk Assembly Using Shaft Based Actuation".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 123, (2001).

[Tammi 2007] Tammi, K.: *"Active control of radial rotor vibrations".* In *Dissertation,* Finnland, Helsinki, University of Technology (2007).

[Tang und Wang 2004] Tang, J.; Wang, K. W.: *"Vibration Confinement via Optimal Eigenvector Assignment and Piezoelectric Networks".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 126, issue 1, (2004), S. 27-36.

[Theodore und Ghosal 2003] Theodore, R. J.; Ghosal, A.: *"Robust Control of multilink flexible manipulators".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 38, issue 4, (2003), S. 367-377.

[Thompson und Tao 1994] Thompson, B. S.; Tao, X.: *"A note on the Experimentally-Determined Elastodynamically Response of a Slider-Crank Mechanism Featuring a Macroscopically-Smart Connecting-Rod with Ceramic Piezoelectric actuators and Strain Gage Sensors".* In *Machine Elements and Machine Dynamics DE-71, The 1994 ASME Design Technical Conference, 23rd Biennial Mechanisms Conference,* Minnesota, Minneapolis (1994), S. 63-69.

[Thornton u. a. 1979] Thornton, W. A.; Willmert, K. D.; Khan, M. R.: *"Mechanism Optimization via Optimality Criterion Techniques".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 101, (1979), S. 392-397.

[Timoshenko u. a. 1974] Timoshenko, S.; Young, D. H.; Weaver, Jr.W.: *Vibration problems in engineering.* 4. Edition, New York: John Wiley & Sons (1974).

[Tomizuka u. a. 1989] Tomizuka, M.; Tsao, T.-C.; Chew, K.K.: *"Analysis and synthesis of discrete-time repetitive controllers".* In *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control,* Vol. 11, (1989), S. 353-358.

[Tränkler 1992] Tränkler, H.-R.: *Taschenbuch der Meßtechnik - mit Schwerpunkt Sensortechnik*. München: Oldenbourg-Verlag (1992).

[Ulbrich und Stein 2002] Ulbrich, H.; Stein, H. v.: *"A Combined Feedforward-Feedback Control Strategy for Improving the Dynamics of a Flexible Mechanism".* In *Multibody System Dynamics,* vol. 7, issue2, (2002), S. 229-248.

[Unbehauen 1992] Unbehauen, H.: *Regelungstechnik I.* Braunschweig / Wiesbaden: Vieweg Verlag (1992).

[Vadran u. a. 1990] Vadran, V. K.; Hong, S.-Y.; Vadran, V.-V.: *"Piezoelectric Sensors and Actuators for Active Damping using Digital Control".* In *Ultrasonic Symposium,* (1990), S. 1211-1214.

[Valero u. a. 2006] Valero, F.; Mata, V.; Besa, A.: *"Trajectory planning in workspaces with obstacles taking into account the dynamic robot behaviour".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, issue 5, (2006), S. 525-536.

[Vasiliu und Yannou 2001] Vasiliu, A.; Yannou, B.: *"Dimensional synthesis of planar mechanisms using neural networks: application to path generator linkages".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 36, issue 2, (2001), S. 299-310.

[VDI 1976] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2062: Schwingungsisolierung.* Berlin: Beuth-Verlag (1976).

[VDI 1980] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2143:Blatt 1 Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe: Theoretische Grundlagen.* Berlin: Beuth-Verlag (1980).

[VDI 1982] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2222: Konstruktionsmethodik; Erstellung und Anwendung von Konstruktionskatalogen.* Blatt 2, Berlin: Beuth-Verlag (1982).

[VDI 1984] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2130: Getriebe für Hub- und Schwingbewegungen, Konstruktion und Berechnung viergliedriger ebener Gelenkgetriebe für gegebene Totlagen.* Berlin: Beuth-Verlag (1984).

[VDI 1987a] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2125: Ebene Gelenkgetriebe, Übertragungsgünstige Umwandlung einer Schub- in eine Drehschwingbewegung.* Berlin: Beuth-Verlag (1987).

[VDI 1987b] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2143:Blatt 2 Bewegungsgesetze für Kurvengetriebe: Praktische Anwendung.* Berlin: Beuth-Verlag (1987).

[VDI 1989] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2126: Ebene Gelenkgetriebe, Übertragungsgünstige Umwandlung einer Drehschwing- in eine Schubbewegung.* Berlin: Beuth-Verlag (1989).

[VDI 1991a] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2727: Konstruktionskataloge; Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben; Erzeugung hin- und hergehender Schubbewegungen; Antrieb gleichförmig drehend.* Blatt 2, Berlin: Beuth-Verlag (1991).

[VDI 1991b] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2727: Konstruktionskataloge; Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben; Grundlagen.* Blatt 1, Berlin: Beuth-Verlag (1991).

[VDI 1991c] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2727: Konstruktionskataloge; Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben; Erzeugung gleichsinniger Drehbewegungen mit Rast(en); Anjtrieb gleichsinnig drehend.* Blatt 3, Berlin: Beuth-Verlag (1991).

[VDI 1991d] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2727: Konstruktionskataloge; Lösung von Bewegungsaufgaben mit Getrieben; Erzeugung von Schwingbewegungen mit Rast(en); Antrieb gleichsinnig drehend.* Blatt 4, Berlin: Beuth-Verlag (1991).

[VDI 1991e] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2728: Lösung von Bewegungsaufgaben mit symmetrischen Koppelkurven, Übertragungsaufgaben.* Düsseldorf: VDI-Verlag (1991).

[VDI 1994] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2142: Auslegung ebener Kurvengetriebe, Auslegung, Profilberechnung und Konstruktion.* Berlin: Beuth-Verlag (1994).

[VDI 1995] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2740:Blatt 1 Mechanische Einrichtungen in der Handhabungstechnik: Greifer für Handhabungsgeräte und Industrieroboter.* Berlin: Beuth-Verlag (1995).

[VDI 1996] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2728:Lösung von Bewegungsaufgaben mit symmetrischen Koppelkurvengetrieben; Übertragungsaufgaben.* Blatt 1, Berlin: Beuth-Verlag (1996).

[VDI 1997] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2222: Konstruktionsmethodik. Methodisches Entwickeln von Lösungsprinzipien.* Berlin: Beuth-Verlag (1997).

[VDI 1999a] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2740: Blatt 3 Mechanische Einrichtungen in der Handhabungstechnik: Getriebe zur Erzeugung zeitweiliger Synchronbewegungen.* Berlin: Beuth-Verlag (1999).

[VDI 1999b] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2740: Mechanische Einrichtungen in der Automatisierungstechnik; Getriebe zur Erzeugung zeitweiliger Synchronbewegungen.* Blatt 3, Berlin: Beuth-Verlag (1999).

[VDI 1999c] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2149: Getriebedynamik - Starrkörpermechanismen.* Berlin: Beuth-Verlag (1999).

[VDI 2002] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2740:Blatt 2 Mechanische Einrichtungen in der Handhabungstechnik: Führungsgetriebe.* Berlin: Beuth-Verlag (2002).

[VDI 2004a] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2741: Kurvengetriebe für Punkt- und Ebenenführung.* Berlin: Beuth-Verlag (2004).

[VDI 2004b] VDI, n. n.: *Richtlinie VDI 2206: Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme.* Berlin: Beuth-Verlag (2004).

[Vogel 1985] Vogel, J.: *Grundlagen der elektrischen Antriebstechnik mit Berechnungsbeispielen.* 3. Auflage, Heidelberg: Hüthig Verlag (1985).

[Volmer 1976] Volmer, J.: *Getriebetechnik, Kurvengetriebe.* Berlin: Technik Verlag (1976).

[Volmer u. a. 1995] Volmer, J.; Leistner, F.; Brock, R.; Dög, M.: *Getriebetechnik Grundlagen.* Berlin: Technik Verlag (1995).

[Wampler 2004a] Wampler, C. W.: *"Singular foci of planar linkages".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 11, (2004), S. 1123-1138.

[Wampler 2004b] Wampler, C. W.: *"The geometry of singular foci of planar linkages".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 11, (2004), S. 1139-1153.

[Wang und Unbehauen 2002] Wang, G. L.; Unbehauen, H.: *"Note on the relative degree of a flexible manipulator and implications to inverse dynamics for tracking control".* In *Robotica,* vol. 20, No. 2, (2002), S. 33-48.

[Wang und Cheng 2005] Wang, P. W.; Cheng, C. C.: *"Natural Frequency Tuning Using Structural Patches".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 1, (2005), S. 28-35.

[Wang und Mills 2006] Wang, X.; Mills, J. K.: *"Dynamic modeling of a flexible-link planar parallel platform using a substructuring approach".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 41, issue 6, (2006), S. 671-687.

[Weck 1996] Weck, M.: *Werkzeugmaschinen Fertigungssysteme, Band 2.* Düsseldorf: VDI-Verlag (1996).

[Weichert und Wülker 2000] Weichert, N.; Wülker, M.: *Messtechnik und Messdatenerfassung*. München: Oldenbourg-Verlag (2000).

[Wendt und Lutz 2002] Wendt, W.; Lutz, H.: *Taschenbuch der Regelungstechnik.* 4. Aufl., Frankfurt a.M.: Harry Deutsch Verlag (2002).

[Willis 1870] Willis, R.: *Principles of mechanisms.* London: John W. Parker West Strand (1870).

[Wittwer u. a. 2004] Wittwer, J. W.; Chase, K. W.; Howell, L. L.: *"The direct linearization method applied to position error in kinematic linkages".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol.39 Issue 7, (2004), S. 681-693.

[Wulf und Schuller 2000] Wulf, J.; Schuller, J.: *"Entwicklungsmethodik für mechatronische Karosseriesysteme".* In *Mechatronik-Mechanisch/Elektrische Antriebstechnik,* VDI-Berichte Nr. 1533, Düsseldorf: VDI-Verlag (2000), S. 181-198.

[Wulf 2001] Wulf, : *Elementarmethoden zur Lösungssuche.* München: Hut-Verlag (2001).

[Yamada u. a. 1999] Yamada, M.; Riadh, Z.; Funahashi, Y.: *"Design of Discrete-Time Repetitive Control System for Pole Placement and Application".* In *Transactions on Mechatronics,* vol. 4, No. 2, (1999).

[Yang und Sheu 2006] Yang, S. M.; Sheu, G. J.: *"On the Spillover of Steady State Unbalance Response of a Rotating Shaft Under Velocity Feedback".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No. 2, (2006), S. 143-147.

[Yu und Cleghorn 2002] Yu, S. D.; Cleghorn, W. L.: *"Dynamic instability analysis of high-speed flexible four-bar mechanisms".* In *Mechanism and Machine Theory,* vol. 37, Issue 11, (2002), S. 1261-1285.

[Yu und Lin 2003] Yu, Y.-Q.; Lin, J.: *"Active Balancing of a Flexible Linkage with Redundant Drives".* In *JOURNAL OF MECHANICAL DESIGN,* vol. 125, (2003), S. 119-123.

[Zäh u. a. 2005] Zäh, M. F.; Thieke, S.; Grätz, F.: *"Unterstützung der Entwicklung von Werkzeugmaschinen durch interaktive Kopplung von Entwicklungswerkzeugen".* In *Mechatronik 2005 - Innovative Produktentwicklung,* Düsseldorf: VDI-Verlag (2005), S. 153-172.

[Zeitz u. a. 2005] Zeitz, M.; Graichen, K.; Meurer, T.: *"Vorsteuerung und Trajektorienplanung als Basis einer Folgeregelung".* In *GMA-Kongress 2005 Automation als interdisziplinäre Herausforderung,* VDI-Berichte ; 1883, (2005), S. 795-806.

[Zhang und Grandin 1982] Zhang, Ce; Grandin, H. T.: *"Kinematical Refinement technique in Optimum Design of Flexible Mechanisms".* In: ASME (Hg.): *ASME Paper no. 82-DET-21,* (1982).

[Zhang und Grandin 1985] Zhang, Ce; Grandin, H. T.: *"Optimum Design of Flexible Mechanisms".* In *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design,* vol. 105, (1985), S. 267-272.

[Zhang und Li 1999] Zhang, W. J.; Li, Q.: *"Design For Control: A proposed methodology for developing mechatronic systems".* In *12th International Conference on Engineering Design,* München (1999).

[Zhao u. a. 2006] Zhao, C.; Chen, L.; Chen, D.: *"Semi-Active Static Output Feedback Variable Structure Control for Two-Stage Vibration Isolation System".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.5, (2006), S. 627-634.

[Zheng u. a. 2006] Zheng, X.; Zolotas, A. C.; Wang, H.: *"Mathematica implementation of output-feedback pole assignment for uncertain systems via symbolic algebra".* In *International Journal of Control,* Vol. 79, No 11, (2006), S. 1431-1446.

[Zimmermann 1990] Zimmermann, U. J.: *Regelung gekoppelter Handhabungsgeräteachsen.* Dissertation, Aachen, RWTH, Institut für Regelungstechnik (1990).

[Zuo u. a. 1995] Zuo, K.; Drapeau, V.; Wang, D.: *"Closed Loop Sahped-Input Strategies for Flexible Robots".* In *The International Journal of Robotics Research,* Vol. 14, No 5, (1995), S. 510-529.

[Zuo und Nayfeh 2005] Zuo, L.; Nayfeh, S. A.: *"Optimization of the Individual Stiffness and Damping Parameters in Multiple-Tuned-Mass-Damper Systems".* In *Journal of Vibration and Acoustics,* vol. 127, issue 1, (2005), S. 77-83.

[Zuo und Nayfeh 2006] Zuo, L.; nayfeh, S. A.: *"The Two-Degree-of-Freedom Tuned-Mass Damper for Suppression of Single-Mode Vibration Under Random and Harmonic Excitation".* In: ASME (Hg.): *Journal of Vibration and Acoustics,* Vol. 128 No.1, (2006), S. 56-65.